

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pendahuluan

Sebelum melakukan pembahasan mengenai permasalahan dari skripsi ini, pada bab ini akan diuraikan beberapa teori penunjang yang dapat membantu dalam penulisan skripsi. Teori penunjang tersebut adalah: diagram kendali, diagram kendali variabel, pemeriksaan pencilan melalui eksplorasi, *Median Absolute Deviation*.

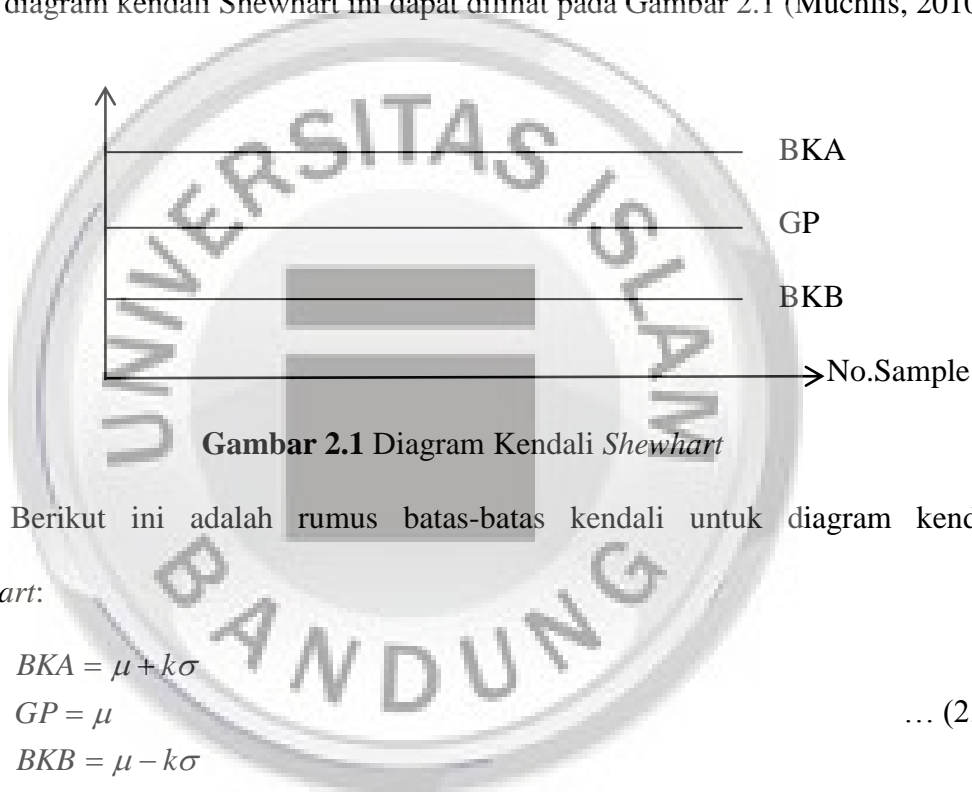
2.2 Diagram Kendali

Diagram kendali merupakan teknik pengendalian proses yang secara luas digunakan untuk menaksir parameter suatu proses produksi serta menentukan kemampuan proses dan memberi informasi yang berguna dalam meningkatkan sebuah proses (Muchlis, 2010).

Nilai statistik yang diperoleh dari setiap sampel setelah dihitung, digambarkan dalam diagram yang biasanya berupa titik-titik. Jika titik-titik itu ada di dalam daerah yang dibatasi oleh BKA (Batas Kendali Atas) dan BKB (Batas Kendali Bawah) maka dikatakan bahwa proses dalam kontrol atau terkendali. Dalam hal ini, proses dibiarkan berlangsung terus. Apabila terdapat salah satu titik yang jatuh di bawah BKB atau diatas BKA, maka proses berada di luar kontrol atau tidak terkendali. Dengan demikian perlu dicari dan dihilangkan agar proses berada dalam kontrol kembali (Muchlis, 2010).

Salah satu alat terpenting dalam pengendalian mutu secara statistik ini adalah diagram kendali Shewhart. Dinamakan diagram kendali Shewhart karena dikembangkan oleh Dr. Walter Andrew Shewart di Amerika Serikat pada tahun 1924 sewaktu ia bekerja pada Bell Telephone Laboratories (Grant, 1994).

