

# MATEMATIKA

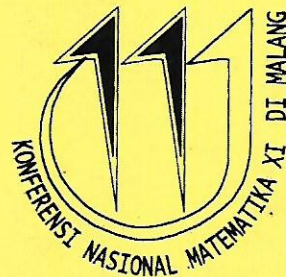
JURNAL MATEMATIKA ATAU PEMBELAJARANNYA

ISSN: 0852-7792

Tahun VIII, Edisi Khusus, Juli 2002

---

## Prosiding Konferensi Nasional Matematika XI Bagian II



Universitas Negeri Malang, 22-25 Juli 2002

# **MATEMATIKA**

## **Jurnal Matematika atau Pembelajarannya**

---

Terbit minimal sekali setahun (ISSN: 0852-7792) berisi tulisan ilmiah matematika sekolah (SD, SLTP, dan SMU), matematika perguruan tinggi (S1) dan pendidikan matematika (SD, SLTP, SMU dan S1) dalam bentuk: • temuan penelitian • pembelajaran matematika • pengalaman praktis • kajian kepustakaan • gagasan konseptual • klinik matematika atau • rekreasi matematika

---

**Ketua Penyunting**  
Abdur Rahman As'ari

**Wakil Ketua Penyunting**  
Imam Supeno

**Penyunting Pelaksana**  
Erry Hidayanto  
Hery Susanto

**Penyunting Ahli**  
Herman Hoedjo  
Sjamsul Kislam  
Akbar Soetawidjaja  
Purwanto  
Mimiep Setyowati Madja

**Penyunting Tamu**  
Utari Sumarmo (UPI, Bandung)  
Marjono (UNIBRAW, Malang)

---

**Alamat Penyunting dan Tata Usaha:** Jurusan Matematika FMIPA UNIVERSITAS NEGERI MALANG Jl. Gombang 3 Malang 65145 Gedung Matematika. Telepon (0341) 551312 psw. 257 atau (0341) 552182 (langsung). Email: [ummat@indo.net.id](mailto:ummat@indo.net.id). Fax. (0341) 562180.

---

**MATEMATIKA** diterbitkan oleh Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Malang. Dekan: Kadim Masjkur. Ketua Jurusan: Abadyo. Terbit pertama kali tahun 1995 dengan nama **FORMATH**.

---

Penyunting menerima sumbangan tulisan yang belum pernah diterbitkan dalam media cetak lain. Lebih lanjut baca Petunjuk bagi Penulis pada sampul belakang. Penyunting dapat melakukan perubahan pada tulisan yang dimuat untuk keseragaman format tanpa mengubah maksud dan isinya.

---

# MATEMATIKA

JURNAL MATEMATIKA ATAU PEMBELAJARANNYA  
ISSN: 0852-7792 Tahun VIII, Edisi Khusus, Juli 2002

---

Prosiding Konferensi Nasional Matematika XI  
Bagian II

STATISTIKA  
MATEMATIKA TERAPAN

---

Berdasarkan Surat Keputusan Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional Republik Indonesia Nomor 69/DIKTI/Kep/2000 tanggal 21 Maret 2000 tentang *hasil Akreditasi Jurnal Ilmiah Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Tahun 1999/2000*, Jurnal Matematika telah terakreditasi sebagai jurnal ilmiah nasional.

---

## KATA PENGANTAR

Jurnal MATEMATIKA merupakan jurnal ilmiah tentang matematika atau pembelajarannya yang diterbitkan oleh Jurusan Matematika FMIPA UM. Jurnal ini terbit secara berkala, minimal sekali dalam setahun. Penerbitan kali ini merupakan edisi khusus. Semua artikel yang dimuat dalam jurnal ini dipresentasikan pada Konferensi Nasional Matematika XI, yang diselenggarakan pada tanggal 22 – 25 Juli 2002, di Universitas negeri Malang (UM).

Edisi khusus ini terbagi menjadi 2 (dua) bagian. Bagian I meliputi bidang Aljabar, Analisis, Geometri, Kombinatorika, dan Pendidikan Matematika. Bagian II meliputi bidang Statistika dan Matematika Terapan. Semua artikel, kecuali artikel Pembicara Utama dan Pembicara Tamu, diseleksi oleh para penilai yang ahli di bidangnya. Jumlah artikel yang masuk ke panitia sebanyak 228 judul, dan setelah diseleksi ada 208 artikel yang dapat dimuat dalam prosiding.

