BAB II
LANDASAN TEORI

Dalam bagian ini akan dibahas mengenai hal-hal yang harus dipenuhi sehubungan dengan pembentukan rumusan model penghitungan pendanaan asuransi jiwa kecacatan *(disability)*, serta dibahas juga ketentuan-ketentuan yang diasumsikan dalam asuransi jiwa kecacatan *(disability)*.

2.1. Asumsi Peserta Cacat

Data yang digunakan dalam permasalahan ini, diasumsikan berdasarkan pada peserta aktif yang telah berusia sekurang-kurangnya 20 tahun sejak tanggal pengangkatan dan minimal memiliki masa kerja satu tahun untuk dapat mengikuti program. Kepada peserta diberikan hak atas manfaat cacat berupa *benefit* yang telah di sepakati sebelumnya yang tercantum dalam polis

2.1.1. Manfaat Peserta Cacat

Manfaat cacat adalah manfaat yang diberikan kepada peserta yang berhenti bekerja karena mengalami cacat. Seseorang berhak mendapat manfaat cacat, apabila mengalami cacat bagian tertentu, cacat sebagian, cacat total dan tetap yang disebabkan oleh penyakit atau cedera dan ditentukan oleh dokter yang ditunjuk oleh pemberi kerja yang menyebabkan tidak bisa bekerja secara normal bahkan sampai tidak mampu bekerja lagi.

2.2. Asumsi Aktuaria

Asumsi aktuaria adalah kumpulan estimasi mengenai perubahan-perubahan di masa yang akan datang, yang dipergunakan untuk menghitung nilai sekarang suatu pembayaran atau pembayaran-pembayaran dimasa yang akan datang dan mencakup antara lain tingkat bunga, tingkat probabilitas terjadinya kematian, pengunduran diri dan cacat, serta tingkat kenaikan Penghasilan Dasar Pensiun. Sehubungan dengan hal ini, maka asumsi tersebut akan digunakan sebagai model dalam penentuan program asuransi jiwa kecacatan *(disability)* yang pembahasannya akan disajikan dalam bab III.

2.2.1. Asumsi Penyebab

Dalam program asuransi jiwa kecacatan *(disability)*, penyebab berkurangnya populasi peserta perlu dibedakan antara peserta yang masih aktif dan peserta yang sudah tidak aktif bekerja. Berkurangnya peserta yang masih aktif, berhadapan dengan beberapa kemungkinan yang diakibatkan oleh beberapa faktor yaitu kematian, cacat, pengunduran diri yang dipercepat. Sistem berkurangnya populasi seperti ini dinamakan sistem *multiple-decrement.*

Tingkat penyebab dalam kasus lebih dari satu penyebab (*multiple-decrement)* tidak sama dengan peluang penyebab. Karena tingkat penyebab sudah ditentukan besarannya berdasarkan historis kejadian-kejadian dimasa lalu, sedangkan peluang penyebab dapat dicari atau dihitung melalui data yang diterima. Pegawai aktif yang berada dalam kasus *multiple decrement*, dihadapkan dengan kemungkinan terjadinya kematian, pengunduran diri dan cacat. Sehingga tingkat penyebab tersebut tidak sama dengan peluang penyebab, hal ini dikarenakan penyebab-penyebab yang lain mencegah peserta tersebut dari kemungkinan yang dikenakan sepanjang tahun.

2.2.1.1. Penyebab Kematian (Mortalitas)

Usia adalah faktor yang paling erat hubungannya dengan mortalitas. Tingkat mortalitas tahunan secara progresif akan menjadi lebih tinggi seiring dengan kenaikan usia, dimulai sekitar 0.05 persen pada usia 20, mencapai 2 % pada usia 65, dan naik sampai 100% pada akhir jangka waktu usia hidup manusia, yang mana secara umum diasumsikan pada usia 100 tahun atau 110 tahun. Tingkat mortalitas yang digunakan untuk mengilustrasikan biaya asuransi jiwa, berdasarkan kepada Tabel *Group Annuity Mortality* (GAM) untuk laki-laki tahun 1971 yang disajikan dalam tabel 2-2.

Peluang seseorang akan tetap hidup selama n tahun sangat penting dalam perhitungan program asuransi jiwa. Jika tingkat mortalitas pada usia x dilambangkan oleh $q_x^{'(m)}$, maka peluang mortalitasnya dilambangkan oleh $q_x^{(m)}$, yang secara rumus dinyatakan oleh:

$$q_x^{(m)} = \frac{\log p_x^{'(m)}}{\log p_x^{(T)}} q_x^{(T)}$$

atau

$$q_x^{(m)} = \frac{\log(1-q_x^{'(m)})}{\log(1-q_x^{(T)})} q_x^{(T)} \qquad (2.1)$$

Dari persamaan (2.1) dapat diartikan sebagai $q_x^{(m)}$ peluang mortalitas meninggal pada usia x tahun. $\log(1-q_x^{'(m)})$ merupakan tingkat mortalitas pada usia x, di bagi dengan $\log(1-q_x^{(T)})$. Dari hasil pembagian dikalikan dengan $q_x^{(T)}$.