Pengendalian yang baik memerlukan pengamatan yang kontinu dari suatu operasi yang berulang-ulang dan harus melihat pula histogram dan distribusi frekuensi tiap periode. Diagram shewhart dilengkapi oleh tiga buah garis mendatar yang berfungsi sebagai batas-batas kendali. Batas maksimum dari variasi mutu dinamakan dengan batas kendali atas yang disingkat BKA, sedangkan batas minimum dari variasi mutu dinamakan dengan batas kendali bawah yang disingkat BKB, sedangkan batas garis lurus yang ditengah merupakan garis pusat (GP). Bentuk umum diagram kendali Shewhart ini dapat dilihat pada Gambar 2.1 (Muchlis, 2010)



Gambar 2.1 Diagram Kendali *Shewhart*

Berikut ini adalah rumus batas-batas kendali untuk diagram kendali

Shewhart:

$$\begin{aligned} BKA &= \mu + k\sigma \\ GP &= \mu \\ BKB &= \mu - k\sigma \end{aligned} \quad \dots (2.1)$$

Dimana:

k adalah konstanta yang nilainya berhubungan dengan peluang keinginan menerima suatu produk yang diduga mutunya baik.

μ adalah nilai rata-rata dari karakteristik mutu yang diamati

σ adalah simpangan dari karakteristik mutu yang diamati

Dilihat dari karakteristik kualitas yang diteliti, diagram kendali *Shewhart* terbagi menjadi dua bagian yaitu diagram kendali variabel (bisa diukur secara

numerik) dan diagram kendali atribut (tidak bisa diukur secara numerik). Yang akan dibahas dalam bab ini yaitu diagram kendali variabel.

2.3 Diagram Kendali Variabel

Karakteristik mutu yang diukur secara numerik disebut diagram kendali variabel. Pada diagram kendali variabel terdapat dua ciri karakteristik mutu yaitu rata-rata proses (\bar{x}) dan variabilitas proses. Pada rata-rata proses terdapat diagram kendali rata-rata (\bar{x}), sedangkan variabilitas proses terdapat diagram kendali rentang (R) dan diagram kendali simpangan baku (S).

Ketika berhadapan dengan karakteristik mutu secara variabel, biasanya perlu untuk dilihat nilai rata-rata dari karakteristik mutu dan variabilitas. Pada diagram rata-rata disebut diagram kendali \bar{x} , sedangkan pada diagram kendali untuk simpangan baku disebut diagram kendali S, dan diagram kendali untuk rentang disebut diagram kendali R. Rentang merupakan ukuran penyimpangan yang paling sederhana, mengukur beda nilai terendah dan tertinggi. Untuk mengamati proses produksi, biasanya penggunaan diagram kendali selalu berpasangan, diagram kendali \bar{x} dengan diagram kendali R atau diagram kendali \bar{x} dengan diagram kendali S (Adekeye, 2013).

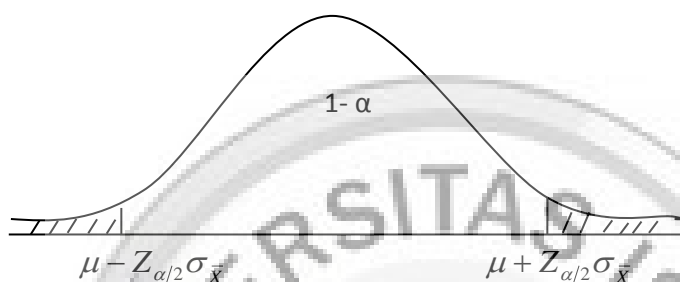
Diagram kendali (\bar{x} dan R) atau (\bar{x} dan S) digunakan untuk mengendalikan proses yang dilihat dari rata-rata dan variabilitas proses.