Pada kesempatan ini kami menyampaikan terimakasih kepada para anggota tim penilai, yaitu: Prof. Dr. Soeparna Darmawidjaja (UGM), Dr. Marjono (UNIBRAW), Sisworo, M.Si (UM), Dr. Subiono (ITS), Dr. Edy Soewono (ITB), Dr. Iwan Pranoto (ITB), Dr. Widodo (UGM), Dr. Toto Nusantara (UM), Rustanto, M.Si (UM), Marsudi, M.Si (UNIBRAW), Prof. Dr. Susanti Linuwih (ITS), Swasono Raharjo, M.Si (UM), Abadyo M.Si (UM), Prof. Herman Hudojo, M.Ed (UM), Dr. Akbar Sutawidjaja (UM), Gatot Muhsetyo, M.Sc (UM), Abdur Rahman As'ari, M.Pd, M.A (UM), M. Shohibul Kahfi, M.Pd (UM), Dr. Sri Wahyuni (UGM), Herry Susanto, M.Si (UM), Erry Hidayanto, M.Si (UM), Dr. Purwanto (UM), Dr. Ketut Budayasa (UNESA), Dr. Edy Tri Baskoro (ITB).

Atas kerja sama yang baik dan bantuan dari semua pihak dalam penerbitan jurnal MATEMATIKA edisi khusus ini, kami sampaikan terimakasih.

Ketua Penyunting,  
Abdur Rahman As'ari

## DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR

i

DAFTAR ISI

ii

## STATISTIKA

Estimasi Maksimum Likelihood untuk Model Auto Regresif (AR) <i>Abd. Taram</i> .....	657
Metode Bootstrap Persentil untuk Mengestimasi Interval Konfidensi Dua Parameter dari Distribusi Log-Normal <i>Akhmad Fauzy dan Noor Akma Ibrahim</i> .....	664
Lebar Interval Fungsi Survivor dari Satu Parameter Distribusi Ekspensial pada Sensor Tipe II dengan Metode Bootstrap Persentil <i>Akhmad Fauzy dan Noor Akma Ibrahim</i> .....	669
Interval Konfidensi Bootstrap Regresi Linear Sederhana <i>Bakri Mallo</i> .....	674
Penentuan Input Optimal pada Neural Network dalam Model Auto Regresive dan Moving Average <i>Bambang Wijanarko Otok</i> .....	679
Model S-TAR (1;1) dan GS-TAR (1;1) dengan Matriks Bobot Seragam <i>Budi Nurani R.</i> .....	686
Optimasi Perawatan Pencegahan pada Sistem Produksi Bertipe M/G/I dengan Kriteria Minimasi Mean Flow Time <i>Eko Pujiyanto</i> .....	691
Goodnes of Fit Test pada Model Regresi Respon Ordinal <i>Elly Ana</i> .....	695
Estimasi Parameter pada Distribusi Keluarga Transpormasi Khi-Kuadrat <i>Entit Puspita</i> .....	700
Perbandingan Dua buah Model untuk Data Berpasangan <i>Farid H. Badruzzaman</i> .....	704
Metode Prediksi Muf Menggunakan Model Arma <i>Habirun</i> .....	709
Pemantauan Data Terpencil dengan Menggunakan Residu yang Dihitung Secara Rekursif <i>Harapan L. Tobing</i> .....	715
Konsistensi dan Akurasi dari Metode Bootstrap untuk Kuantil-U <i>Henry J. Wattimanela</i> .....	719
Reflected Binary Gray Codes Not Optimal in Separability Sense <i>I Nengah Suparta</i> .....	723
Model Spline Parsial Terbobot dan Visualisasinya <i>I Nyoman Budiantara</i> .....	728
The Estimation Methods of ARFIMA Models (A Monte Carlo Study) <i>Irhamah</i> .....	733
Pemilihan Bandwidth dalam Estimasi Densitas Kernel <i>Kartiko</i> .....	738
Perbandingan antara Jaringan Syaraf Tiruan (JST) dan Regresi Logistik pada Kasus Pengklasifikasian <i>M. Arbi Hidayat dan Suhartono</i> .....	742
Peramalan Frekuensi Flare pada Siklus ke-23 <i>Nanang Widodo dan Irhamah</i> .....	748
Total Least Square untuk Regresi Multilinier <i>Noor Hidayat dan Solimun</i> .....	753

## PERBANDINGAN DUA BUAH MODEL UNTUK DATA BERPASANGAN

Farid H. Badruzzaman

**Abstrak:** Dari sebuah model matematika akan dihasilkan suatu hasil pendekatan kepada nilai sebenarnya (nilai-nilai empiris). Mencari sebuah model matematika untuk data berpasangan dapat dilakukan dengan metoda least squares atau metoda transformasi least squares (*A First Course In Mathematical Modeling, Frank R. Giardano, U.S. Military Academy, West Point, New York and Maurice D. Weir, Naral Postgraduate School, West Point, New York*)

Dalam menentukan yang baik tidaklah mudah. Penulis mencoba menelaah untuk memilih model yang baik dari kedua metoda di atas. (*Probability and Statistics in Engineering and Managment Science, by William W. Hines and Douglas C. Montgomery, Wiley, New York, 1972*).

