

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pendahuluan

Dalam penulisan materi pokok dari skripsi ini diperlukan beberapa teori-teori yang mendukung, yang menjadi uraian pokok pada bab ini. Uraian dimulai dengan membahas distribusi variabel acak kontinu, diantaranya distribusi normal, distribusi chi kuadrat, distribusi beta, distribusi sampling yang terdiri dari distribusi rata-rata dan distribusi varians, diagram kendali, diagram kendali Shewhart, diagram kendali S^2 , serta diagram kendali S^2 Fase I.

2.2 Distribusi Normal

Distribusi normal merupakan suatu alat statistik yang sangat penting untuk menaksir dan meramalkan peristiwa-peristiwa yang lebih luas. Distribusi normal disebut juga dengan distribusi Gauss (1777-1855).

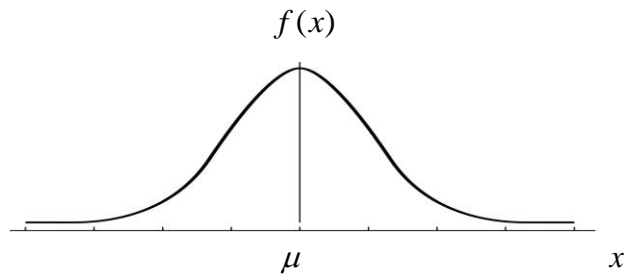
Fungsi densitas dari variabel acak X yang berdistribusi normal dengan mean μ dan varians σ^2 adalah :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \dots(2.1)$$

dimana : $-\infty \leq x \leq \infty$, $-\infty \leq \mu \leq \infty$, $\sigma^2 > 0$

ditulis $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ (Hogg dan Craig, 1978).

Distribusi Normal memiliki kurva yang simetris membentuk suatu lonceng. Kurva distribusi normal umum disajikan pada Gambar 2.1 berikut ini.



Gambar 2.1 Kurva distribusi normal umum

Selain distribusi normal umum, orang juga lebih banyak menggunakan distribusi normal baku. Kurva distribusi normal baku diperoleh dari distribusi normal umum dengan cara transformasi :

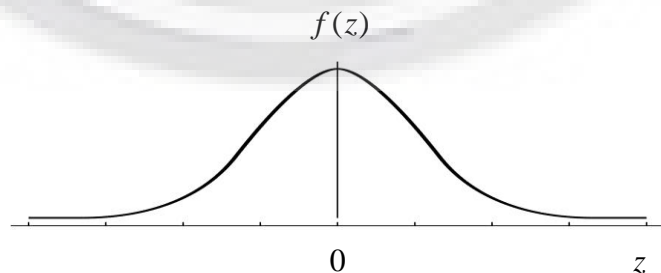
$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad \dots(2.2)$$

Oleh karena itu fungsi densitas distribusi normal baku adalah :

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}, -\infty \leq z \leq \infty \quad \dots(2.3)$$

(Hogg dan Craig, 1978).

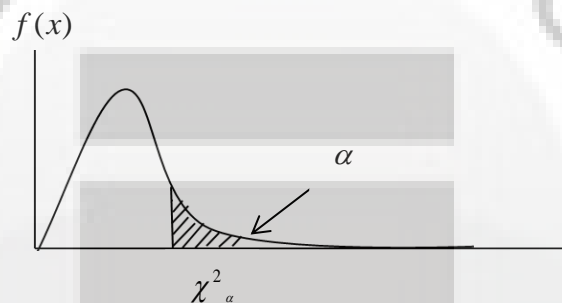
Bentuk transformasi di atas memetakan distribusi normal menjadi distribusi normal baku, sebab distribusi normal dengan variabel z ini memiliki nilai rata-rata = nol dan simpangan baku = satu. Transformasi ini juga mempertahankan luas di bawah kurva distribusinya. Artinya, Luas di bawah kurva distribusi normal antara x_1 dan x_2 = Luas di bawah kurva distribusi normal baku antara z_1 dan z_2 . Kurva distribusi normal baku disajikan pada Gambar 2.2 berikut ini.