2.3.1 Diagram Kendali untuk Rata-rata \bar{x}

Jika subgrup berukuran n dan pengamatan subgrup ke-i adalah $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$ maka rata-rata (Montgomery, 2001) adalah

$$\bar{x}_i = \frac{x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in}}{n} \quad \dots (2.2)$$

Jika x_{ij} berdistribusi normal maka \bar{x} adalah berdistribusi normal dengan nilai tengah μ dan simpangan baku $\sigma_{\bar{x}} = \sigma/\sqrt{n}$. Dimana x_{ij} adalah data pengamatan subgroup ke-i dan ulangan pengamatan ke-j (Montgomery, 2001). Untuk membangun diagram kendali rata-rata apabila jika μ dan σ diketahui dapat disajikan kurva normal pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2 Kurva Normal

Terlihat pada gambar kurva normal diatas, peluang $1-\alpha$, pengamatan x_{ij} jatuh diantara

$$\mu + Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{x}} = \mu + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \dots (2.3)$$

dan

$$\mu - Z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{x}} = \mu - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \dots (2.4)$$

Oleh karena itu, jika μ dan σ diketahui, Persamaan (2.3) dan (2.4) dapat digunakan sebagai batas kendali atas dan batas kendali bawah pada diagram kendali rata-rata. Untuk memudahkan perhitungan digunakan Tabel 2.1.

Tabel 2.1 Struktur Data Pengamatan dan Tabel Bantu Perhitungan untuk Pembentukan Diagram Kendali \bar{x} , R dan S

Periode Sampel	Pengamatan				\bar{X}	R	s
	1	2	...	n			
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1n}	\bar{X}_1	R_1	s_1
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2n}	\bar{X}_2	R_2	s_2
3	x_{31}	x_{32}	...	x_{3n}	\bar{X}_3	R_3	s_3
.
.
.
m	x_{m1}	x_{m2}	...	x_{mn}	\bar{X}_n	R_n	s_n
Jumlah					$\sum_{i=1}^m \bar{x}_i$	$\sum_{i=1}^m R_i$	$\sum_{i=1}^m s_i$
Rata-rata					$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{x}_i}{m}$	$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^m R_i}{m}$	$\bar{s} = \frac{\sum_{i=1}^m s_i}{m}$

Sumber: R. Dachlan Muchlis, 2010

Dalam praktik, biasanya μ dan σ tidak diketahui. Karena μ dan σ harus diestimasi dari sampel awal atau subkelompok yang diambil ketika proses dianggap berada dalam kontrol. Perkiraan ini biasanya harus didasarkan pada setidaknya 20 sampai 25 sampel (Muchlis, 2010). Misalkan $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$ adalah rata-rata masing-masing sampel. Maka estimasi terbaik untuk μ (rata-rata proses) sebagai berikut:

$$\bar{x} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_m}{m} \quad \dots (2.5)$$

Dimana:

\bar{x} adalah garis pusat untuk \bar{x} (rata-rata proses) dan m adalah jumlah periode sampel.

Untuk membangun batas kontrol, kita membutuhkan estimasi dari simpangan baku σ . Dalam bab ini akan dibahas mengenai diagram kendali S, maka dari itu untuk diagram kendali rentang tidak dibahas di bab ini dan tidak digunakan dalam skripsi ini.

2.3.2 Diagram Kendali untuk \bar{x} dan S

Diagram kendali \bar{x} adalah salah satu yang paling banyak digunakan dalam teknik pengendalian proses statistik yang dikembangkan untuk mengontrol proses rata-rata, sedangkan diagram kendali S untuk mengontrol variabilitas proses (Adekeye, 2012).

Jika σ^2 adalah varians tidak diketahui dari distribusi peluang, maka estimasi dari σ^2 adalah varians sampel

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}, s = \sqrt{s^2} \quad \dots (2.6)$$

Jika data berdistribusi normal, maka estimasi S adalah $C_4\sigma$, dimana

$$C_4 = (2/n-1)^{1/2} [\Gamma(n/2)/\Gamma((n-1)/2)] \text{ dan simpangan baku dari S adalah } \sigma\sqrt{1-C_4^2}.$$

Maka dari itu adalah $E(S) = C_4\sigma$ dan $V(S) = \sigma^2(1-C_4^2)$. Oleh karena itu, batas kontrol 3sigma dari diagram kendali S adalah

$$\begin{aligned} BKA &= C_4\sigma + 3\sigma\sqrt{1-C_4^2} \\ GP &= C_4\sigma \\ BKB &= C_4\sigma - 3\sigma\sqrt{1-C_4^2} \end{aligned} \quad \dots (2.7)$$

Untuk penyederhanaan dari Persamaan (2.7), $B_5 = C_4 - 3\sqrt{1 - C_4^2}$ dan $B_6 = C_4 + 3\sqrt{1 - C_4^2}$. Maka parameter dari Persamaan (2.7) menjadi

$$\begin{aligned} BKA &= B_6\sigma \\ GP &= C_4\sigma \\ BKB &= B_5\sigma \end{aligned} \quad \dots (2.8)$$

