BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Pendahuluan

Pada bab sebelumnya telah dipaparkan langkah-langkah untuk penaksiran besar klaim optimal menggunakan metode *linear empirical Bayesian* yang diaplikasikan untuk perhitungan premi asuransi kendaraan bermotor di Indonesia. Pada Bab IV ini, hasil-hasil dari penerapan langkah-langkah akan disajikan. Diawali dengan uji kecocokan distribusi terlebih dahulu untuk menentukan distribusi dari data frekuensi klaim dan besar klaim yang diperoleh. Kemudian langkah selanjutnya penaksiran besar klaim dengan menggunakan metode *Linear Empirical Bayesian* dan perhitungan taksiran premi.

4.2 Hasil Pengujian Kecocokan Distribusi Frekuensi Klaim

Dalam bagian ini akan dilakukan uji kecocokan distribusi untuk data frekuensi klaim pemegang polis asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia. Dua distribusi akan diuji kecocokannya untuk data tersebut, yaitu distribusi Poisson dan distribusi binomial negatif.

4.2.1 Pengujian Kecocokan Chi-Kuadrat untuk Distribusi Poisson

Dalam bagian ini akan dilakukan pengujian kecocokan distribusi Poisson pada data frekuensi klaim pemegang polis asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia menggunakan uji kecocokan chi-kuadrat. Hipotesis untuk pengujian tersebut adalah:

H_0 : Data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berasal dari populasi yang berdistribusi Poisson.

repository.unisba.ac.id

H_1 : Data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia bukan berasal dari populasi yang berdistribusi Poisson.

Langkah selanjutnya adalah menghitung nilai rata-rata dan variansi data frekuensi klaim pemegang polis asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia dengan menggunakan Persamaan (2.7) dan Persamaan (2.8). Nilai rata-rata dan variansinya masing-masing adalah

$$\bar{k} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} k_i$$
$$= \frac{0+0+\cdots+0+1+1+\cdots+1+2+2+\cdots+2}{2.068} + \frac{3+3+\cdots+3+4+4+4+5+5+5}{2.068}$$
$$= \frac{(0\times 1.911)+(1\times 115)+(2\times 21)+(3\times 15)+(4\times 3)+(5\times 3)}{2.068}$$
$$= 0{,}1107.$$

dan

$$s_k^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(k_i-\bar{k}\right)^2}{n-1}$$
$$= \frac{(0-0{,}1107)^2+(0-0{,}1107)^2+\cdots+(5-0{,}1107)^2+(5-0{,}1107)^2}{2.068-1}$$
$$= 8{,}3853.$$

Dengan metode penaksiran kemungkinan maksimum, taksiran parameter dari distribusi Poisson dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan (2.7). Hasil penaksirannya adalah $\hat{\lambda} = \bar{k} = 0{,}1107$.

Berdasarkan nilai taksiran parameter distribusi Poisson yang telah diperoleh, dapat dihitung nilai taksiran peluang untuk setiap frekuensi klaim menggunakan Persamaan (2.6). Secara umum, nilai taksiran peluang untuk setiap kategori frekuensi klaim adalah:

$$P(K=k) = p_k = \frac{e^{-\hat{\lambda}}\hat{\lambda}^k}{k!}, \qquad \text{untuk } k = 0, 1, 2, \ldots$$

Nilai taksiran peluang untuk frekuensi klaimnya 0 ($k = 0$) adalah

$$P(K=0)=p_0=\frac{e^{-0,1107}0,1107^0}{0!}=0,8951$$

Nilai taksiran peluang untuk frekuensi klaimnya 1 ($k=1$) adalah

$$P(K=1)=p_1=\frac{e^{-0,1107}0,1107^1}{1!}=0,0991$$

Nilai taksiran peluang untuk frekuensi klaimnya 2 ($k=2$) adalah

$$P(K=2)=p_2=\frac{e^{-0,1107}0,1107^2}{2!}=0,0054$$

Hasil selengkapnya nilai taksiran peluang untuk setiap frekuensi klaim disajikan dalam Tabel 4.1 kolom (3). Kolom (1) berisikan frekuensi klaim, kolom (2) berisikan banyaknya pemegang polis yang mengajukan klaim.

Berdasarkan nilai taksiran peluang frekuensi klaim tersebut, dapat dihitung nilai harapan untuk setiap frekuensi klaim, np_k, untuk setiap k, yaitu dengan mengalikan p_k dengan ukuran sampel. Nilai harapan untuk frekuensi klaimnya 0 ($k=0$) adalah

$$np_0=n\times p_0=2.068\ x\ 0,8951=1.851,2240.$$

Nilai harapan untuk frekuensi klaimnya 1 ($k=1$) adalah

$$np_1=n\times p_1=2.068\ x\ 0,0991=204,9953.$$

Nilai harapan untuk frekuensi klaimnya 2 ($k=2$) adalah

$$np_2=n\times p_2=2.068\ x\ 0,0054=11,3500.$$

Hasil selengkapnya untuk nilai harapan tersebut disajikan dalam Tabel 4.1 kolom (4).

Tabel 4.1 Taksiran Nilai Peluang dan Harapan Terjadinya Klaim.