Gambar 2.2 Kurva distribusi normal baku

2.3 Distribusi Chi Kuadrat

Distribusi chi-kuadrat dengan $db = k$ adalah distribusi jumlah kuadrat k peubah acak normal baku yang saling bebas. Distribusi ini juga merupakan peluang suatu sampel acak yang menghasilkan nilai χ^2 yang lebih besar dari suatu nilai tertentu, sama dengan luas daerah di bawah kurva di sebelah kanan nilai tersebut. Nilai tertentu tersebut biasanya ditulis dengan χ^2_{α} . Dengan demikian χ^2_{α} menyatakan nilai χ^2_{α} yang luas di sebelah kanannya sama dengan α . Daerah yang luasnya sama dengan α ini dinyatakan oleh daerah yang diarsir. Seperti yang terlihat pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3 Kurva distribusi chi-kuadrat

Distribusi ini seringkali digunakan dalam statistika inferensial, seperti dalam uji hipotesis, atau dalam penyusunan selang kepercayaan.

Fungsi densitas dari distribusi chi-kuadrat adalah :

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) 2^{\nu/2}} x^{\frac{\nu}{2}-1} e^{-x/2} \quad \dots(2.4)$$

Untuk $x > 0$ dan ν adalah derajat kebebasan distribusi yang dinotasikan dengan

$$X \sim \chi^2_{(\nu)}.$$

Dapat ditunjukkan bahwa :

- a. Mean = $E(X) = \nu$
- b. Varians = $Var(X) = 2\nu$

c. Momen = $M_x(t) = (1 - 2t)^{-1/2}$

(Hogg dan Craig, 1978).

2.4 Distribusi Beta

Distribusi beta merupakan pengembangan dari distribusi uniform. Distribusi beta merupakan distribusi kontinu yang fleksibel tetapi terbatas pada suatu rentang.

Fungsi beta :

$$B(\gamma, \theta) = \int_0^1 x^{\gamma-1} (1-x)^{\theta-1} dx = \frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\theta)}{\Gamma(\gamma+\theta)}, \text{ untuk } (\gamma, \theta) > 0 \quad \dots(2.5)$$

parameter $\gamma > 0, \theta > 0$.

Fungsi densitas dari distribusi beta dengan parameter $\gamma > 0, \theta > 0$ adalah :

$$f(x) = \frac{1}{\theta(\gamma, \theta)} x^{\gamma-1} (1-x)^{\theta-1}, 0 < x < 1 \quad \dots(2.6)$$

Catatan: distribusi uniform (0,1) adalah distribusi beta dengan parameter $\gamma = 1, \theta = 1$

. Ketika $\gamma = \theta$, distribusi beta akan berbentuk simetris.

Mean dan variansi x dari distribusi beta adalah :

$$\mu = \frac{\gamma}{\gamma + \theta} \text{ dan } \sigma^2 = \frac{\gamma\theta}{(\gamma + \theta)^2 (\gamma + \theta + 1)} \quad \dots(2.7)$$

sedangkan modulusnya adalah :

$$M_o = \frac{\gamma - 1}{\gamma + \theta - 2} \quad \dots(2.8)$$

2.5 Distribusi Rata-rata (\bar{X})

Misalkan X_1, X_2, \dots, X_n merupakan sampel acak yang berukuran $n \geq 2$ dari distribusi $N(\mu, \sigma^2)$, rata-rata sampel adalah :

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n} \quad \dots(2.9)$$

dan varians sampel :

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad \dots(2.10)$$

dapat ditunjukkan bahwa \bar{X} berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan varians

$\frac{\sigma^2}{n}$ atau $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ serta \bar{X} dan S^2 saling bebas (Hogg dan Craig, 1978).

2.6 Distribusi Varians (S^2)

Jika S^2 varians sampel acak berukuran n yang diambil dari populasi normal dengan varians σ^2 , maka statistik :

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \quad \dots(2.11)$$

berdistribusi Chi Kuadrat χ^2 dengan $db = n - 1$ (Hogg dan Craig, 1978).

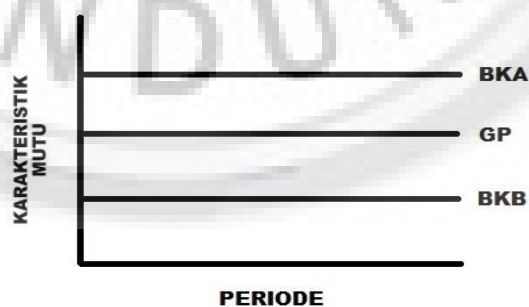
2.7 Diagram Kendali

Diagram Kendali ialah tampilan grafis dari karakteristik mutu yang telah diukur atau dihitung dari sampel terhadap nomor atau waktu periode sampel diambil. Grafik berisi Garis Pusat yang mewakili nilai rata-rata karakteristik mutu yang sesuai dengan keadaan *in control*. Dua garis horizontal lainnya disebut Batas Kendali Atas (BKA) dan Batas Kendali Bawah (BKB). Batas kendali ini dipilih sehingga jika proses terkendali, hampir semua titik sampel akan jatuh diantara mereka. Selama plot nilai dalam batas kendali dengan pola acak proses ini dianggap berada dalam kendali, dan tidak ada tindakan yang diperlukan. Namun, saat plot diluar batas kendali