Tabel 1 ***The 1971 Group Annuity Mortality***

x	$q^{'(m)}$	x	$q^{'(m)}$	x	$q^{'(m)}$	x	$q^{'(m)}$
20	0.00050	44	0.00257	68	0.02919	92	0.20168
21	0.00052	45	0.00292	69	0.03244	93	0.21299
22	0.00054	46	0.00332	70	0.03611	94	0.22654
23	0.00057	47	0.00375	71	0.04001	95	0.24116
24	0.00059	48	0.00423	72	0.04383	96	0.25620
25	0.00062	49	0.00474	73	0.04749	97	0.27248
26	0.00065	50	0.00529	74	0.05122	98	0.29016
27	0.00068	51	0.00587	75	0.05529	99	0.30913
28	0.00072	52	0.00648	76	0.06007	100	0.32983
29	0.00076	53	0.00713	77	0.06592	101	0.35246
30	0.00081	54	0.00781	78	0.07260	102	0.37722
31	0.00086	55	0.00852	79	0.07969	103	0.42621
32	0.00092	56	0.00926	80	0.08743	104	0.44150
33	0.00098	57	0.01004	81	0.09545	105	0.48518
34	0.00105	58	0.01089	82	0.10369	106	0.53934
35	0.00112	59	0.01192	83	0.11230	107	0.60607
36	0.00120	60	0.01312	84	0.12112	108	0.68744
37	0.00130	61	0.01444	85	0.13010	109	0.78556
38	0.00140	62	0.01586	86	0.13932	110	1.00000
39	0.00151	63	0.01741	87	0.14871		
40	0.00163	64	0.01919	88	015849		
41	0.00179	65	0.02126	89	0.16871		
42	0.00200	66	0.02364	90	0.17945		
43	0.00226	67	0.02632	91	0.19049		

Sumber:Diolah berdasarkan tabel data Larson, 1951

Selanjutnya, jika seseorang berusia x akan hidup sampai usia $x+1$ tahun diberikan oleh komplemen dari tingkat mortalitas, dan dilambangkan dengan $p_x^{(m)}$. Sehubungan dengan hal ini, $p_x^{(m)}$ dapat dipandang sebagai:

$$p_x^{(m)} = 1 - q_x^{'(m)} \tag{2.2}$$

dari persamaan (2.2) dapat diartikan sebagai $p_x^{(m)}$ yang merupakan tingkat mortalitas peluang seseorang kemungkinan hidup pada usia x tahun. 1 merupakan besar peluang seseorang yang hidup pada usia x tahun dikurang tingkat mortalitas peluang seseorang akan meninggal pada usia x tahun.

Berdasarkan persamaan (2.2), akan ditentukan peluang seseorang berusia x akan hidup selama n tahun dilambangkan dengan ${}_n p_x^{(m)}$, dan dapat diekspresikan dalam bentuk tingkat mortalitas pada usia x sampai usia $x+n-1$, yang perumusannya dinyatakan dengan:

$$ {}_n p_x^{(m)} = \prod_{t=0}^{n-1} (1 - q_{x+t}^{'(m)}) = \prod_{t=0}^{n-1} p_{x+t}^{(m)} \tag{2.3} $$

dari persamaan (2.3) dapat diartikan sebagai ${}_n p_x^{(m)}$ merupakan tingkat mortalitas peluang kemungkinan hidup seseorang pada usia x tahun sampai pada usia n tahun. $\prod_{t=0}^{n-1} (1 - q_{x+1}^{'(m)})$ merupakan peluang kemungkinan kematian seseorang saat mengikuti program pada saat *t=0* sampai usia *n*-1. Atau bisa saja ditentukan dengan $\prod_{t=0}^{n-1} p_{x+1}^{(m)}$ yang artinya tingkat mortalitas peluang hidupnya seseorang pada saat mengikuti program pada saat *t=0* sampai memasuki usia *n*-1.

2.2.2. Penyebab Kecacatan

Seperti mortalitas, pengunduran diri dan cacat diantara pegawai aktif juga dapat menghalangi untuk menerima manfaat pensiun. Walaupun begitu biaya cacat dapat lebih besar atau lebih kecil dari pada pengurangan tersebut, tergantung kepada ketentuan cacat dari program. Diantara pegawai aktif, beberapa faktor yang berhubungan dengan cacat biasanya dapat dikaitkan dengan usia, jenis kelamin, dan pekerjaan. Seperti halnya asumsi mortalitas, maka asumsi kecacatan digunakan untuk mengilustrasikan biaya hanya berhubungan dengaan usia.

Peluang tingkat kecacatan *(disability)* pada usia x dinotasikan oleh $q_x^{'(d)}$. Peluang bahwa pegawai akan tetap bekerja selama satu tahun, dengan tidak mempertimbangkan penyebab lain, sama dengan komplemen dari tingkat kematian, yaitu:

$$p_x^{(d)} = 1 - q_x^{'(d)} \tag{2.4}$$

Dari persamaan (2.4) $p_x^{(d)}$ merupakan peluang tingkat kecacatan *(disability)* pada usia x yang tetap bekerja selama satu tahun. $q_x^{'(d)}$ Peluang tingkat kecacatan *(disability)* pada usia x yang meninggal selama satu tahun.