Frekuensi Klaim k	**Banyaknya Pemegang Polis n_k**	**Peluang Terjadinya Klaim p_k**	**Nilai Harapan Terjadinya Klaim (np_k)**
(1)	**(2)**	**(3)**	**(4)**
0	1.911	0,8951	1.851,224
1	115	0,0991	204,9953
2	21	0,0054	11,3500
3	15	0,0002	0,4189
4	3	0,000005	0,0115
5	3	0,0000001	0,0002
Jumlah	**2.068**	**1**	**2.068**

Terlihat bahwa ada nilai harapan terjadinya klaim yang kurang dari 5 untuk frekuensi klaim 3, frekuensi klaim 4, dan frekuensi klaim 5. Oleh karena itu untuk frekuensi klaim 2, 3, 4, dan 5 akan digabungkan untuk mendapatkan nilai harapan yang lebih besar dari 5. Hasil penggabungannya disajikan dalam Tabel 4.2. Terlihat dalam Tabel 4.2. kolom (1) terdapat frekuensi klaim yang telah digabungkan, yaitu frekuensi klaim ≥ 2 dengan banyaknya pemegang polis yang mengajukan klaimnya ada sebanyak 42 pemegang polis (lihat Tabel 4.2 kolom (2)). Dengan demikian taksiran peluang terjadinya klaim dan nilai harapan terjadinya klaim juga digabungkan. Hasilnya masing-masing disajikan dalam Tabel 4.2 kolom (3) dan (4). Tabel 4.2 kolom (5) berisikan nilai-nilai yang diperlukan untuk menghitung nilai statistik uji chi-kuadrat yang ada pada Persamaan (2.19).

Nilai statistik uji chi-kuadrat-nya ada dalam Tabel 4.2 kolom (5) baris terakhir, yaitu 118,9540. Dengan taraf nyata 5%, nilai kuantil distribusi chi-kuadrat dengan derajat bebas 1 $(3 - 1 - 1)$ adalah 3,84. Terlihat bahwa nilai statistik ujinya lebih besar dibandingkan dengan kuantilnya (118,9540 > 3,84). Dengan demikian hipotesis nol ditolak dan disimpulkan bahwa data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia bukan berasal dari populasi yang berdistribusi Poisson. Dengan demikian diperlukan distribusi lain yang dapat memodelkan data frekuensi klaim pemegang polis asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia. Karena varians sampelnya $(s_k^2 = 8{,}3853)$ melebihi rata-rata sampelnya $(\bar{k} = 0{,}1107)$, hal ini dikenal dalam statistika sebagai masalah overdispersi. Salah satu distribusi yang mampu menangani masalah overdispersi pada distribusi Poisson adalah distribusi binomial negatif. Untuk itu pada bagian selanjutnya akan dilakukan uji kecocokan distribusi binomial negatif.

repository.unisba.ac.id

Tabel 4.2. Nilai-Nilai yang Dibutuhkan untuk Perhitungan Statistik Uji

Frekuensi Klaim (k)	Banyaknya Pemegang Polis (n_k)	Peluang Terjadinya Klaim (p_k)	Nilai Harapan Terjadinya Klaim (np_k)	$\frac{(n_k - np_k)^2}{np_k}$
(1)	**(2)**	**(3)**	**(4)**	**(5)**
0	1.911	0,9851	1.851,224	1,9302
1	115	0,0991	204,9953	39,5089
≥ 2	42	0,0056	11,7808	77,5149
Jumlah	**2.068**	**1**	**2.068**	**118,9540**

4.2.2 Pengujian Kecocokan Chi-Kuadrat untuk Distribusi Binomial Negatif

Dalam bagian ini dilakukan pengujian kecocokan distribusi binomial negatif pada data frekuensi klaim pemegang polis asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia menggunakan uji kecocokan chi-kuadrat. Hipotesis untuk pengujian tersebut adalah:

H_0: Data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berasal dari populasi yang berdistribusi binomial negatif.

H_1 : Data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia bukan berasal dari populasi yang berdistribusi binomial negatif.

Langkah selanjutnya adalah menghitung taksiran parameter distribusi binomial negatif dengan menggunakan metode Newton-Raphson, yang merupakan solusi dari Persamaan (2.14) dan (2.15).

Tabel 4.3. Nilai Taksiran Parameter a.

Iterasi	$\hat{a}$
1	0,1250
2	0,1224
3	0,1225
4	0,1225

Dengan bantuan perangkat lunak Matlab 2015a (programnya pada Lampiran 4), diperoleh hasil penaksiran parameter a untuk berbagai iterasi. Hasilnya disajikan dalam Tabel 4.3. Berdasarkan nilai taksiran parameter a yang ada pada Tabel 4.3.

repository.unisba.ac.id

dapat disimpulkan bahwa proses iterasi sudah konvergen di iterasi ke-4, dengan nilai taksiran parameter a, adalah $\hat{a} = 0{,}1225$. Sedangkan taksiran parameter τ dihitung menggunakan Persamaan (2.15), yaitu $\hat{\tau} = \hat{a}/\bar{k} = 0{,}1225/0{,}1107 = 1{,}1061$.