**Kata kunci:** model matematika, data berpasangan, metoda least squares.

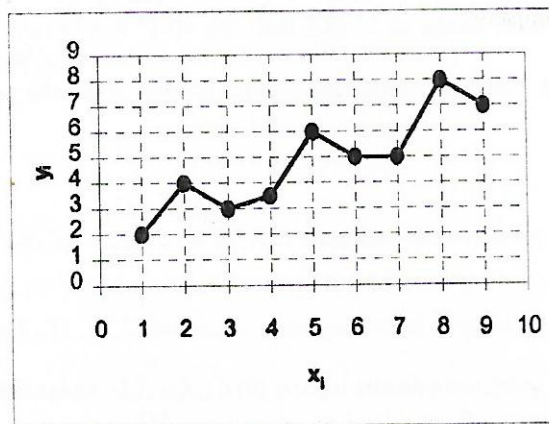
Sebuah model matematika yang diperoleh dari sekumpulan data, tidaklah akan menghasilkan suatu yang eksak. Tetapi akan terdapat beberapa kesalahan.

Umumnya para pengambil keputusan berusaha untuk memilih model yang terbaik yaitu yang tingkat kesalahannya relatif kecil. Namun kenyataannya kadang-kadang bahwa pemilihan tersebut tidak selalu optimum.

Dalam makalah ini hanya akan dibahas tentang pemilihan model untuk data berpasangan. Adapun model yang akan dibandingkan adalah model yang diperoleh dengan cara metoda least squares dan metoda transformasi least squares.

### INTERPRETASI GEOMETRI

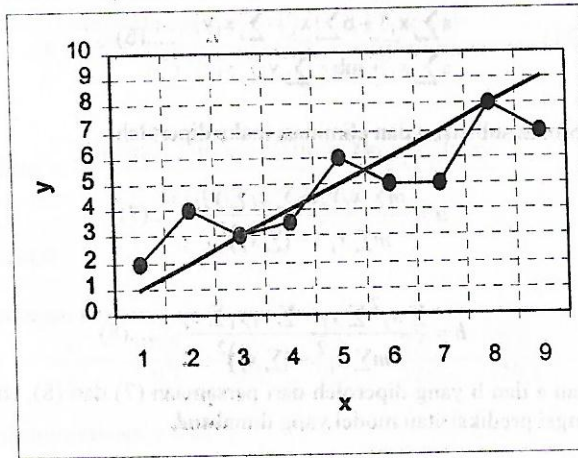
Misalkan ada sekumpulan data yang merupakan hubungan fungsional antara variabel  $x$  dan  $y$ . Dalam koordinat kartesius misalkan seperti gambar 1 di bawah ini



Gambar 1

Farid H. Badruzzaman adalah adalah dosen Jurusan Matematika FMIPA UNISBA Bandung, e-mail: hijri@bdg.centrin.net.id..

Misalkan model prediksi dari data pada gambar 1 di atas adalah  $y_i$  (dia bisa berupa garis lurus atau garis lengkung). Misalkan grafik model prediksinya seperti tampak pada gambar 2 di bawah ini



Gambar 2

Dimana  $y_i$  : fungsi hasil observasi  
 $f(x_i)$  : fungsi hasil prediksi

$y_i - f(x_i)$  : adalah perbedaan antara hasil observasi dan hasil prediksi

$$\sum_{i=1}^m |y_i - f(x_i)| \dots\dots\dots(1)$$

dimana :

- $m$  : banyaknya data
- $i$  : 1, 2, 3, ...,  $m$
- $y_i$  : model observasi
- $(x_i)$  : model prediksi

**METODA LEAST SQUARES**

Perhatikan persamaan (1). Agar supaya persamaan (1) minimum dapat dilakukan dengan meminimumkan bentuk berikut :

$$\sum_{i=1}^m |y_i - f(x_i)|^2 \dots\dots\dots(2)$$

**Garis Lurus**

Misalkan model prediksi adalah berupa garis lurus yaitu:

$$f(x) = ax + b \dots\dots(3)$$

Dengan menggunakan metoda least squares, minimumkan bentuk berikut :

$$s = \sum_{i=1}^m (y_i - f(x_i)) = \sum_{i=1}^m (y_i - ax_i - b)^2 \dots\dots(4)$$

$$\frac{\partial s}{\partial a} = -2 \sum (y_i - ax_i - b) x_i = 0 \dots\dots(5)$$

$$\frac{\partial s}{\partial b} = -2 \sum (y_i - ax_i - b) = 0$$

Sistem persamaan pada persamaan (5) dapat juga ditulis sebagai berikut

$$\begin{aligned} a \sum x_i^2 + b \sum x_i &= \sum x_i y_i \quad \dots(6) \\ a \sum x_i + mb &= \sum y_i \end{aligned}$$

Dengan menggunakan proses substitusi dan eliminasi maka diperoleh

$$a = \frac{m \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{m \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad \dots(7)$$

$$b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i y_i \sum x_i}{m \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad \dots(8)$$

Dengan mensubstitusikan a dan b yang diperoleh dari persamaan (7) dan (8), terhadap persamaan (3) di atas, maka diperoleh fungsi prediksi atau model yang dimaksud.