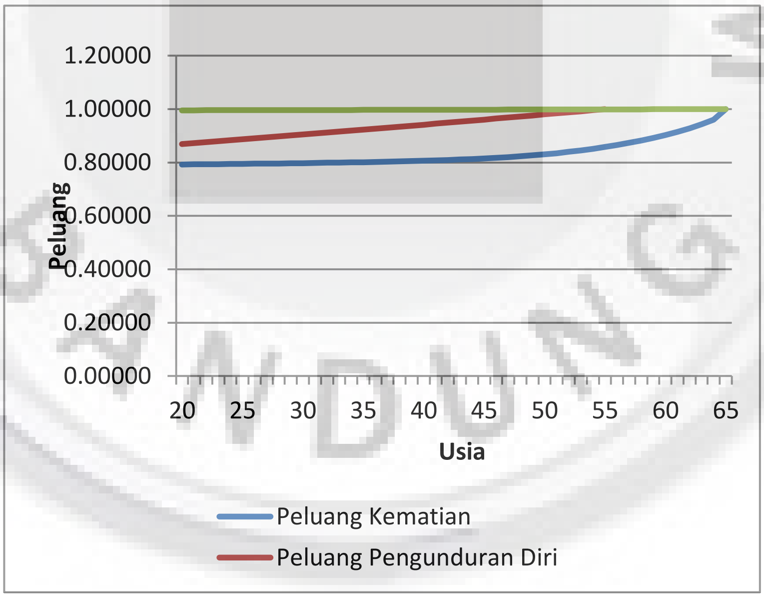
Jika yang dipertimbangkan hanyalah penyebab kecacatan *(disability)*, maka peluang bertahan hidup selama n tahun, yang dinotasikan dengan ${}_n p_x^{(d)}$, adalah perkalian sebanyak n faktor $1-q_x^{'(d)}$ atau $p_x^{(d)}$, untuk usia x sampai usia $x+n-1$. Tabel 2 mengilustrasikan peluang kelangsungan hidup *(survival)* yang berhubungan dengan cacat *(disability)* dari usia 20 sampai 65 tahun.

Tabel 2 Peluang *Survival* Berdasarkan Kecacatan

x	${}_{65-x}p_x^{(d)}$	x	${}_{65-x}p_x^{(d)}$	x	${}_{65-x}p_x^{(d)}$
20	0.99551	36	0.99710	52	0.99870
21	0.99561	37	0.99720	53	0.99880
22	0.99571	38	0.99730	54	0.99890
23	0.99581	39	0.99740	55	0.99900
24	0.99591	40	0.99750	56	0.99910
25	0.99601	41	0.99760	57	0.99920
26	0.99611	42	0.99770	58	0.99930
27	0.99621	43	0.99780	59	0.99940
28	0.99631	44	0.99790	60	0.99950
29	0.99641	45	0.99800	61	0.99960
30	0.99651	46	0.99810	62	0.99970
31	0.99661	47	0.99820	63	0.99980
32	0.99671	48	0.99830	64	0.99990
33	0.99680	49	0.99840	65	1.00000
34	0.99690	50	0.99850		
35	0.99700	51	0.99860		

Sumber : Diolah berdasarkan tabel data Larson, 1951

Ilustrasi dari ketiga peluang *survival* di atas ditunjukan dalam gambar 1.



Sumber : Diolah berdasarkan tabel data Larson, 1951

Gambar 2-1 Peluang *Survival* Satu Penyebab dari Usia 20 sampai Usia 65 Tahun

Dari gambar 1 diatas terlihat bahwa peluang kematian lebih tinggi ketika memasuki usia 65 tahun. Ketika umur yang masih relatif muda peluang pengunduran diri lebih tinggi dibandingkan dengan peluang kematian. Sedangkan peluang untuk kecacatan peluangnya sama dari tahun ke tahun baik usia muda maupun tua.

2.3. Fungsi Dasar Aktuaria

Di bawah ini akan dibahas beberapa fungsi-fungsi dasar aktuaria yang berkaitan dengan asumsi-asumsi aktuaria yang telah dibahas sebelumnya.

2.3.1. Fungsi Bunga

Fungsi bunga dalam sistem pendanaan program asuransi, digunakan untuk menentukan pengurangan (*discount*) dari suatu pembayaran di masa yang akan datang, atau disebut juga sebagai nilai sekarang (*present value*). Misalnya, terjadinya suatu pembayaran sebesar 1 (satu) pada *n* tahun mendatang. Maka nilai sekarang dari pembayaran tersebut adalah

$$\frac{1}{(1+i_1)(1+i_2)\ \dots\ (1+i_n)} \tag{2.5}$$

Jika $i_1 = i_2 = \dots = i_n$ maka persamaan (2.5) dapat disederhanakan menjadi:

$$\frac{1}{(1+i)^n} \tag{2.6}$$

yang dikenal sebagai istilah bunga majemuk (*compound interest*).

Apabila fungsi

$$\frac{1}{(1+i)^n} \tag{2.7}$$

dinyatakan dalam suatu fungsi *v*, maka akan diperoleh bentuk

$$v^n = \frac{1}{(1+i)^n} \tag{2.8}$$

Jadi, v^n merupakan nilai sekarang dari pembayaran yang dilakukan di awal selama n tahun pada tingkat suku bunga majemuk.

2.3.2. Fungsi Anuitas Jiwa

Anuitas jiwa adalah anuitas dalam sistem pendanaan program asuransi yang berkaitan dengan hidup meninggalnya seseorang. Pendanaan akan diberhentikan apabila yang bersangkutan telah meninggal. Anuitas yang pendanaannya dikaitkan dengan hidup matinya seseorang dinamakan anuitas jiwa (*life annuity*). Jadi, fungsi anuitas jiwa adalah serangkaian pembayaran yang sifatnya periodik dimana setiap pembayaran hanya dilakukan bila orang yang ditunjuk masih hidup pada saat pembayaran jatuh tempo.