Berdasarkan nilai-nilai taksiran parameter distribusi binomial negatif yang telah diperoleh, dapat dihitung nilai taksiran peluang untuk setiap frekuensi klaim menggunakan Persamaan (2.11) dan (2.12). Secara umum, nilai taksiran peluang untuk setiap kategori frekuensi klaim pemegang polis asuransi kendaraan bermotor di Indonesia adalah:

$$p_{k+1} = \frac{k + \hat{a}}{(k+1)(1+\hat{\tau})} p_k, k = 0, 1, 2, \cdots$$

dan

$$p_0 = \left(\frac{\hat{\tau}}{1+\hat{\tau}}\right)^{\hat{a}}.$$

Nilai taksiran peluang untuk frekuensi klaim 0 adalah

$$p_0 = \left(\frac{\hat{\tau}}{1+\hat{\tau}}\right)^{\hat{a}} = \left(\frac{1{,}1061}{1+1{,}1061}\right)^{0{,}1225} = 0{,}9241.$$

Nilai taksiran peluang untuk frekuensi klaim 1 adalah

$$p_{0+1} = p_1 = \frac{0 + \hat{a}}{(0+1)(1+\hat{\tau})} p_0 = \frac{0 + 0{,}1225}{(0+1)(1+1{,}1061)} \times 0{,}9241.$$
$$= 0{,}0537.$$

Nilai taksiran peluang untuk frekuensi klaim 2 adalah

$$p_{1+1} = p_2 = \frac{1 + \hat{a}}{(1+1)(1+\hat{\tau})} p_1 = \frac{1 + 0{,}1225}{(1+1)(1+1{,}1061)} \times 0{,}0537$$
$$= 0{,}0143.$$

Nilai taksiran peluang untuk frekuensi klaim 3 adalah

$$p_{2+1} = p_3 = \frac{2 + \hat{a}}{(2+1)(1+\hat{\tau})} p_2 = \frac{2 + 0{,}1225}{(2+1)((1+1{,}1061)} \times 0{,}0143$$
$$= 0{,}0048.$$

repository.unisba.ac.id

Hasil selengkapnya nilai taksiran peluang untuk setiap frekuensi klaim disajikan dalam Tabel 4.4 kolom (3). Kolom (1) berisikan frekuensi klaim, kolom (2) berisikan banyaknya pemegang polis yang mengajukan klaim.

Berdasarkan nilai taksiran peluang frekuensi klaim tersebut, dapat dihitung nilai harapan untuk setiap frekuensi klaim, np_k, untuk setiap k, yaitu dengan mengalikan p_k dengan ukuran sampel. Nilai harapan untuk frekuensi klaimnya 0 ($k = 0$) adalah:

$$np_0 = 2.068 \times 0{,}9241 = 1.911{,}1253.$$

Nilai harapan untuk frekuensi klaimnya 1 ($k = 1$) adalah

$$np_1 = 2.068 \times 0{,}0537 = 111{,}1594.$$

Nilai harapan untuk frekuensi klaimnya 2 ($k = 2$) adalah

$$np_2 = 2.068 \times 0{,}0143 = 29{,}6226.$$

Hasil selengkapnya untuk nilai harapan tersebut disajikan dalam Tabel 4.4 kolom (4).

Tabel 4.4 Taksiran Nilai Peluang dan Harapan Terjadinya Klaim.

Frekuensi Klaim (k)	**Banyaknya Pemegang Polis (n_k)**	**Peluang Terjadinya Klaim (p_k)**	**Nilai Harapan Terjadinya Klaim (np_k)**
(1)	**(2)**	**(3)**	**(4)**
0	1.911	0,9241	1.911,1253
1	115	0,0537	111,1594
2	21	0,0143	29,6226
3	15	0,0048	9,9511
4	3	0,0017	3,6884
5	3	0,0011	2,4531
Jumlah	**2.068**	**1**	**2.068**

Terlihat bahwa ada nilai harapan terjadinya klaim yang kurang dari 5 untuk frekuensi klaim 4 dan frekuensi klaim 5. Oleh karena itu frekuensi klaim 4 dan 5 akan digabungkan untuk mendapatkan nilai harapan yang lebih besar dari 5. Hasil penggabungannya disajikan dalam Tabel 4.5. Terlihat dalam Tabel 4.5. kolom (1) terdapat frekuensi klaim yang telah digabungkan, yaitu frekuensi klaim ≥ 4 dengan banyaknya pemegang polis yang mengajukan klaimnya ada sebanyak 6 pemegang

repository.unisba.ac.id

polis (lihat Tabel 4.5 kolom (2)). Dengan demikian taksiran peluang terjadinya klaim dan nilai harapan terjadinya klaim juga digabungkan. Hasilnya masing-masing disajikan dalam Tabel 4.5 kolom (3) dan (4). Tabel 4.5 kolom (5) berisikan nilai-nilai yang diperlukan untuk menghitung nilai statistik uji chi-kuadrat yang ada pada Persamaan (2.19).

Nilai statistik uji chi-kuadrat-nya ada dalam Tabel 4.5 kolom (5) baris terakhir, yaitu 5,2075. Dengan taraf nyata 5%, nilai kuantil distribusi chi-kuadrat dengan derajat bebas 2 $(5 - 2 - 1)$, adalah 5,99. Terlihat bahwa nilai statistik ujinya lebih kecil dibandingkan dengan kuantilnya (5,2075 < 5,99). Dengan demikian hipotesis nol diterima dan disimpulkan bahwa data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berasal dari populasi yang berdistribusi binomial negatif.