Jika σ tidak diketahui dan kita menggunakan $\frac{\bar{S}}{C_4}$ untuk mengestimasi σ ,

maka batas kontrol untuk diagram S dalam Persamaan (2.7) menjadi

$$\begin{aligned} BKA &= \bar{S} + 3\left(\frac{\bar{S}}{C_4}\right)\sqrt{1 - C_4^2} \\ GP &= \bar{S} \\ BKB &= \bar{S} - 3\left(\frac{\bar{S}}{C_4}\right)\sqrt{1 - C_4^2} \end{aligned} \quad \dots (2.9)$$

$$\text{Dimana } \bar{S} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_i \quad \dots (2.10)$$

Untuk penyederhanaan pada Persamaan (2.9), dengan

$B_3 = 1 - (3/C_4)\sqrt{1 - C_4^2}$ dan $B_4 = 1 + (3/C_4)\sqrt{1 - C_4^2}$, maka batas kontrol dari diagram kendali S dalam Persamaan (2.9) menjadi

$$\begin{aligned} BKA &= B_4\bar{S} \\ GP &= \bar{S} \\ BKB &= B_3\bar{S} \end{aligned} \quad \dots (2.11)$$

Persamaan (2.11) adalah rumus untuk membangun diagram kendali S.

Untuk melihat rata-rata proses, batas kontrol 3sigma pada diagram kendali

\bar{x} sebagai berikut:

$$\begin{aligned} BKA &= \bar{\bar{X}} + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ GP &= \bar{\bar{X}} \\ BKB &= \bar{\bar{X}} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{aligned} \quad \dots (2.12)$$

Ketika \bar{S}/C_4 digunakan untuk estimasi σ , maka batas kontrol untuk diagram kendali \bar{x} yang sesuai akan menjadi

$$\begin{aligned} BKA &= \bar{\bar{X}} + 3 \frac{\bar{S}}{C_4 \sqrt{n}} \\ GP &= \bar{\bar{X}} \\ BKB &= \bar{\bar{X}} - 3 \frac{\bar{S}}{C_4 \sqrt{n}} \end{aligned} \quad \dots (2.13)$$

Untuk menyederhanakan Persamaan (2.13), $A_3 = 3/C_4 \sqrt{n}$, hasilnya adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} BKA &= \bar{\bar{x}} + A_3 \bar{S} \\ GP &= \bar{\bar{x}} \\ BKB &= \bar{\bar{x}} - A_3 \bar{S} \end{aligned} \quad \dots (2.14)$$

Pada hasil Persamaan (2.14) yaitu hasil digunakan untuk menghitung diagram kendali \bar{x} dan S.

Nilai konstanta pengali B_3 , B_4 dan A_3 untuk berbagai nilai n dapat dilihat dari Lampiran 1 dan Lampiran 2.

Diagram kendali S merupakan salah satu teknik pengendalian proses statistika yang banyak digunakan dan dikembangkan untuk melihat simpangan baku proses produksi dalam mengontrol variabilitas proses. Asumsi dasar diagram kendali S pada karakteristik kualitas adalah berdistribusi normal. Sehingga kelemahan dari diagram kendali S ini adalah berdistribusi normal dan sangat dipengaruhi ada atau tidaknya pencilan. Oleh karena itu jika data tidak berdistribusi normal atau ada pencilan dalam data, maka diagram kendali S akan sangat terpengaruh (Abu-Shawiesh, 2008). Maka dari itu perlu ada diagram kendali pengganti diagram kendali S.

2.4 Kriteria Proses Terkendali

Menurut *Western Electric* (Montgomery, 2001) menunjukkan seperangkat aturan keputusan untuk mendeteksi pola tidak acak pada diagram kendali yang menyimpulkan bahwa proses tidak terkendali apabila dipenuhi salah satu atau beberapa kriteria berikut :

1. Terdapat 1 titik atau lebih titik yang berada di luar batas kendali.
2. 2 dari 3 titik yang berurutan diluar batas peringatan 2 sigma, tetapi masih di dalam batas pengendali.
3. 4 dari 5 titik plot berturut-turut pada jarak 1sigma atau di luar dari garis tengah
4. 8 titik berturut-turut berada di sisi yang sama dari garis tengah.
5. 7 titik berturut-turut membentuk tren meningkat atau menurun.