Apabila ditinjau dari segi dimulainya suatu pembayaran, anuitas dibedakan antara anuitas awal (*annuity due*) dan anuitas ahir (*annuity immediate*). Anuitas awal adalah serangkaian pembayaran sebesar satu yang dilakukan pada tiap awal tahun, yang dilambangkan dengan notasi $\ddot{a}_x$. Sedangkan anuitas akhir adalah serangkaian pembayaran sebesar satu yang dilakukan pada tiap ahir tahun, yang dinotasikan sebagai a_x. Berkenaan dengan permasalahan ini, jelas bahwa anuitas awal dan anuitas akhir seumur hidup hanya berselisih satu, yaitu pembayaran pertama pada awal tahun pertama. Karena nilai tunai pembayaran pertama pada awal tahun pertama adalah satu, maka berlaku

$$\ddot{a}_x = 1 + a_x \tag{2.9}$$

Oleh karena,

$$a_x = \sum_{t=1}^{\infty} {}_t p_x^{(m)} \, v^t$$

maka persamaan (2.9) dapat ditulis kembali menjadi

$$\ddot{a}_x \;=\; 1 + \sum_{t=1}^{\infty} {}_t p_x^{(m)} \, v^t \;=\; \sum_{t=0}^{\infty} {}_t p_x^{(m)} \, v^t$$

Berdasarkan ke dua persamaan ini, maka dapat dikatakan bahwa anuitas jiwa dalam sistem pendanaan program pensiun merupakan perpaduan dari fungsi kelangsungan hidup *(survival)* dan fungsi bunga, yang perumusannya dinyatakan kembali sebagai:

$$\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{\infty} {}_t p_x^{(m)} v^t \qquad (2.10)$$

Apabila pembayaran dilakukan di awal masing-masing periode sebanyak *m* kali dalam setahun dengan jumlah pembayaran sebesar satu, maka rumusnya adalah

$$\ddot{a}_x^{(m)} = \ddot{a}_x - \frac{m-1}{2m} \qquad (2.11)$$

Secara analogi, apabila $a_x^{(m)}$ menyatakan anuitas jiwa ahir dengan pembayaran *m* kali dalam setahun, maka perbedaan antara $a_x^{(m)}$ dengan $\ddot{a}_x^{(m)}$ hanyalah pada pembayaran usia *x* yang besarnya $\frac{1}{m}$. Sehubungan dengan permasalahan ini, akan diperoleh

$$\ddot{a}_x^{(m)} = \frac{1}{m} + a_x^{(m)}$$

$$\ddot{a}_x - \frac{m-1}{2m} = \frac{1}{m} + a_x^{(m)} \tag{2.12}$$

Dengan mensubtitusikan (2.9) terhadap (2.12) diperoleh

$$1 + a_x - \frac{m-1}{2m} = \frac{1}{m} + a_x^{(m)}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned} a_x^{(m)} &= a_x + 1 - \frac{1}{m} - \frac{m-1}{2m} \\ &= a_x + \frac{2m - 2 - (m-1)}{2m} \\ &= a_x + \frac{m-1}{2m} \end{aligned} \tag{2.13}$$

2.4. Asuransi Jiwa

Asuransi jiwa adalah perjanjian antara dua pihak atau lebih, di mana pihak penanggung mengikatkan diri kepada tertanggung dengan menerima premi untuk memberikan suatu pembayaran yang didasarkan atas terjadinya suatu peristiwa yang tidak tentu seperti sakit, kecelakaan, *disability* dan kematian. Polis asuransi jiwa adalah semacam keamanan finansial bagi keluarga. Kebijakan ini membantu untuk melindungi keluarga dari setiap kejadian yang tidak biasa seperti penyakit, kematian, dan lain-lain. Uang pertanggungan tergantung pada usia dan kondisi keuangan dari orang yang membeli polis asuransi. Anak-anak muda membeli polis asuransi untuk keluarga mereka sebagai sumber pendapatan dalam kasus sesuatu terjadi pada mereka. Orang tua membeli polis asuransi untuk meninggalkan sejumlah uang untuk anggota lain dari keluarga ketika mereka meninggal dunia.

Banyak orang membeli asuransi jiwa karena ingin memastikan bahwa orang yang kita cintai tetap aman secara finansial setelah kita meninggal dunia maupun mengalami *disability*. Pengganti penghasilan adalah alasan utama orang membeli asuransi jiwa. Langkah pertama dalam perencanaan asuransi jiwa adalah melakukan analisis kebutuhan asuransi jiwa, di mana kebutuhan ekonomi untuk keluarga yang menjadi tanggungannya.

Orang yang membeli asuransi jiwa juga harus mempertimbangkan kebutuhan keuangan jangka panjang sebelum menentukan polis asuransi jiwa. Para pakar asuransi merekomendasikan meninjau cakupan kebijakan asuransi jiwa setiap lima tahun sekali, atau setiap kali orang tersebut mengalami peristiwa besar dalam hidupnya, seperti perubahan pendapatan atau aset, perkawinan, perceraian, kelahiran atau adopsi anak dan lain sebagainya.

Asuransi jiwa memiliki bermacam-macam jenis produk, dimana masing-masing jenis produk itu memiliki manfaat yang berbeda-beda. Jenis-jenis produk asuransi jiwa ini bertujuan untuk melayani berbagai macam kebutuhan, kemampuan, dan daya beli masyarakat.

1. **Asuransi Jiwa Berjangka (*Term*)**.

Asuransi Jiwa Berjangka merupakan kebijakan yang paling sederhana dan paling murah. Polis ini biasa diambil untuk jangka waktu tertentu, misalnya 10 tahun, 20 atau 30 tahun. Jenis produk ini cocok bagi seseorang yang memiliki kebutuhan biaya asuransi yang besar tapi hanya memiliki daya beli yang terbatas. Dalam asuransi ini terdapat kekurangan yaitu ketika dalam jangka waktu tersebut tidak mengalami suatu kejadian yang tercantum dalam polis maka premi yang sudah dibayarkan tidak dikembalikan lagi atau dengan kata lain tidak mendapatkan *benefit.*

2. **Asuransi Jiwa Seumur Hidup (*Whole Life*)**.

