

BAB III

BAHASAN MASALAH

3.1 Perhitungan Nilai Premi Tunggal Bersih Asuransi Jiwa Seumur Hidup Dengan Pembayaran Tertunda

Dalam menetapkan besaran nilai premi tunggal bersih ada beberapa aspek yang perlu untuk diketahui dan juga ada beberapa tahapan yang harus dilakukan salah satunya diperlukan perhitungan bunga. Bunga adalah penambahan dari jumlah pokok sebagai imbalan jasa yang diterima oleh peminjam atas dana yang diberikan kepadanya. Secara matematika, bunga adalah imbalan jasa (berbentuk uang) dari simpanan atau pinjaman, dibayarkan pada akhir suatu jangka waktu yang diberikan oleh peminjam kepada orang yang meminjamkan modal atas persetujuan kedua belah pihak.

Tingkat bunga dinotasikan menggunakan % adalah perbandingan antara bunga yang diperoleh dengan pokok yang diinvestasikan. Tingkat bunga disimbolkan dengan i . Misal R adalah pokok yang diinvestasikan, sedangkan k adalah bunga dari R , maka tingkat bunga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$i = \frac{k}{R} \times 100\% \quad (3.1)$$

Dalam perhitungan premi asuransi dibutuhkan nilai uang sekarang dari nilai yang akan datang yang disebut *present value*. Nilai uang yang akan datang jumlahnya akan lebih besar daripada nilai uang

sekarang. Untuk mencari nilai sekarang (*present value*) dari jumlah nilai yang akan datang dibutuhkan faktor pengali yang dinotasikan v dan dituliskan sebagai

$$v = \frac{1}{1+i} \quad (3.2)$$

v juga sering disebut sebagai *discount factor* atau dalam bahasa Indonesia lebih dikenal dengan faktor diskonto. Faktor diskonto merupakan bilangan yang nilainya antara 0 dan 1 digunakan untuk mengalikan nilai di masa yang akan datang (*future value*) agar menjadi nilai sekarang (*present value*).

Untuk memudahkan perhitungan, digunakan simbol yang disebut simbol komutasi yaitu: D , N , C , M . Simbol-simbol ini digunakan untuk menyederhanakan rumus dalam perhitungan premi, premi tahunan, anuitas, cadangan dan perhitungan-perhitungan nilai asuransi lainnya. Empat simbol komutasi ini yaitu:

1. D_x adalah hasil perkalian dari faktor diskonto v yang dipangkatkan x (usia seseorang) v^x dengan jumlah kelahiran yang berusia x tahun (l_x) atau

$$D_x = v^x l_x \quad (3.3)$$

2. N_x adalah jumlah dari D_{x+i} dengan $i = 0$ sampai $\omega - x$ tahun atau

$$N_x = D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_\omega \quad (3.4)$$

Dimana ω adalah usia tertinggi seseorang (diasumsikan adalah 99tahun)

3. C_x adalah hasil perkalian dari faktor diskonto v yang dipangkatkan $x+1$ dengan banyak orang yang meninggal antara usia x sampai $x+1$ tahun (d_x) atau

$$C_x = v^{x+1} \cdot d_x \quad (3.5)$$

4. M_x adalah jumlah dari C_{x+i} dengan $i = 0$ sampai $\omega-x$ tahun.

$$M_x = \sum_{i=0} C_{x+i} = C_x + C_{x+1} + \dots + C_{\omega} \quad (3.6)$$

Prinsip dasar asuransi jiwa adalah sekelompok orang mengumpulkan sejumlah uang dengan kesepakatan bahwa apabila pada tahun itu atau tahun berikutnya ada salah satu anggotanya yang meninggal maka kepada anggota yang meninggal tersebut akan diberikan santunan sebesar 1 (satuan uang).

Misalkan A_x menyatakan nilai premi tunggal bersih dari asuransi seumur hidup sebesar 1 (satuan uang) bagi seseorang berusia x tahun. Ini berarti, bila ia meninggal, kepada pewarisnya akan dibayarkan sebesar 1 (satuan uang) pada akhir tahun dia meninggal. Premi tunggal bersih yang dibayarkan kepada seorang anggota, dengan menggunakan metode diskonto dapat diuraikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} A_x &= 1 \left(v \frac{d_x}{l_x} + v^2 \frac{d_{x+1}}{l_x} + v^3 \frac{d_{x+2}}{l_x} + \dots + v^{\omega-x+1} \frac{d_{\omega}}{l_x} \right) \\ A_x &= 1 \frac{v d_x + v^2 d_{x+1} + v^3 d_{x+2} + \dots + v^{\omega-x+1} d_{\omega}}{l_x} \quad (3.7) \\ A_x &= 1 \frac{v d_x + v^2 d_{x+1} + v^3 d_{x+2} + \dots + v^{\omega-x+1} d_{\omega}}{l_x} \times \frac{v^x}{v^x} \\ A_x &= 1 \frac{v^{x+1} d_x + v^{x+2} d_{x+1} + v^{x+3} d_{x+2} + \dots + v^{\omega+1} d_{\omega}}{v^x l_x} \end{aligned}$$

$$A_x = 1 \frac{C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \dots + C_\omega}{D_x} = 1 \frac{M_x}{D_x}$$

Jika besarnya santunan adalah A , maka premi tunggalnya menjadi

$$A_x = A \frac{M_x}{D_x} \quad (3.8)$$

$r|A_x$ adalah premi tunggal bersih untuk asuransi jiwa seumur hidup sebesar 1(Rp) yang tertunda pembayarannya selama r tahun.