ditafsirkan sebagai bukti bahwa proses ini di luar kendali, dan investigasi dan tindakan perbaikan yang diperlukan untuk menemukan dan menghilangkan penyebab dialihkan atau menyebabkan bertanggung jawab atas perilaku ini. Tujuan dari menggambarkan diagram kendali adalah untuk menetapkan apakah setiap titik pada grafik normal atau tidak normal dan dapat mengetahui perubahan dalam proses dari mana data dikumpulkan, sehingga setiap titik pada grafik harus mengindikasikan dengan cepat dari proses mana data diambil. Sedangkan dalam penggunaannya diagram kendali diantaranya dapat membantu untuk mendeteksi adanya variasi penyebab khusus, menyakinkan kestabilan sebuah proses serta mendeteksi perubahan proses dari waktu ke waktu.

2.7.1 Diagram Kendali Shewhart

Diagram Kendali Shewhart merupakan diagram yang dibuat pada sistem kartesius dengan sumbu datar menyatakan periode dan sumbu tegak menyatakan karakteristik mutu. Sejajar dengan sumbu datar digambarkan pula Garis Pusat (GP), sepasang batas-batas kontrol, masing-masing berada di atas atau Batas Kendali Atas (BKA) dan di bawah garis pusat atau Batas Kendali Bawah (BKB), seperti pada Gambar 2.4.



Gambar 2.4 Diagram kendali Shewhart

Nilai karakteristik mutu diplotkan pada diagram yang menjelaskan keadaan proses (Handayani, 2012). Misalkan karakteristik mutu dinotasikan dengan X , dimana X merupakan variabel acak yang berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan varians σ^2 . Secara umum BKA, GP, BKB untuk melukiskan diagram Shewhart rata-rata dirumuskan sebagai berikut:

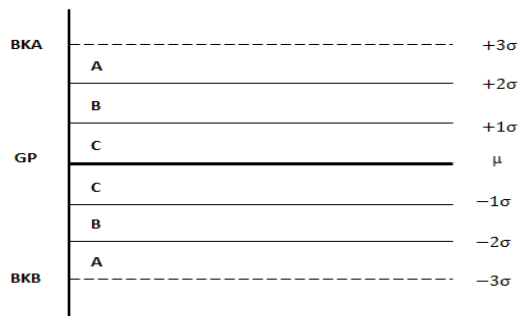
$$\begin{aligned} BKA &= E(X) + k\sqrt{\text{Var}(X)} \\ GP &= E(X) \\ BKB &= E(X) - k\sqrt{\text{Var}(X)} \end{aligned} \quad \dots(2.12)$$

atau :

$$\begin{aligned} BKA &= \mu + k\sigma \\ GP &= \mu \\ BKB &= \mu - k\sigma \end{aligned} \quad \dots(2.13)$$

dengan k merupakan konstanta yang menentukan besarnya peluang menyatakan proses *out of control* padahal proses *in control*. Umumnya nilai $k = 3$, bersesuaian dengan $\alpha = 0.0027$.

Batas-batas pengendali ini dipilih sedemikian sehingga apabila proses terkendali, hampir semua titik-titik sampel akan jatuh di kedua garis itu. Namun demikian, meskipun semua titik-titik terletak di dalam batas kendali, belum tentu proses tersebut terkendali. Untuk menentukan kriteria tidak terkendali ini, diagram kendali dibagi menjadi 3 zona yang diukur dalam satuan simpangan baku (σ) antara garis tengah dengan batas kontrol sebagai berikut :