Asuransi Jiwa Seumur Hidup adalah jenis dasar asuransi jiwa permanen yang memberi proteksi asuransi seumur hidup bagi seseorang. Jika seseorang menginginkan manfaat yang lebih dari sekedar santunan kematian, yaitu sebagai tabungan jangka panjang. Jika seseorang menginginkan proteksi jiwa sekaligus mempunyai tabungan untuk kebutuhan darurat, seperti biaya tagihan rumah sakit maka dapat mempertimbangkan membeli polis asuransi ini. Untuk jenis asuransi ini pemegang polis menyiapkan diri untuk membayar premi yang lebih tinggi dibandingkan dengan asuransi jiwa berjangka.

3. **Asuransi Jiwa Dwiguna (*Endowment*).**

Asuransi Jiwa Dwiguna adalah jenis asuransi jiwa yang memberikan dua keuntungan sekaligus. Manfaat yang pertama berupa penerimaan sejumlah uang pertanggungan jika tertanggung meninggal dunia dalam periode waktu tertentu sesuai dengan kebijakan polis asuransi yang dibeli. Kedua, jika tertanggung masih hidup saat jangka waktu berakhir, tertanggung akan mendapatkan seluruh uang pertanggungan.

Sebelum seseorang membeli polis asuransi jiwa, maka disarankan agar mencari informasi sebanyak-banyaknya pada beberapa perusahaan asuransi, kemudian membandingkan proteksi yang diberikan dengan premi yang harus dibayarkan.

2.5. Tabel Mortalita

Beberapa permasalahan di dalam asuransi selalu berkaitan dengan kematian, sehingga perlu adanya sebuah acuan untuk tingkat peluang kematian peserta asuransi tersebut. Salah satu bentuk perhitungan untuk membantu perusahaan asuransi dalam memperkirakan kematian atau juga mengetahui peluang hidup seseorang adalah tabel mortalita. Tabel mortalita ini dapat digunakan sebagai dasar untuk memperhitungkan kemungkinan seseorang meninggal dunia dalam jangka waktu yang akan datang.

Tabel mortalita biasanya memiliki atribut sederhana seperti:

l_x = Jumlah orang yang persis mencapai umur x tahun

d_x = Jumlah orang yang berusia x tahun dan meninggal dalam $x+1$ tahun.

q_x = kemungkinan seseorang berusia x akan meninggal dalam $x+1$ tahun

Hal seperti di atas dapat tercapai nilainya dengan ketentuan bahwa:

$$d_x = l_x - l_{x+1} \qquad (2.14)$$

atau

$$d_x = l_x q_x \qquad (2.15)$$

Meskipun tabel mortalitas banyak jenisnya, tetapi setiap mortalitas atau kematian mempunyai batas maksimum dalam kehidupan orang. Umur terkecil dimana sudah tidak ada lagi kehidupan, disimbolkan dengan ω (berdasarkan tahun). Ini berarti bahwa $l_{\omega-1}$ masih ada jumlah orang yang masih hidup atau $l_{\omega-1}$ > 0 dan $l_{\omega}=0$.

2.6. Anuitas Seumur Hidup

Anuitas adalah kontrak dimana perusahaan asuransi memberikan pembayaran secara berkala sebagai imbalan premi yang telah dibayar. Anuitas seumur hidup adalah satu anuitas yang pembayarannya dilakukan selama peserta asuransi masih hidup. Pembayaran bisa dilakukan di awal atau diakhir periode, dengan kata lain ada yang melakukan pembayaran anuitas pada setiap awal tahun, dan ada juga yang melakukan pembayaran anuitas pada setiap akhir tahun. Misalkan besaran suatu anuitas adalah Rp 1, dan pembayarannya dilakukan diakhir tahun, atau peserta bertahan sampai akhir periode pertama pada usia $x+1$, *present value* untuk anuitas hidup pembayaran Rp 1 per periode adalah

$$vp_x = v\frac{l^s_{x+1}}{l^s_x} = v\frac{l^s_{x+1}}{l^s_x}.\frac{v^x}{v^x} = \frac{v^{x+1}l^s_{x+1}}{v^x l^s_x} = \frac{D_{x+1}}{D_x} \quad \text{(tahun pertama)} \qquad (2.16)$$

Dari rumusan diatas p_x merupakan premi bersih tahunan untuk A_x (asuransi seumur hidup), dengan uang santunan sebesar 1 (satuan uang) untuk seseorang yang berusia x tahun. v merupakan nilai sekarang dari pembayaran sebesar 1 (satuan uang) yang dilakukan satu tahun kemudian. w merupakan peserta yang memilih keluar dari program asuransi. a_x merupakan anuitas hidup akhir untuk asuransi seumur hidup untuk seseorang yang berusia x tahun

$$a_x = v\ p_x + v^2\ {}_2p_x + ...+ v^{w-x-1}\ {}_{w-x-1}p_x$$

$$= \frac{1}{D_x}(\mathrm{D}_{x+1} + \mathrm{D}_{x+2} + ...+ \mathrm{D}_{w-1})$$

Dari rumusan di atas menyatakan seseorang yang membayar premi dari satu tahun setelah yang mengikuti program asuransi seumur hidup sampai ketika orang tersebut memilih keluar pada saat usia *x*-1. Didefinisikan suatu fungsi untuk setiap usia x dari persamaan sebelumnya yaitu:

$$N_x = D_x + D_{x+1} + \dots\dots\dots + \mathrm{D}_{w-1}$$

Sehingga perhitungannya menjadi:

$$a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x} \qquad (2.17)$$

Sedangkan anuitas awal dari anuitas seumur hidup dinotasikan dengan $\ddot{a}_x$:

$$\ddot{a}_x = 1 + v\ p_x + \dots\dots\dots\dots + v^{w-x-1}\ {}_{w-x-1}p_x$$

$$= \frac{1}{D_x}(\mathrm{D}_x + \mathrm{D}_{x+1} + \dots\dots\dots\dots + \mathrm{D}_{w-1})$$

$$= \frac{N_x}{D_x} \qquad (2.3)$$

2.7. Pembentukan Tabel Mortalita

Salah satu masalah yang berkaitan dengan asuransi adalah kematian. Salah satu bentuk perhitungan yang membantu perusahaan asuransi dalam memperkirakan kematian atau peluang hidup seseorang adalah tabel mortalitas. Tabel mortalitas tersebut digunakan sebagai dasar untuk memperhitungkan kemungkinan meninggalnya seeorang dalam jangka waktu beberapa tahun mendatang.