Jika diagram kendali proses tidak menunjukkan gejala diatas, atau membentuk pola tidak acak lainnya, kita dapat mengatakan bahwa proses terkendali dan jika menunjukkan gejala diatas maka dikatakan tidak terkendali.

2.5 *Median Absolute Deviation* (MAD)

Median Absolute Deviation (MAD) dianggap salah satu estimasi yang baik untuk σ^2 . Karena sifat yang baik dari estimasi ini digunakan sebagai alternatif diagram kendali simpangan baku S, ketika asumsi normalitas diagram kendali S tidak terpenuhi akan ada pencilan (Adekeye, 2013).

Pada MAD ini kita ketahui bahwa data yang digunakan adalah tidak berdistribusi normal atau ada pencilan. Jika kita ingin membangun diagram kendali variabel (rata-rata proses dan variabilitas proses) berdasarkan MAD, maka akan ada dua diagram kendali yaitu diagram kendali rata-rata proses (\bar{x} berdasarkan MAD)

dan variabilitas proses MAD (Adekeye, 2013). Penaksir bagi σ dengan menggunakan MAD adalah sebagai berikut:

$$\hat{\sigma} = b_n \overline{MAD} \quad \dots (2.15)$$

Dimana $\overline{MAD} = \frac{\sum_{j=1}^m MAD_j}{m}$, b_n adalah suatu nilai yang merupakan fungsi dari

ukuran sampel (n) dan

$$MAD_j = 1,4826 [Median \{X_{ij} - MD\}] \quad \dots (2.16)$$

Dimana 1,4826 adalah konstanta dan $MD_j = Median (X_{ij})$

Dengan demikian, batas kontrol dan garis pusat untuk Shewhart pada diagram kendali S berdasarkan MAD diperoleh dengan menggantikan Persamaan (2.15) ke dalam Persamaan (2.8). Oleh karena itu, batas diagram kendali S berdasarkan MAD adalah

$$\begin{aligned} BKA &= B_6 b_n \overline{MAD} \\ GP &= C_4 b_n \overline{MAD} \\ BKB &= B_5 b_n \overline{MAD} \end{aligned} \quad \dots (2.17)$$

Dimana $B_5 = C_4 - 3\sqrt{1 - C_4^2}$ dan $B_6 = C_4 + 3\sqrt{1 - C_4^2}$.

Persamaan (2.17) dapat disederhanakan dengan menggunakan Persamaan (2.11) dan Persamaan (2.15). Sehingga diperoleh batas kontrol untuk diagram kendali variabilitas MAD adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} BKA &= B_4 b_n \overline{MAD} \\ GP &= b_n \overline{MAD} \\ BKB &= B_3 b_n \overline{MAD} \end{aligned} \quad \dots (2.18)$$

Penurunan diagram kendali \bar{x} berdasarkan MAD dari Persamaan (2.12) dan (2.15) adalah

$$\begin{aligned} BKA &= \bar{\bar{X}} + 3 \frac{b_n \overline{MAD}}{\sqrt{n}} \\ GP &= \bar{\bar{X}} \\ BKB &= \bar{\bar{X}} - 3 \frac{b_n \overline{MAD}}{\sqrt{n}} \end{aligned} \quad \dots (2.19)$$

Untuk $A_6 = \frac{3b_n}{\sqrt{n}}$, maka batas kontrol dalam Persamaan (2.19) adalah

$$\begin{aligned} BKA &= \bar{\bar{X}} + A_6 \overline{MAD} \\ GP &= \bar{\bar{X}} \\ BKB &= \bar{\bar{X}} - A_6 \overline{MAD} \end{aligned} \quad \dots (2.20)$$