Tabel 4.5. Nilai-Nilai yang Dibutuhkan untuk Perhitungan Statistik Uji

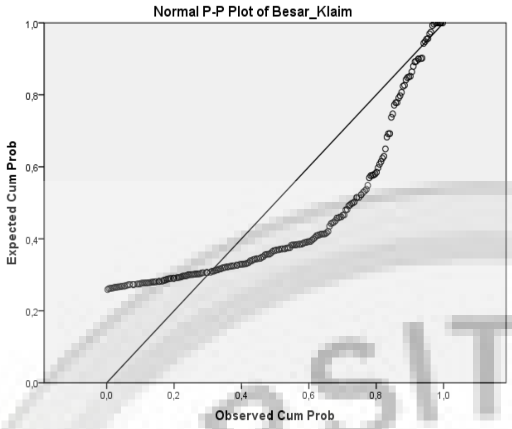
Frekuensi Klaim (k)	Banyaknya Pemegang Polis (n_k)	Peluang Terjadinya Klaim (p_k)	Nilai Harapan Terjadinya Klaim (np_k)	$\frac{(n_k - np_k)^2}{np_k}$
(1)	**(2)**	**(3)**	**(4)**	**(5)**
0	1.911	0,9241	1.911,1253	0,000008
1	115	0,0537	111,1594	0,1326
2	21	0,0143	29,6226	2,5098
3	15	0,0048	9,9511	2,5616
≥4	6	0,0029	6,1415	0,0032
Jumlah	**2.068**	**1**	**2.068**	**5,2075**

4.3 Hasil Pengujian Kecocokan Distribusi untuk Besar Klaim

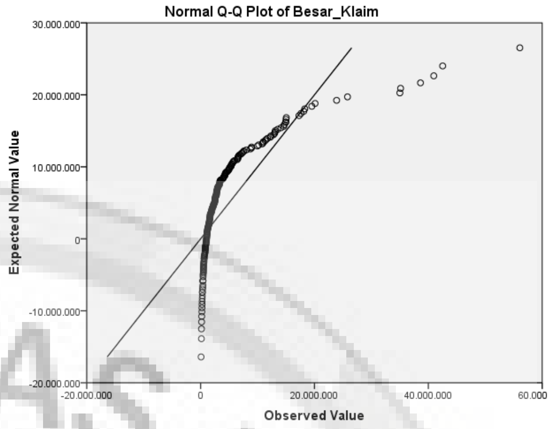
Pendekatan awal untuk menguji kecocokan distribusi data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia adalah uji visual atau grafik. Normal PP plot, Normal QQ plot, Box-Plot dan plot Stem-and-Leaf digunakan menguji secara visual data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di

repository.unisba.ac.id

Indonesia. Dengan bantuan perangkat lunak SPSS 19 diperoleh plot-plot tersebut. Hasilnya disajikan dalam Gambar 4.1, Gambar 4.2, dan Gambar 4.3.



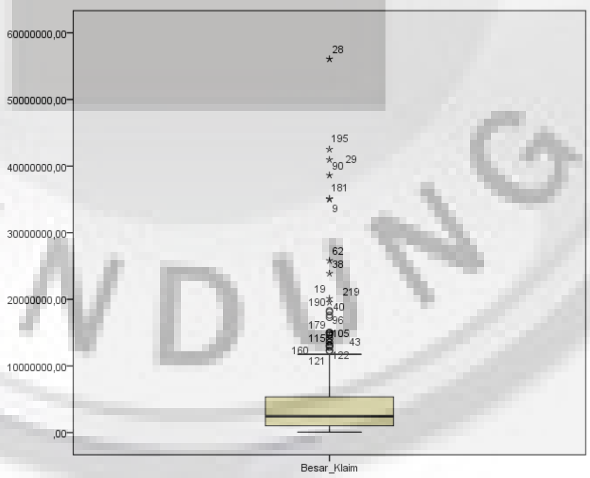
(a)



(b)

Gambar 4.1 (a) Normal PP Plot untuk Data Besar Klaim
(b) Normal QQ Plot untuk Data Besar Klaim

Berdasarkan Gambar 4.1 terlihat bahwa titik-titik pada Normal PP plot dan Normal QQ plot tidak menyebar di sekitar garis diagonal. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia tidak berdistribusi normal.



Gambar 4.2 Box-Plot untuk Data Besar Klaim

```
Besar_Klaim Stem-and-Leaf Plot

 Frequency    Stem &  Leaf

    55,00        0 .  0111122222233333444444444455555555666666777788888889999
    49,00        1 .  0000000001111111222333344455555566666666778899999 9
    35,00        2 .  00122222234445555555667777788899999
    15,00        3 .  011233333345899
    12,00        4 .  012223446799
    11,00        5 .  00133355677
     8,00        6 .  04555679
     4,00        7 .  1346
     4,00        8 .  0799
     1,00        9 .  9
     3,00       10 .  189
     4,00       11 .  0357
    28,00 Extremes    (>=12250000)

 Stem width:   1000000
 Each leaf:       1 case(s)
```

Gambar 4.3 Stem-and-Leaf Plot untuk Data Besar Klaim

Berdasarkan Box-Plot Gambar 4.2, terlihat data besar klaim sebagian besar terkonsentrasi di nilai-nilai pengamatan yang kecil. Nilai median, nilai kuartil 1 dan nilai kuartil 3 juga berada di nilai-nilai pengamatan yang kecil. Sementara itu nilai pengamatan yang lainnya berada di nilai-nilai pengamatan yang besar. Hal ini menggambarkan bahwa distribusi dari data besar klaim adalah miring ke kanan atau tidak berdistribusi normal. Sebagaimana Gambar 4.2, Stem-and-Leaf yang ada pada Gambar 4.3 membuktikan bahwa data besar klaim adalah miring ke kanan atau tidak berdistribusi normal. Dari hasil uji visual Normal PP plot, Normal QQ plot, Box-Plot dan plot Stem-and-Leaf dapat disimpulkan bahwa data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia tidak berdistribusi normal.