Tabel mortalitas digunakan untuk menghitung:

1. Peluang seseorang yang berusia (x) tahun akan hidup sampai dengan usia (x + n) tahun
2. Peluang seseorang yang berusia (x) tahun akan meninggal dalam n tahun berikutnya.

Sebagai ilustrasi dari tabel mortalitas ini, misalnya sejumlah bayi-bayi yang baru lahir adalah 0 tahun, dinyatakan sebagai l_0. Dari l_0 bayi-bayi ini yang mencapai umur 1 tahun dinyatakan dengan l_1. Dengan demikian, bayi-bayi yang tidak mencapai umur 1 tahun yaitu yang meninggal dalam satu tahun sebanyak $l_0 - l_1$. yang di notasikan dengan d_0. Jadi, $d_0 = l_0 - l_1$. Anak-anak yang berumur 1 tahun dan berhasil hidup mencapai umur 2 tahun dinyatakan dengan l_2. Sehingga banyaknya yang meninggal sebelum mencapai umur 2 tahun adalah $l_1 - l_2$ yang dinyatakan dengan d_1 jadi $d_1 = l_1 - l_2$. Proses ini dapat dilanjutkan sampai semua kelompok orang-orang tersebut meninggal. Tabel mortalita adalah susunan kolom-kolom dari l_0, l_1, l_2 dst dan d_0, d_1, d_2.

Berdasarkan uraian di atas, dapat dikatakan bahwa dalam tabel mortalita l_x menyatakan jumlah orang yang persis mencapai umur x tahun. d_x menyatakan banyaknya orang yang berumur x tahun dan meninggal sebelum mencapai umur $x+1$ tahun. Dengan demikian dapat dinyatakan bahwa $d_x = l_x - l_{x+1}$. Untuk menentukan tabel mortalitas diasumsikan bahwa terdapat batas maksimum kehidupakn seseorang. Umur terkecil di mana sudah tidak ada lagi kehidupan, disimbolkan dengan ω. Ini berarti bahwa $l_{\omega-1}$ masih ada jumlah orang yang masih hidup atau $l_{\omega-1} > 0$ dan $l_{\omega} = 0$. Adapun kerangka dari tabel *mortalita* yaitu sebagai berikut :

Tabel 3. Kerangka Tabel *mortalita*

x	l_x	d_x	q_x	p_x
0				
1				

Sumber : Di desain berdasarkan tabel Futami Takashi, 1993

Menurut tabel mortalita CSO-1941 (Commissioners 1941 Standard Ordinary Mortality Tabel), $\omega = 100$. Jadi, $l_{100} = 0$. Sebagai ilustrasi, berikut disajikan lima baris dari tabel mortalita CSO-1941 yang berasal dari Amerika Serikat. (selengkapnya dapat di lihat pada lampiran 1).

Tabel 4 Tabel Mortalita CSO-1941

x	l_x	d_x	q_x	p_x
0	1023102	23102	0,02258	0,97742
1	1000000	5770	0,00577	0,99423
2	994230	4116	0,00414	0,99586
3	990114	3347	0,00338	0,99662
4	986767	2950	0,00299	0,99701

Sumber:Diolah berdasarkan tabel data Larson, 1951

Berdasarkan tabel mortalita di atas menyatakan peluang seseorang berusia *x* tahun akan meningggal sebelum usia *x+1*. Di dalam tabel q_x dikalikan 1000 agar bilangan dalam lajur tidak terlalu banyak di belakang koma. Dan terakhir e_x adalah harapan hidup pada usia *x*. $e_x = 62{,}33$ tahun berarti bahwa menurut tabel CSO 1941 seseorang yang baru lahir mengharapkan akan mencapai usia 62 tahun.

2.8. Tabel Mortalita *Disability*

Pembentukan tabel *mortalita disability* tidak jauh berbeda dengan tabel *mortalita* biasa, tetapi yang dibahas dalam tabel *mortalita* biasa peluang kematian diganti dengan peluang seseorang akan mengalami *disability*. Tabel *mortalitas disability* digunakan sebagai dasar untuk memperhitungkan kemungkinan *disability* seseorang dalam jangka waktu beberapa tahun mendatang. Karena semakin bertambah usia seseorang maka semakin besar kemungkinan akan mengalami *disability*. Hal ini disebabkan pertambahan usia produktifitas kerja semakin menurun sehingga kemungkinan kecelakaan dalam bekerja semakin besar dan bisa saja sampai mengalami *disability*.

Tabel *mortalita disability* digunakan untuk menghitung :

1. Peluang seseorang yang berusia (x) tahun akan mengalami *disability* sampai ($x + n$) tahun.
2. Peluang seseorang *disability* yang berusia (x) tahun yang meninggal dalam n tahun berikutnya.