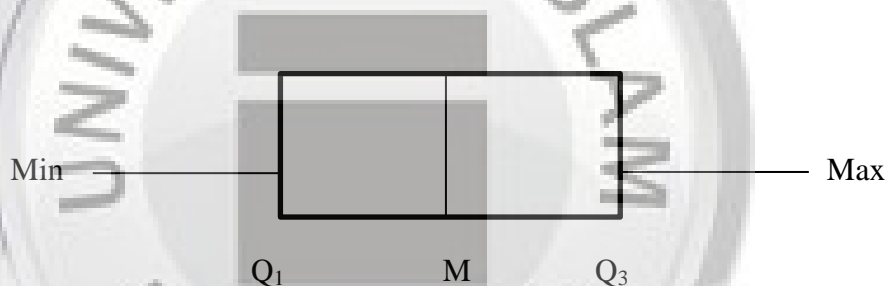
Untuk mengetahui hasil b_n , B_3 , B_4 , dan A_6 dapat dilihat dari tabel pada Lampiran 2 dan 3. Untuk melihat proses terkendali atau tidak terkendali dari diagram kendali MAD sama dengan proses terkendali atau tidak terkendali dari diagram kendali S.

2.6 Pemeriksaan Pencilan Melalui Eksplorasi

Eksplorasi data dapat memberikan gambaran secara lebih menyeluruh dan lebih cepat tentang data terkait dengan distribusi, struktur, ada tidaknya pencilan (*outlier*).

Sebagian besar metode statistika parametrik yang banyak dipakai, dan dikembangkan dengan asumsi bahwa data berdistribusi mengikuti distribusi normal. Eksplorasi secara grafik dapat dilakukan dengan membuat tampilan grafik diantaranya histogram, box plot, QQ-plot atau diagram pencar. Eksplorasi secara grafik dapat memberikan gambaran apakah memenuhi asumsi yang diperlukan.

Dalam skripsi ini, eksplorasi data yang digunakan yaitu *boxplot*. *Boxplot* menampilkan tiga kuartil, minimum dan maksimum dari data pada kotak persegi panjang, baik secara horizontal maupun vertikal. Pada kotak ini terbentuk kisaran interkuartil dengan sebelah kiri (atau bawah) garis pertama yaitu kuartil Q_1 dan sebelah kanan (atau bagian atas) garis ketiga yaitu kuartil Q_3 . Garis yang ditarik pada kotak yaitu kuartil Q_2 (merupakan persentil ke 50 atau median). Garis kedua ujung meluas ke nilai-nilai ekstrim. Garis-garis ini biasanya disebut *whiskers* (kumis). Pada beberapa program komputer, *whiskers* hanya memperpanjang pada jarak 1,5 ($Q_3 - Q_1$) dari ujung kotak, pengamatan diluar batas ini ditandai sebagai *outlier* (Montgomery, 2001). Untuk melihat gambar *boxplot* dapat disajikan pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3 *Boxplot*

Dimana,

Min adalah data terkecil

Max adalah data terbesar

Q_1 adalah kuartil ke 1

M adalah Median

Q_3 adalah kuartil ke 3

Berikut ini adalah langkah-langkah untuk menghitung *boxplot* :

1. Urutkan data dari yang terkecil sampai yang terbesar.
2. Tentukan nilai median untuk setiap data pengamatan.
3. Tentukan pagar dalam yaitu:

$$Q_1 - 1.5(Q_3 - Q_1)$$

$$Q_3 + 1.5(Q_3 - Q_1)$$

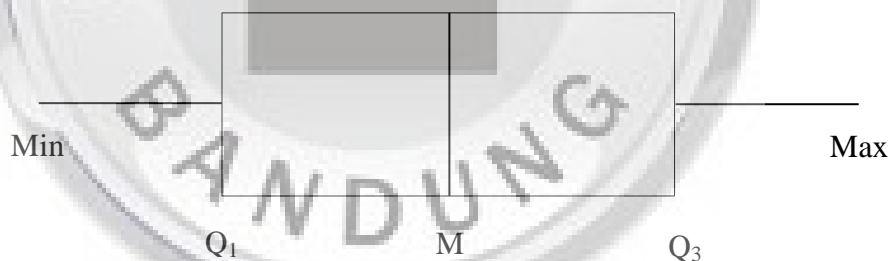
4. Tentukan pagar luar yaitu:

$$Q_1 - 3(Q_3 - Q_1)$$

$$Q_3 + 3(Q_3 - Q_1)$$

5. Nilai data yang melewati batas pagar dalam disebut *outlier*.
6. Nilai data yang melewati batas pagar luar disebut *far outlier*.
7. Buat gambar *boxplot* berikut:

- a) Jika tidak terdapat *outlier*



- b) Jika terdapat *outlier*