Gambar 2.5 Pembagian zona diagram kendali 3σ

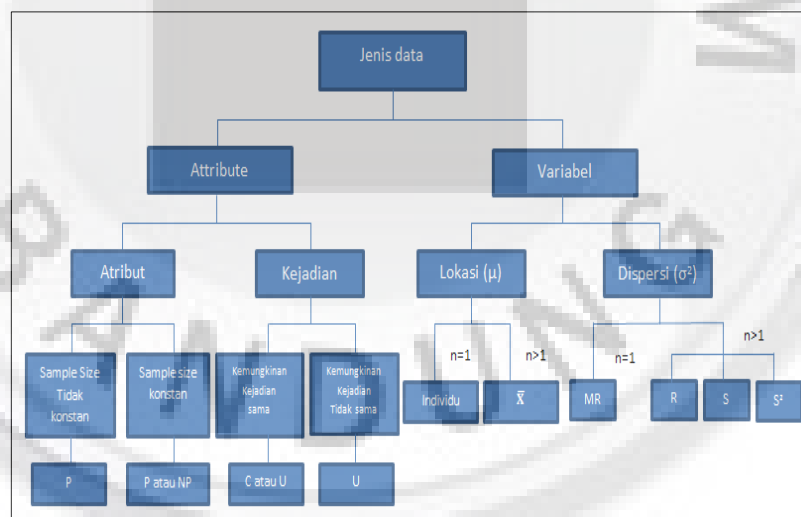
Menurut Kiemele dkk (2000) ada 7 gejala-gejala diagram kendali tidak terkendali, yaitu:

1. Terdapat 1 atau lebih titik yang berada di luar batas kendali.
2. 7 titik berturut-turut berada di sisi yang sama dari garis tengah.
3. 7 titik berturut-turut membentuk tren meningkat atau menurun.
4. 2 dari 3 titik secara berturut-turut jatuh di zona A atau lebih, di sisi yang sama dari garis tengah.
5. 4 dari 5 titik secara berturut turut jatuh di Zona A atau lebih, di sisi yang sama dari garis tengah.
6. 14 titik berturut-turut naik dan turun secara bergantian.
7. 14 titik berturut-turut jatuh di zona C.

Jika diagram kendali proses tidak menunjukkan ketujuh gejala di atas, atau membentuk pola tidak acak lainnya, kita dapat mengatakan bahwa proses terkendali. Diagram kendali ini baik digunakan untuk pergeseran di atas 1.5σ . Kemampuan untuk mendeteksi pergeseran yang kecil atau kurang dari 1.5σ , dapat dilakukan dengan menggunakan diagram kendali yang menyertakan informasi dari sampel sebelumnya.

2.7.2 Pemilihan Diagram Kendali Shewhart

Dalam pemilihannya, diagram kendali dibedakan berdasarkan jenis data. Dari jenis data tersebut, Gaspersz (1998) menjelaskan bahwa dalam konteks pengendalian proses statistik dikenal dua jenis data, yaitu diagram kendali untuk data *attribute* (dihitung) dan diagram kendali untuk data *variable* (diukur). Data *attribute* (dihitung), merupakan data kualitatif yang dapat dihitung untuk pencatatan dan analisa. Contoh dari data *attribute* karakteristik kualitas adalah ketiadaan label pada kemasan produk, kesalahan proses administrasi, banyaknya jenis cacat pada produk, dan lainnya. Sedangkan data *variable* (diukur), merupakan data kuantitatif yang diukur untuk keperluan analisis. Contoh dari data variabel karakteristik kualitas adalah : diameter pipa, ketebalan produk kayu, berat semen dalam kantong, dan lainnya. Beberapa jenis diagram kendali *attribute* dan *variable* dijelaskan pada Gambar 2.6.



Gambar 2.6 Beberapa Jenis Diagram Kendali

Pada Gambar 2.6 tampak bahwa untuk jenis data variabel terdapat beberapa diagram kendali dispersi yaitu R (Rentang), S (Simpangan Baku), dan S^2 (Varians). Untuk uraian selanjutnya difokuskan pada pembahasan diagram kendali Shewhart S^2 .

Karakteristik dari diagram kendali Shewhart itu sendiri ialah karakteristik hanya dihitung berdasarkan statistik yang dihitung pada periode tersebut.

2.8 Diagram Kendali S^2

Andaikan suatu proses produksi akan dikendalikan melalui karakteristik mutu X yang berdistribusi normal dengan parameter rata-rata μ dan varians σ^2 dalam keadaan *in control* $\mu = \mu_0$ dan $\sigma^2 = \sigma_0^2$. Pengontrolan fokus pada memantau pergeseran σ_0^2 melalui statistik atau diagram kendali Shewhart S^2 .