Sebagai ilustrasi dari tabel *mortalita disability* ini, misalnya jika total jumlah yang hidup pada usia x dinyatakan dengan l_x. Jumlah yang masih aktif bekerja pada usia x tahun dinyatakan dengan l_x^{aa}. Jumlah orang yang mengalami *disability* pada usia x tahun dinyatakan dengan l_x^{ii}. jumlah yang aktif bekerja yang mengalami *disability* diantara usia x dan x+1 dinyatakan dengan i_x. Adapun rumusan yang berkaitan dengan tabel *mortalita disability* yaitu sebagai berikut :

Jika jumlah orang yang hidup pada usia x dinotasikan dengan l_x. Jumlah orang yang masih aktif bekerja pada usia x dinotasikan dengan l_x^{aa}. Jumlah orang yang mengalami *disability* pada usia x dinotasikan dengan l_x^{ii}. Adapun rumusan untuk mencari jumlah orang yang hidup pada usia x tahun yaitu sebagai berikut :

$$l_x = l_x^{aa} + l_x^{ii} \tag{2.18}$$

Jika jumlah orang yang meninggal pada usia x dinotasikan dengan d_x. jumlah yang aktif bekerja yang meninggal diantara usia x dan x+1 dinotasikan dengan d_x^{aa}. Jumlah yang *disability* yang meninggal antara usia x dan x+1 dinotasikan dengan d_x^{ii}. Adapun rumusan untuk mencari jumlah orang yang meninggal pada usia x yaitu sebagai berikut :

$$d_x = d_x^{aa} + d_x^{ii} \tag{2.19}$$

Jika jumlah orang yang masih aktif bekerja pada usia x dinotasikan dengan l_x^{aa}. Jumlah yang aktif bekerja yang meninggal diantara usia x dan x+1 dinotasikan dengan d_x^{aa}. Jumlah yang aktif bekerja yang mengalami *disability* diantara usia x dan x+1 dinotasikan dengan i_x. Adapun rumusan untuk mencari jumlah orang yang katif bekerja pada usia x+1 tahun yaitu sebagai berikut :

$$l_{x+1}^{aa} = l_x^{aa} - d_x^{aa} - i_x \tag{2.20}$$

Jika jumlah orang yang mengalami *disability* pada usia x dinotasikan dengan l_x^{ii}. Jumlah yang aktif bekerja yang mengalami *disability* diantara usia x dan x+1 dinotasikan dengan i_x. Jumlah yang *disability* yang meninggal antara usia x dan x+1 dinotasikan dengan d_x^{ii}. Adapun rumusan untuk mencari julah orang yang mengalami *disability* pada usia x+1 tahun yaitu sebagai berikut :

$$l_{x+1}^{ii} = l_x^{ii} + i_x - d_x^{ii} \tag{2.21}$$

Dari rumusan di atas dapat di bentuk tabel *mortalita disability*. Agar mudah di pahami berikut ini beberapa ilustrasi yang dapat di jadikan contoh untuk menentukan tabel mortalita *disability*.

Contoh 1.

Diketahui jika jumlah pekerja yang aktif bekerja pada usia 20 tahun di suatu perusahaan yaitu 100.000 orang. Jumlah orang yang meninggal dianta usia 20 sampai 21 tahun sebanyak 72 orang dan 8 orang yang aktif bekerja yang mengalami *disability* pada usia tersebut tidak mampu untuk bekerja lagi. Maka jumlah orang yang masih aktif bekerja diantara usia 20 sampai 21 tahun adalah

$$\boldsymbol{l_{x+1}^{aa} = l_x^{aa} - d_x^{aa} - i_x}$$

$= 100.000 - 72 - 8$

$= 99920$

Sehingga jumlah orang yang masih aktif bekerja diantara usia 20 sampai 21 tahun

Sebanyak 99920 orang.

Contoh 2.

Diketahui Jumlah orang yang aktif bekerja yang mengalami *disability* diantara usia 20 sampai 21 tahun sebanyak 8 orang dan tidak ada yang mengalami *disability* pada usia 20 tahun dan tidak ada yang *disability* yang meninggal diantara usia 20 sampai 21 tahun. Maka jumlah orang yang *disability* di antara usia 20 sampai 21 tahun adalah

$$l_{x+1}^{ii} = l_x^{ii} + i_x - d_x^{ii}$$
$$= 0 + 8 - 0$$
$$= 8$$

Sehingga jumlah orang yang mengalami *disability* diantara usia 20 sampai 21 tahunyang masih aktif bekerja yaitu sebanyak 8 orang.

Dari beberapa contoh di atas maka di dapat pola rumusan untuk tahun berikutnya. Adapun kerangka dari tabel *mortalita disability* yaitu sebagai berikut :

Tabel 3. Kerangka Tabel *Mortalita Disability*

x	l_x^{aa}	d_x^{aa}	i_x	l_x^{ii}	d_x^{ii}
20					
21					

Sumber : Di desain berdasarkan tabel Futami Takashi, 1993

Misalkan jumlah pekerja yang aktif pada usia 20 tahun adalah 100.000 orang. Orang yang masih aktif bekerja dan meninggal pada usia 20 sampai 21 tahun adalah 72 orang. Setiap baris pada kolom i_x bertambah jumlahnya seiring dengan bertambahnya usia.Misalkan orang yang meninggal karena *disability* baru ada pada usia 24 tahun yaitu sebanyak 1 orang. Jika dari contoh di atas di hitung sampai usia 25 tahun maka hasil perhitungan tabel *mortalita disability* dapat di lihat dalam tabel berikut (Adapun tabel *mortalita disability* lengkapnya dapat di lihat pada lampiran 2).