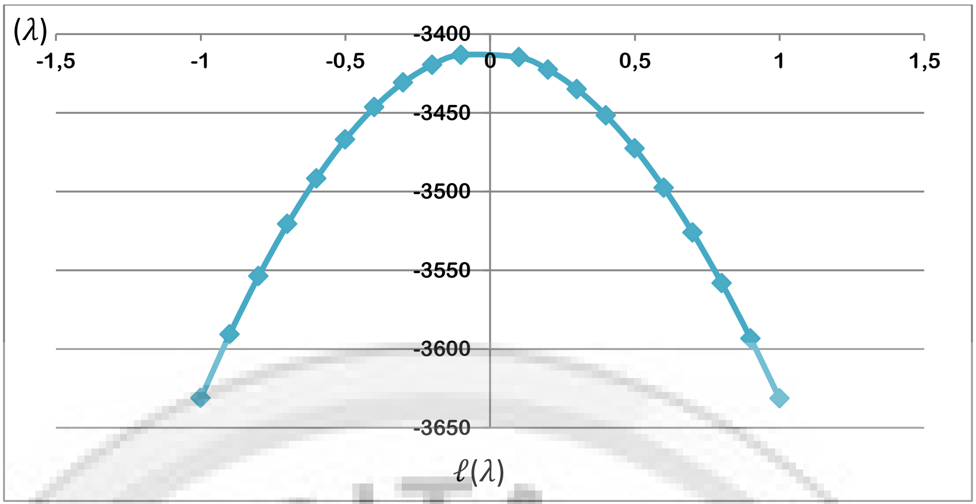
Berikut ini akan dilakukan transformasi Box-Cox untuk data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia. Beberapa nilai parameter λ untuk transformasi Box-Cox akan dicobakan ke data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia. Nilai-nilai λ tersebut disajikan pada Tabel 4.6 pada kolom (1). Tabel 4.6 kolom (2) berisikan nilai-nilai logaritma natural fungsi kemungkinan dari data besar klaim.

Tabel 4.6 Nilai Parameter λ dan
Nilai Logaritma Natural Fungsi Kemungkinan

(λ)	$\ell(\lambda)$
-1	-3.631,25
-0,9	-3.590,69
-0,8	-3.553,74
-0,7	-3.520,64
-0,6	-3.491,6
-0,5	-3.466,82
-0,4	-3.446,46
-0,3	-3.430,67
-0,2	-3.419,55
-0,1	-3.413,18
0,1	-3.414,72
0,2	-3.422,54
0,3	-3.434,91
0,4	-3.451,67
0,5	-3.472,62
0,6	-3.497,51
0,7	-3.526,11
0,8	-3.558,14
0,9	-3.593,33
1	-3.631,42

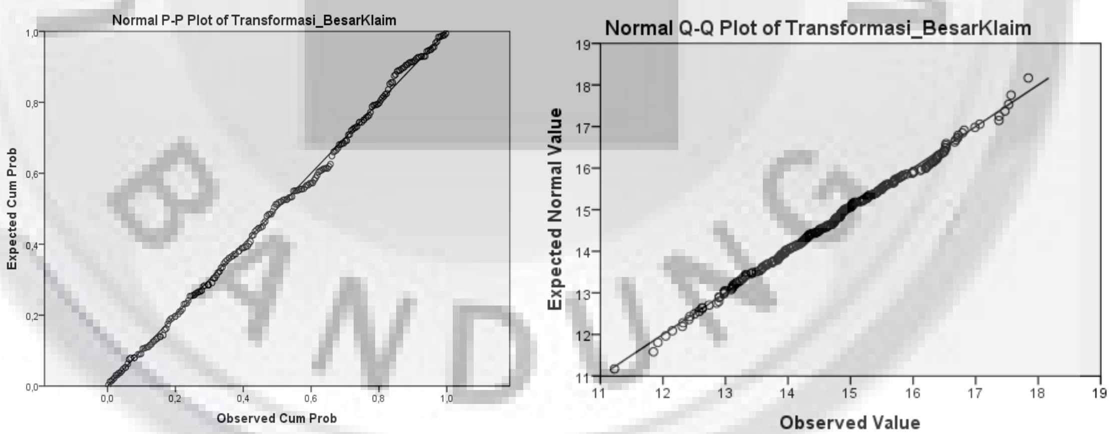
Berdasarkan kedua nilai yang ada pada kolom (1) dan (2) pada Tabel 4.6 dapat digambarkan hubungan antara nilai λ dan nilai logaritma natural fungsi kemungkinan dari data besar klaim. Gambar 4.4 mengilustrasikan hubungan tersebut. Terlihat bahwa nilai maksimum dari logaritma natural fungsi kemungkinan terjadi di nilai $\lambda = 0$. Berdasarkan Tabel 2.2, ketika nilai $\lambda = 0$ maka transformasi yang digunakan adalah logaritma natural. Dengan demikian agar data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berdistribusi normal maka harus ditransformasi dengan logaritma natural. Berdasarkan hal tersebut dapat diduga bahwa data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berdistribusi lognormal. Hasil transformasi Box-Cox menggunakan perangkat lunak Minitab 16 disajikan dalam Lampiran 5.

repository.unisba.ac.id



Gambar 4.4 Hubungan Antara Nilai λ dan
Nilai Logaritma Natural Fungsi Kemungkinan

Setelah diperoleh hasil transformasi untuk data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia, langkah selanjutnya adalah melakukan kembali uji visual terhadap data hasil transformasi dengan Normal PP Plot, Normal QQ Plot, Boxplot dan Stem-and-Leaf. Hasilnya disajikan dalam Gambar 4.5, Gambar 4.6, dan Gambar 4.7.