### Kurva Lengkung

Jika model prediksinya adalah

$$f(x) = ax^n \quad \dots(9)$$

Dengan menggunakan metoda least squares, perhatikan bentuk berikut :

$$s = \sum_{i=1}^m (y_i - f(x_i))^2 = \sum_{i=1}^m (y_i - ax_i^n)^2 \quad \dots(10)$$

Untuk mencari nilai optimum dari bentuk (10), ambil turunan pertama s terhadap a, dan diperoleh :

$$\frac{ds}{da} = -2 \sum (y_i - ax_i^n) x_i^n = 0 \quad \dots(11)$$

Dari persamaan (10) dapat ditentukan bahwa harga a adalah

$$a = \frac{\sum x_i^n y_i}{\sum x_i^{2n}} \quad \dots(12)$$

Dengan cara yang sama yaitu dengan mensubstitusikan harga a yang diperoleh dari persamaan (12), terhadap persamaan (9) maka dapat ditentukan model prediksinya.

### METODA TRANSFORMASI LEAST SQUARES

Andaikan model prediksinya adalah

$$y = ax^n \quad \dots(13)$$

Dengan mengambil logaritma natural dari persamaan (13) terhadap kedua ruasnya, maka diperoleh

$$n y = \ln a + n \ln x \quad \dots(14)$$

Jika  $\ln x = 0$ , maka  $\ln y = \ln a$  atau  $y = a$ . Persamaan ini berupa garis lurus. Sehingga n dinamakan koefisien arah.



Dengan menganalogikan terhadap persamaan (7) dan (8) dapat ditentukan harga  $n$  dan  $\ln a$ , yaitu

$$n = \frac{m \sum (\ln x_i)(\ln y_i) - (\sum \ln x_i)(\sum \ln y_i)}{m \sum (\ln x_i)^2 - (\sum \ln x_i)^2} \dots\dots\dots (15)$$

$$\ln a = \frac{\sum (\ln x_i)^2 \sum \ln y_i - \sum (\ln x_i)(\ln y_i) \sum \ln xy}{m \sum (\ln x_i)^2 - (\sum \ln x_i)^2} \dots\dots\dots (16)$$

**CONTOH PERSOALAN**

Perhatikan data berpasangan berikut :

x	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
y	0,7	3,4	7,2	12,4	20,1

Misalkan model prediksinya adalah  $y = ax^2$

$$a = \frac{\sum x_i^2 y_i}{\sum x_i^4} \dots\dots\dots (17)$$

Dari data diatas, dapat ditentukan bahwa

$$\begin{aligned} \sum x_i^4 &= 61,1875 \\ \sum x_i^2 \cdot y_i &= 195,0 \\ a &= 3,1869 \end{aligned}$$

Sebagai model prediksinya adalah  $y = 3,1869 x^2$

Apabila data di atas diselesaikan dengan cara transformasi least squares, maka diperoleh

$$\begin{aligned} \sum \ln x_i &= 1,3217558 \\ \sum \ln y_i &= 8,359597801 \\ \sum (\ln x_i)^2 &= 1,9648967 \\ \sum (\ln x_i)(\ln y_i) &= 5,542315175 \end{aligned}$$

dan dihasilkan

$$\begin{aligned} n &= 2,062809314 \\ \ln a &= 1,126612508 \\ \text{dan } a &= 3,085190815 \end{aligned}$$

sebagai model prediksinya adalah  $y = 3,0852 x^{2,0628}$

**AKURASI MODEL**

Model untuk metoda least squares adalah

$$y_1 = 3,1869 x^2$$

model untuk model transformasi least squares adalah

$$y_2 = 3,0852 x^{2,0628}$$

$$\begin{aligned} \text{untuk } x &= 2,25 \\ y_1 &= 16,1337 \\ y_2 &= 16,4348 \end{aligned}$$

### KESIMPULAN

Apabila diperhatikan dari kedua model di atas, maka terdapat perbedaan hasil prediksinya yaitu sebesar 0,3011, 0 jika diberikan harga  $x = 2,25$ .

### DAFTAR RUJUKAN

Frank R. G. & Maurice D. W. 1985. *A First Course in Mathematical Modeling* Brook/Cole . Monterey California: Publishing Company.