Tabel 4. Tabel Mortalita *Disability*

x	l_x^{aa}	d_x^{aa}	i_x	l_x^{ii}	d_x^{ii}
20	100000	72	8	0	0
21	99920	72	10	8	0
22	99838	72	12	18	0
23	99754	72	14	30	0
24	99668	72	16	44	1
25	99580	73	18	59	1

Sumber : Data berdasarkan tabel Futami Takashi, 1993

2.9. Tabel Penyusutan

Dalam hal kematian dan *disability* merupakan salah satu masalah yang terdapat dalam asuransi jiwa. Dalam asuransi jiwa untuk melihat peluang kematian seseorang dapat dihitung dan dilihat pada tabel *mortalia.* Sedangkan untuk melihat peluang *disability* seseorang dapat dihitung dan dilihat pada tabel *mortalita disability*. Dari peluang kejadian kematian dan *disability* maka peluang dari kejadian-kejadian tersebut dapat dilihat pada tabel penyusutan. Tabel penyusutan adalah tabel pengelompokan anggota yang sifatnya tidak untuk satu kejadian. Pengelompokan bisa dilakukan dalam 2 cara yaitu kelompok tertutup dan kelompok terbuka. Kelompok tertutup adalah kelompok yang anggotanya selalu berkurang karena tidak adanya penambahan anggota baru. Kelompok terbuka adalah keadaan anggotanya bisa berubah dikarenakan pengurangan dan adanya penambahan anggota baru yang masuk.

Pada keseluruhan anggota kelompok diantara orang yang masih aktif bekerja tersebut mempunyai paling tidak dua kemungkinan yang akan dialaminya yaitu kematian dan *disability*. Untuk menentukan peluang kematian sekaligus *disability* dapat digunakan tabel penyusutan. Tabel penyusutan digunakan jika dalam kontrak asuransi jiwa penyebab utama berkurangnya jumlah kontrak yaitu mati dan batal. Pada keseluruhan anggota kelompok terdapat kelompok bagian yang terdiri dari orang yang mengalami *disability*¸dari kelompok bagian ini ada yang keluar karena meninggal. Menurut A. Hunter, penggabungan tabel mortalita dan *disability* menjadi kombinasi tabel mortalita dan *disability* yang merupakan tabel penyusutan. Adapun kerangka dari kombinasi tabel *mortalita* dan *disability* yaitu sebagai berikut :

Tabel 5. Kerangka Kombinasi Tabel *Mortalita* dan *Disability*

x	l_x	d_x	l_x^{aa}	d_x^{aa}	i_x	l_x^{ii}	d_x^{ii}
20							
21							

Sumber : Di desain berdasarkan tabel Futami Takashi, 1993

Untuk mempermudah pemahaman dalam membentuk tabel penyusutan yang merupakan kombinasi dari tabel *mortalita* dan *disability* diberikan ilustrasi berupa contoh sebagai berikut :

Contoh 3.

Diketahui jika jumlah pekerja yang aktif bekerja pada usia 20 tahun di suatu perusahaan yaitu 100.000 orang. Dan tidak ada pekerja pada usia 20 tahun yang mengalami *disability*. Maka jumlah orang yang masih aktif bekerja pada usia 20 tahun adalah

$$l_x = l_x^{aa} + l_x^{ii}$$
$$= 100.000 + 0$$
$$= 100.000$$

Sehingga orang yang masih aktif bekerja pada usia 20 tahun sebanyak 100.000 orang.

Untuk d_x yang merupakan jumlah yang meninggal pada usia *x* dimana untuk menentukan d_x menggunakan formula $d_x = d_x^{aa} + d_x^{ii}$. Dalam hal ini d_x^{aa} merupakan jumlah yang aktif bekerja yang meninggal diantara usia 20 sampai 21 tahun sebanyak 72 orang. Sedangkan d_x^{ii} yang merupakan jumlah yang *disability* yang meninggal dalam kasus ini diantara usia 20 sampai 21 tahun, tetapi diantara usia tersebut tidak ada yang *disability* yang meninggal. Maka jumlah orang yang meninggal diantara usia 20 sampai 21 tahun adalah

$$d_x = d_x^{aa} + d_x^{ii}$$
$$= 72 + 0 \;\; = 72$$

Sehingga jumlah orang yang meninggal diantara usia 20 sampai 21 tahun sebanyak 72 orang.

Berdasarkan contoh pada pebahasan tabel mortalita *disability* yaitu pada contoh 1 dan 2 serta ditambah dengan contoh 3 di buat tabel penyusutan yang merupakan kombinasi tabel *mortalita* dan *disability*. Sebagai contoh, berikut ini adalah tabel penyusutan yang merupakan tabel kombinasi *mortalita* dan *disability* dari umur 20 sampai 25 tahun, selengkapnya dapat dilihat pada lampiran 3.

Tabel 6. Kombinasi Tabel Mortalita dan *Disability*

x	l_x	d_x	l_x^{aa}	d_x^{aa}	i_x	l_x^{ii}	d_x^{ii}
20	100000	72	100000	72	8	0	0
21	99912	72	99920	72	10	8	0
22	99820	72	99838	72	12	18	0
23	99724	72	99754	72	14	30	0
24	99624	73	99668	72	16	44	1
25	99521	74	99580	73	18	59	1

Sumber : Data berdasarkan tabel Futami Takashi, 1993

Pada kombinasi tabel mortalita dan *disability* dalam tulisan ini dimisalkan jumlah pekerja yang aktif pada usia 20 tahun adalah 100.000 orang. Orang yang masih aktif bekerja dan meninggal pada usia 20 sampai 21 tahun adalah 72 orang. Setiap baris pada kolom i_x bertambah jumlahnya seiring dengan bertambahnya usia.Misalkan orang yang meninggal karena *disability* baru ada pada usia 24 tahun yaitu sebanyak 1 orang.