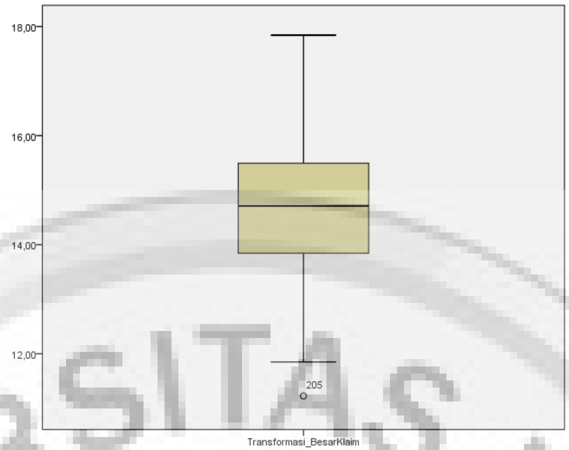
(a) (b)

Gambar 4.5 (a) Normal PP Plot untuk Transformasi Data Besar Klaim
(b) Normal QQ Plot untuk Transformasi Data Besar Klaim

Berdasarkan Gambar 4.5 terlihat bahwa titik-titik pada Normal PP plot dan Normal QQ plot menyebar di sekitar garis diagonal. Dengan demikian dapat diduga

repository.unisba.ac.id

bahwa hasil tranformasi logaritma natural data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berdistribusi normal.



Gambar 4.6 Box-Plot untuk Transformasi Data Besar Klaim

```
Transformasi_BesarKlaim Stem-and-Leaf Plot

 Frequency    Stem &  Leaf

     1,00 Extremes    (=<11,2)
     2,00       11 .  89
     6,00       12 .  013344
    14,00       12 .  55667888888999
    18,00       13 .  011111122223333444
    30,00       13 .  555555666677778888888889999999
    32,00       14 .  00000111122222222223333333444444
    39,00       14 .  555566666677777777777788888888888889999
    30,00       15 .  000000000111222222222334444444444
    19,00       15 .  5555566666777788889
    19,00       16 .  0011122222333333444
    12,00       16 .  555556677789
     4,00       17 .  0334
     3,00       17 .  558

 Stem width:      1,00
 Each leaf:       1 case(s)
```

Gambar 4.7 Stem-and-Leaf Plot untuk Transformasi Data Besar Klaim

Berdasarkan Box-Plot Gambar 4.6, terlihat transformasi logaritma natural data besar klaim berbentuk simetris. Hal ini dapat diduga bahwa hasil tranformasi logaritma natural data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berdistribusi normal. Sebagaimana Gambar 4.7, Stem-and-Leaf yang ada pada Gambar 4.8 menunjukkan bahwa transformasi logaritma natural data besar klaim membentuk kurva normal atau berdistribusi normal.

repository.unisba.ac.id

Dari hasil uji visual Normal PP plot, Normal QQ plot, Box-Plot dan plot Stem-and-Leaf dapat disimpulkan bahwa transformasi logaritma natural data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berdistribusi normal. Berdasarkan hal tersebut dapat diduga bahwa data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berdistribusi lognormal.

Untuk membuktikan data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berdistribusi lognormal, akan dilakukan uji kecocokan secara formal menggunakan uji Anderson-Darling. Perumusan hipotesisnya yaitu:

H_0 : Data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berasal dari populasi yang berdistribusi lognormal.

H_1 : Data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia bukan berasal dari populasi yang berdistribusi lognormal.

Statistik uji untuk hipotesis di atas ada pada Persamaan (2.19). Untuk membantu menghitung statistik uji, dihitung nilai-nilai sebagaimana yang ada pada Tabel 4.7. Kolom (1) menjelaskan urutan data, kolom (2) memuat data pengamatan yang sudah diurutkan dari nilai yang terkecil hingga terbesar. Kolom (3) merupakan nilai fungsi distribusi kumulatif dari distribusi lognormal untuk data yang ada di kolom (2). Untuk menghitung nilai yang ada di kolom (3) digunakan Persamaan (2.20) dan dibutuhkan nilai taksiran parameter θ dan σ dari distribusi lognormal. Nilai taksirannya dihitung berdasarkan Persamaan (2.17) dan Persamaan (2.18), yaitu:

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ln x_i = \frac{1}{229}\sum_{i=1}^{229} \ln x_i$$

$$= \frac{\ln(3.100.000) + \ln(6.575.000) + \cdots + \ln(1.975.000)}{229}$$

$$= 14{,}6698.$$

dan

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{229-1}\sum_{i=1}^{229}(\ln x_i - 14{,}6698)^2$$

$$= \frac{1}{228}[\ln(3.100.000) - 14{,}6698]^2 + \cdots + [\ln(1.975.000) - 14{,}6698]^2$$

$$= 1{,}5844$$

$$\hat{\sigma} = 1{,}2587.$$

Berdasarkan nilai taksiran μ dan σ di atas, dapat dihitung nilai taksiran fungsi distribusi kumulatif dari distribusi lognormal dengan menggunakan Persamaan (2.16). Misal untuk data urutan pertama, $x_{(1)} = 75.000$, nilai taksiran fungsi distribusi kumulatif dari distribusi lognormalnya adalah:

$$\hat{F}(x_{(1)}) = \Phi\left(\frac{\ln(75.000) - 14{,}6698}{1{,}2587}\right) = 0{,}0031.$$

Nilai taksiran fungsi distribusi kumulatif dari distribusi lognormal untuk data yang lainnya dihitung dengan cara yang sama sebagaimana di atas.