Adapun langkah-langkah menentukan diagram kendali Shewhart S^2 (Montgomery, 2001) :

1. Tentukan ukuran sampel n , biasanya 4, 5, 6.
2. Tentukan banyaknya periode / subgrup m antara 20-25.
3. Hitung varians masing-masing periode :

$$S_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (X_{ji} - \bar{X}_i)^2 \quad \dots(2.14)$$

dimana $\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_{ji}$; $i = 1, 2, \dots, m$.

4. Batas-batas kendali S^2 Shewhart ditentukan sebagai berikut:

Misalnya sampel acak X_1, X_2, \dots, X_n diambil dari distribusi $X \sim N(\mu, \sigma^2)$,

maka ekspektasi dan varians rata-rata sampel $\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_{ji} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$,

selanjutnya tentukan statistik pada Persamaan (2.11) yang berdistribusi

$$\chi^2_{(n-1)}$$

Oleh karena itu batas-batas kendali untuk S^2 :

$$\begin{aligned}
 BKA &= \frac{\sigma_0^2 \chi^2_{(n-1)(1-\frac{\alpha}{2})}}{n-1} \\
 GP &= \sigma_0^2 \\
 BKB &= \frac{\sigma_0^2 \chi^2_{(n-1)(\frac{\alpha}{2})}}{n-1}
 \end{aligned}
 \dots(2.15)$$

Batas-batas kendali pada Persamaan (2.15) disebut batas kendali *False Alarm Rate* (FAR) (Human dkk, 2010).

Dalam hal simpangan baku (σ_0) tidak diketahui, σ_0 ditaksir dari data yang diambil selama m periode sebagaimana pada langkah 2, yaitu :

$$\hat{\sigma}_0 = S_p^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_i^2
 \dots(2.16)$$

sehingga batas-batas kendalinya menjadi :

$$\begin{aligned}
 \hat{BKA} &= \frac{S_p^2 \chi^2_{(n-1)(1-\frac{\alpha}{2})}}{n-1} \\
 GP &= S_p^2 \\
 \hat{BKB} &= \frac{S_p^2 \chi^2_{(n-1)(\frac{\alpha}{2})}}{n-1}
 \end{aligned}
 \dots(2.17)$$

(Montgomery, 2005).

Akan tetapi, batas-batas kendali (2.17) kurang cocok digunakan baik untuk Fase I

maupun Fase II karena rasio $\frac{S_i^2}{S_p^2}$ dapat dikaitkan dengan generalisasi distribusi beta

multivariat yang dikenal sebagai distribusi Dirichlet dan dalam keadaan *in control*

distribusi marginal dari setiap $Y_i = \frac{S_i^2}{S_p^2}$ dapat ditunjukkan berdistribusi beta dengan

parameter $(n-1)/2$ dan $(m-1)(n-1)/2$. Selain itu, y_i dan y_j dengan $i \neq j$

berkorelasi negatif dengan korelasi umum sebesar $P_{y_i, y_j} = -\frac{1}{m-1}$. Oleh karena itu,

perlu dibuat batas-batas kendali S^2 berbasis *False Alarm Probability* (FAP) (Human dkk, 2010) yang akan dijelaskan berikut ini.

2.9 Diagram Kendali S^2 Fase I

2.9.1 Batas-batas Diagram Kendali S^2 FAP

FAP adalah peluang yang menunjukkan bahwa paling sedikit satu titik periode pengamatan menunjukkan *out of control* padahal *in control*. Andaikan batas-batas diagram kendali S^2 berbasis FAP adalah $B\hat{K}A_F = C_A S_p^2$ dan $B\hat{K}B_F = C_B S_p^2$ kemudian E_i menunjukkan bahwa S_i jatuh di dalam batas-batas kendali, maka nilai FAP dapat diturunkan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} FAP &= 1 - P\left(\bigcap_{i=1}^m \{E_i\} \mid IC\right) = 1 - P\left(\bigcap_{i=1}^m \left\{B\hat{K}B_F < S_i^2 < B\hat{K}A_F\right\} \mid IC\right) \quad \dots(2.18) \\ &= 1 - P\left(\bigcap_{i=1}^m \left\{C_B S_p^2 < S_i^2 < C_A S_p^2\right\} \mid IC\right) \end{aligned}$$

dengan mengandaikan bahwa $Y_i = (n-1)S_i^2 / [m(n-1)S_p^2]$, FAP pada Persamaan 2.18 dapat juga dinyatakan sebagai :

$$FAP = 1 - P\left(\bigcap_{i=1}^m \{C_B / m < Y_i < C_A / m\} \mid IC\right) \quad \dots(2.19)$$

sehingga FAP dapat ditulis ulang sebagai :

$$\begin{aligned} FAP &= 1 - P\left(\bigcap_{i=1}^m \{a < Y_i < b\} \mid IC\right) \\ &= 1 - \int_a^b \dots \int_a^b f(y_1, y_2, \dots, y_m) dy_1 dy_2 \dots dy_m \quad \dots(2.20) \end{aligned}$$

dimana

$$a = C_B / m \text{ dan } b = C_A / m \text{ dengan } 0 < a < b < 1 \quad \dots(2.21)$$

dan $f(y_1, y_2, \dots, y_m)$ menunjukkan p.d.f bersama (Y_1, Y_2, \dots, Y_m) *in control*. Dengan demikian, batas-batas kendali fase I untuk diagram S^2 berbasis FAP adalah :

$$\begin{aligned} \hat{BKA} &= mbS_p^2 = C_A S_p^2 \\ GP &= S_p^2 \\ \hat{BKB} &= maS_p^2 = C_B S_p^2 \end{aligned} \quad \dots(2.22)$$

dimana konstanta $0 < a < b < 1$ ditentukan dari Persamaan 2.20 untuk nilai FAP tertentu misalnya FAP_0 . Penentuan konstanta a dan b dijelaskan pada uraian berikut.

2.9.2 Perhitungan Konstanta a dan b

Penentuan konstanta a dan b dari Persamaan 2.20 tidaklah mudah diturunkan secara eksak. Untuk itu, penentuan a dan b akan ditentukan melalui komputasi dengan cara sebagai berikut :

Misalkan $Y_{\max} = \text{maksimum}(Y_1, Y_2, \dots, Y_m)$ kemudian $Y_{\min} = \text{minimum}(Y_1, Y_2, \dots, Y_m)$, dan FAP pada Persamaan 2.20 dapat ditulis sebagai :

$$FAP = P(Y_{\max} \geq b | IC) + P(Y_{\min} \leq a | IC) - P(Y_{\max} \geq b | IC) + P(Y_{\min} \leq a | IC)$$

Nilai a dan b ditetapkan untuk nilai FAP tertentu, misal besarnya FAP_0 sehingga memenuhi pada Persamaan 2.22.

$$FAP = P(Y_{\max} \geq b | IC) + P(Y_{\min} \leq a | IC) \leq FAP_0 \quad \dots(2.23)$$

atau

$$P(Y_{\max} \geq b | IC) \leq \frac{FAP_0}{2} \text{ dan } P(Y_{\min} \leq a | IC) \leq \frac{FAP_0}{2} \quad \dots(2.24)$$

Mengingat distribusi Y_{\max} dan Y_{\min} sulit diidentifikasi, perhitungan a dan b dapat ditentukan melalui simulasi.

2.9.3 Algoritma Menghitung a dan b

Ingat bahwa :

$$Y_i = \frac{(n-1)S_i^2}{m(n-1)S_p^2}, i = 1, 2, \dots, m$$

$$= \frac{(n-1)S_i^2 / \sigma^2}{m(n-1)S_p^2 / \sigma^2}$$

atau

$$Y_i = \frac{S_i^2}{\sum S_i^2} = \frac{X_i}{\sum X_i}$$

Jelas pembilang $X_i \sim \chi^2_{(n-1)}$ dan penyebutnya jumlah dari X_i . Oleh karena itu, langkah-langkah menghitung a dan b dengan simulasi adalah :

Langkah 1 : Bangkitkan 100.000 pengamatan dari distribusi bersama dari Y_1, Y_2, \dots, Y_m dengan cara :

- Bangkitkan n bilangan variabel acak $\chi^2_{(n-1)}$ saling bebas untuk m dan n yang telah ditetapkan dan diberi notasi X_i .
- Hitung jumlah $SUM = \sum X_i$
- Hitung rasio $Y_i = \frac{X_i}{\sum X_i}$
- Vektor $[Y_1, Y_2, \dots, Y_m]$ adalah satu pengamatan dari distribusi bersama.
- Ulangi sampai 100.000 kali.