Selanjutnya kolom (4) berisikan nilai logaritma natural dari nilai taksiran fungsi distribusi kumulatif dari distribusi lognormal yang ada pada kolom (3). Kolom (5) merupakan nilai logaritma natural dari satu dikurangi nilai taksiran fungsi distribusi kumulatif dari distribusi lognormal. Kolom (6) memuat nilai yang sama dengan kolom (5) dimana urutannya dibalik dari data urutan terbesar ke terkecil. Kolom (7) yaitu 2 kali nilai kolom (1) dikurangi 1 dan hasilnya dibagi 2. Sedangkan kolom (8) adalah hasil perkalian dari kolom (7) dengan hasil penjumlahan kolom (4) dan kolom (6).

Dengan bantuan hasil perhitungan yang ada pada Tabel 4.7, dapat dihitung statistik uji Anderson-Darling dengan menggunakan Persamaan (2.20) yaitu:

$${A_n}^2 = -\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{2i-1}{n}\right)\left[ln\left(\hat{F}(X_{(i)})\right) + ln\left(1 - \hat{F}(X_{(n+1-i)})\right)\right] - n$$

$$= -(-229{,}245) - 229 = 0{,}245.$$

repository.unisba.ac.id

Dari hasil perhitungan diperoleh nilai statistik uji Anderson-Darling (AD) yaitu 0,245. Dengan taraf nyata α =5%, nilai kritisnya adalah 3,857. Terlihat bahwa nilai statitik uji Anderson-Darling di atas lebih kecil dibandingkan dengan nilai kritisnya, sehingga hipotesis nol diterima dan disimpulkan bahwa data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia berasal dari populasi yang berdistribusi lognormal.

Tabel 4.7 Hasil Perhitungan untuk Uji Anderson-Darling

i	$X_{(i)}$	$\hat{F}(X_{(i)})$	$\ln(\hat{F}(X_{(i)}))$	$\ln(1-\hat{F}(X_{(i)}))$	$\ln(1-\hat{F}(X_{(n+1-i)}))$	$\frac{2(i)-1}{n}$	$(7)x[(4)+(6)]$
(1)	**(2)**	**(3)**	**(4)**	(5)	(6)	(7)	(8)
1	75.000	0,0031	-5,7746	-0,0031	-5,1387	0,0044	-0,0477
2	140.000	0,0125	-4,3799	-0,0126	-4,5362	0,0131	-0,1168
3	150.000	0,0144	-4,2394	-0,0145	-4,4581	0,0218	-0,1899
4	170.000	0,0185	-3,9914	-0,0186	-4,3371	0,0306	-0,2546
5	189.400	0,0227	-3,7844	-0,0230	-4,1455	0,0393	-0,3117
6	222.000	0,0304	-3,4919	-0,0309	-4,1387	0,0480	-0,3665
7	225.000	0,0312	-3,4679	-0,0317	-3,5582	0,0568	-0,3989
8	247.120,2	0,0368	-3,3024	-0,0375	-3,4199	0,0655	-0,4403
9	250.000	0,0375	-3,2823	-0,0383	-3,1230	0,0742	-0,4755
10	269.800	0,0428	-3,1519	-0,0437	-3,0742	0,0830	-0,5166
11	290.000	0,0483	-3,0314	-0,0495	-2,9658	0,0917	-0,5500
12	305.399	0,0525	-2,9467	-0,0539	-2,9506	0,1004	-0,5923
13	305.399	0,0525	-2,9467	-0,0539	-2,9052	0,1092	-0,6389
14	340.700	0,0625	-2,7725	-0,0645	-2,8744	0,1179	-0,6658
15	384.610	0,0753	-2,5869	-0,0782	-2,6584	0,1266	-0,6643
⋮							
225	35.120.000	0,9842	-0,0160	-4,1455	-0,0230	1,9607	-0,0764
226	38.620.250	0,9869	-0,0132	-4,3371	-0,0186	1,9694	-0,0626
227	40.954.722	0,9884	-0,0117	-4,4581	-0,0145	1,9782	-0,0518
228	42.516.655	0,9893	-0,0108	-4,5362	-0,0126	1,9869	-0,0464
229	56.067.000	0,9941	-0,0059	-5,1387	-0,0031	1,9956	-0,0179
						Jumlah	**-229,245**

4.4 Hasil Penaksiran Besar Klaim Menggunakan LEB

Dalam bagian ini akan dilakukan perhitungan taksiran besar klaim yang optimal di masa datang untuk asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia dengan menggunakan teori LEB. Dalam perhitungannya, teori LEB ini membutuhkan nilai parameter σ^2. Nilai σ^2 dihitung berdasarkan data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia pada tahun sebelumnya (tahun 2010). Dengan menggunakan Persamaan ((2.32) dan (3.34) diperoleh

$$\begin{aligned}\overline{\ln x^p} &= \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \ln x_i^p \\ &= \frac{\ln(1.100.000) + \ln(1.275..000) + \cdots + \ln(775.000)}{577} \\ &= 14{,}6802.\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(\ln x_i^p - \overline{\ln x^p})^2 \\ &= \frac{1}{577-1}\sum_{i=1}^{577}(\ln x_i - 14{,}6802)^2 \\ &= \frac{1}{576}[\ln(1.100.000) - 14{,}6802]^2 + \cdots + [\ln(775.000) - 14{,}6802]^2 \\ &= 1{,}4300.\end{aligned}$$