Langkah 2 : Hitung maksimum (Y_{\max}) dan minimum (Y_{\min}) dari masing-masing vektor $[Y_1, Y_2, \dots, Y_m]$ yang dibangkitkan pada Langkah 1. Pada akhir Langkah 2, akan diperoleh 100.000 pengamatan simulasi dari distribusi marjinal statistik order terbesar dan terkecil dari himpunan m independen variabel Y .

Langkah 3 : Atur 100.000 pengamatan dari distribusi marjinal Y_{max} dan Y_{min} yang diperoleh dari Langkah 2 secara terpisah dalam urutan menaik.

Langkah 4 :

- a. Dari himpunan 100.000 nilai Y_{min} yang diperoleh pada Langkah 3, tentukan nilai a sehingga proporsi nilai Y_{min} kurang dari atau sama dengan a kurang dari atau sama dengan $\frac{FAP_0}{2}$. Demikian pula dari 100.000 nilai Y_{max} pada Langkah 3, tentukan nilai b sehingga proporsi nilai Y_{max} lebih besar atau sama dengan b lebih besar atau sama dengan $FAP_0 = 2$.
- b. Kedua nilai memberikan konstanta a dan b yang diperlukan . Setelah itu tentukan $BKA(m.b)$ dan $BKB(m.a)$.
- c. Hasilnya disajikan pada Tabel L.1 (Lampiran 4) untuk $FAP_0 = 0.05$ dan Tabel L.2 (Lampiran 5) untuk $FAP_0 = 0.01$.

Contoh Perhitungan BKA dan BKB. Misalkan $m = 7$, $n = 6$ dan diinginkan $FAP_0 = 0.05$. Dari Tabel L.1 pada Lampiran 4 kita mendapatkan $C_B = 0.0805$ dan $C_A = 2.9897$, sehingga perkiraan batas kendali bawah dan atas dari chart S^2 Fase I adalah $B\hat{K}B = 0.0805S_p^2$ dan $B\hat{K}A = 2.9897S_p^2$.

2.9.4 Attained False Alarm Rate (AFAR)

Telah dijelaskan batas-batas kendali berbasis FAP itu berkaitan dengan pengujian hipotesis yang berlaku untuk seluruh titik pengamatan. Oleh karena itu nilai FAP_0 biasanya diambil antara 1% dan 5%. Oleh karena itu batas kendali FAP

menginduksi batas-batas kendali FAR dimana batas kendali FAR bersifat individu atau batas-batas yang didasarkan pada distribusi marjinal Y_i .

Batas-batas kendali FAR biasanya dikaitkan dengan batas kendali 3σ berkaitan dengan $\alpha = 0.0027$. Untuk melihat apakah batas-batas kendali FAP bersesuaian dengan batas-batas kendali 3σ perlu dihitung *Attained False Alarm Rate* (AFAR). Untuk menghitungnya telah dijelaskan sebelumnya bahwa dalam keadaan *in control* distribusi marjinal Y_i adalah beta dengan parameter $\left(\frac{n-1}{2}\right)$ dan $\left(\frac{(m-1)(n-1)}{2}\right)$. Oleh karena itu, nilai AFAR untuk Fase I diagram S^2 diberikan oleh:

$$\begin{aligned} AFAR &= 1 - P(a < Y_i < b \mid IC) \\ &= \left[1 - I_b\left(\frac{n-1}{2}, \frac{(m-1)(n-1)}{2}\right) \right] + I_a\left(\frac{n-1}{2}, \frac{(m-1)(n-1)}{2}\right) \end{aligned} \quad \dots(2.25)$$

di mana $I_x(u, v) = [\beta(u, v)]^{-1} \int_0^x t^{u-1} (1-t)^{v-1} dt, 0 < x < 1$ adalah fungsi distribusi kumulatif dari distribusi beta standar dan, $a = C_B / m$ dan $b = C_A / m$ ditentukan dengan menggunakan nilai-nilai C_B dan C_A seperti yang tercantum dalam Tabel (Lampiran 4) atau (Lampiran 5) untuk nilai m , n dan FAP tertentu. Nilai-nilai AFAR untuk $FAP_0 = 0.05$ tercantum pada Tabel L.3 (Lampiran 6) dan untuk $FAP_0 = 0.01$ tercantum pada Tabel L.4 (Lampiran 7).