Langkah selanjutnya adalah menghitung rata-rata dan varians dari data besar klaim yang dilogaritmanaturalkan menggunakan Persamaan (2.30) dan (2.31). Hasilnya adalah:

$$\begin{aligned}\overline{\ln x} &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ln x_i \\ &= \frac{\ln(3.100.000) + \ln(6.575.000) + \cdots + \ln(1.975.000)}{229} \\ &= 14{,}6698.\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}s^2 &= \frac{1}{229-1}\sum_{i=1}^{229}(\ln X_i - 14{,}6698)^2 \\ &= \frac{[\ln(3.100.000) - 14{,}6698]^2 + \cdots + [\ln(1.975.000) - 14{,}6698]^2}{228} \\ &= 1{,}5844.\end{aligned}$$

repository.unisba.ac.id

Selanjutnya adalah menghitung nilai logaritma natural data pengamatan terakhir besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia. Nilai tersebut adalah $\ln(1.975.000) = 14{,}4960$.

Berdasarkan hasil-hasil perhitungan di atas, maka taksiran parameter θ yang ada dalam rumus ekspektasi besar klaim yang optimal adalah:

$$\begin{aligned}\hat{\theta} &= \left(1 - \frac{\sigma^2}{s^2}\right)\ln x + \frac{\sigma^2}{s^2}\overline{\ln x}\\ &= \left(1 - \frac{1{,}43}{1{,}5844}\right)14{,}4960 + \frac{1{,}43}{1{,}5844}14{,}6698\\ &= 14{,}6528.\end{aligned}$$

Dengan menggunakan penaksir parameter θ di atas dan dengan menggunakan rumus pada Persamaan (2.28), maka nilai taksiran ekspektasi besar klaim yang optimal di masa yang akan datang adalah:

$$\begin{aligned}E(X) &= \exp\left(\theta + \frac{1}{2}\sigma^2\right)\\ &= \exp\left(14{,}6528 + \frac{1{,}43}{2}\right)\\ &= 4.722.483.\end{aligned}$$

Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa taksiran ekspektasi besar klaim yang optimal seorang pemegang polis di masa yang akan datang untuk asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia adalah sebesar Rp. 4.722.483. setiap kali klaim.

4.5 Hasil Perhitungan Premi di Masa Datang

Berdasarkan hasil yang diperoleh pada Subbab 4.2, distribusi yang cocok untuk data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia adalah distribusi binomial negatif dengan nilai taksiran parameternya $\hat{\alpha} = 0{,}1225$ dan $\hat{\tau} = 1{,}1061$. Dengan menggunakan Persamaan (2.13), maka taksiran ekspektasi frekuensi klaimnya adalah:

repository.unisba.ac.id

$$E(K) = \frac{\hat{a}}{\hat{\tau}} = \frac{0{,}1225}{1{,}1061} = 0{,}1107.$$

Ini menunjukkan bahwa ekspektasi frekuensi atau banyaknya klaim seorang pemegang polis di masa yang akan datang untuk asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia adalah sebesar 0,1107. Dengan kata lain, misalkan terdapat 10.000 pemegang polis asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia di masa yang akan datang, maka akan ada sebanyak 1.107 klaim yang diajukan oleh pemegang polis.

Berdasarkan hasil yang diperoleh pada Subbab 4.4, distribusi yang cocok untuk data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia adalah distribusi lognormal dengan nilai taksiran parameter $\hat{\theta} = 14{,}6698$ dan $\hat{\sigma}^2 = 1{,}5844$. Dengan menggunakan Persamaan (2.28), maka ekspektasi besar klaim yang optimal adalah:

$$\begin{aligned} E(X) &= \exp\left(\hat{\theta} + \frac{1}{2}\sigma^2\right) \\ &= \exp\left(14{,}6528 + \frac{1{,}4300}{2}\right) \\ &= 4.722.483. \end{aligned}$$

Ini menunjukkan bahwa taksiran ekspektasi besar klaim yang optimal seorang pemegang polis di masa yang akan datang untuk asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia adalah sebesar Rp. 4.722.483. setiap kali klaim. Artinya ketika seorang pemegang polis asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia mengajukan klaim di masa akan datang, maka harapan besar klaim pemegang polis tersebut adalah sebesar Rp. 4.722.483.

Berdasarkan hasil pengolahan data frekuensi klaim dan besar klaim yang optimal asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia, maka taksiran premi optimal di masa yang akan datang dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan (2.35). Hasil taksiran premi optimal di masa yang akan datangnya adalah:

repository.unisba.ac.id

$P = E(K) \times E(X)$

$= 0{,}1107 \text{ x } 4.722.483 = 522.944{,}2.$

Ini menunjukkan bahwa premi (premi bersih) di masa yang akan datang yang dibebankan ke seorang pemegang polis asuransi kendaraan bermotor kategori 7 di Indonesia oleh perusahaan asuransi adalah sebesar Rp. 522.944,2. Nilai ini bukan nilai premi sebenarnya yang dibayarkan oleh pemegang polis ke perusahaan asuransi, karena nilai tersebut murni dihitung dari data klaim pemegang polis. Untuk dapat menghitung nilai premi yang sebenarnya yang dibayarkan oleh pemegang polis diperlukan data biaya-biaya lain yang dibebankan ke pemegang polis. Biaya-biaya ini diantaranya adalah gaji karyawan, sewa gedung, pajak, dan lain-lain.

***

UNIVERSITAS ISLAM BANDUNG