Untuk memudahkan perhitungan dari asuransi yang disebutkan akan digunakan simbol komutasi sebagai berikut:

$$r|A_x = \frac{M_{x+r}}{D_x} \quad (3.9)$$

Dari persamaan diatas dapat kita uraikan untuk mengetahui penjabarannya sebagai berikut:

$$\begin{aligned} r|A_x &= A_x - A_{x:\overline{r}|}^1 & (3.10) \\ &= \frac{M_x}{D_x} - \left(\frac{M_x - M_{x+r}}{D_x} \right) \\ &= \frac{M_x - M_x + M_{x+r}}{D_x} = \frac{M_{x+r}}{D_x} \end{aligned}$$

Premi tunggal adalah premi yang dibayarkan secara sekaligus diawal, sedangkan premi tunggal tertunda adalah premi tunggal yang pembayarannya ditunda misalkan r tahun. Oleh karena itu selama waktu tunda (r tahun) perusahaan tidak menerima biaya apapun. Jika terjadi kematian dalam jangka waktu selam r tahun, maka pemegang polis tidak mendapat santunan. Santunan akan diterima pemegang polis apabila terjadi kematian setelah r tahun. Keuntungan bagi pemegang polis ialah mengenai usia si pemegang polis yang dihitung ketika pembelian asuransi meskipun belum membayar polis.

3.2 Menentukan Nilai Premi Tunggal Bersih Asuransi Jiwa Seumur Hidup dengan Pembayaran Tertunda Menggunakan Tabel CSO 1941 dan CSO 1958

Untuk perhitungan nilai premi tunggal bersih menggunakan tabel mortalita perlu diketahui uang pertanggungan, tingkat suku bunga dan umur pemegang polis.

Contoh menghitung nilai premi tunggal bersih asuransi jiwa seumur hidup dengan pembayaran tertunda menggunakan tabel CSO 1941:

Seseorang yang berusia 20 tahun yang memiliki penyakit akan mengikuti asuransi kematian dengan uang pertanggungan Rp100.000.000 dan tingkat suku bunga 2,5% sedangkan pembayarannya tertunda selama 2 tahun (selama 2 tahun belum membayar premi), maka besaran nilai premi tunggal bersih yang harus dibayarkan dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 {}_r|A_x &= A \frac{M_{x+r}}{D_x} \\
 &= A \frac{C_{x+r} + C_{(x+1)+r} + C_{(x+2)+r} + \dots + C_{\omega}}{v^x l_x} \\
 &= A \frac{v^{(x+1)+r} \cdot d_{x+r} + v^{(x+2)+r} \cdot d_{(x+1)+r} + \dots + v^{(\omega+1)+r} \cdot d_{\omega+r}}{v^x l_x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2|A_{20} &= 100.000.000 \frac{v^{(20+1)+2} \cdot d_{20+2} + v^{(20+2)+2} \cdot d_{(20+1)+2} + \dots + v^{(97+1)+2} \cdot d_{97+2}}{v^{20} l_{20}} \\
&= 100.000.000 \times \frac{v^{23} \cdot d_{22} + v^{24} \cdot d_{23} + \dots + v^{99} \cdot d_{98}}{v^{20} l_{20}} \\
&= 100.000.000 \times \frac{\left(\frac{1}{1+2,5\%}\right)^{23} \cdot d_{22} + \dots + \left(\frac{1}{1+2,5\%}\right)^{99} \cdot d_{98}}{\left(\frac{1}{1+2,5\%}\right)^{20} \cdot l_{20}}
\end{aligned}$$

Dari tabel mortalita CSO 1941 diketahui $d_{22} = 2452 \dots d_{99} = 125$ dan $l_{20} = 951483 \dots l_{99} = 125$ sehingga,

$$\begin{aligned}
2|A_{20} &= 100.000.000 \times \frac{193897,0139}{580662,43} \\
&= 33.392.381,51
\end{aligned}$$

Jadi, nilai premi tunggal bersih yang harus dibayarkan untuk seseorang yang berusia 20 tahun adalah sebesar Rp. 33.392.381,51

Untuk perhitungan menggunakan tabel CSO 1958 juga sama, hanya berbeda dari nilai M_x dan D_x , sebab dari nilai d_x dan l_x juga berbeda yaitu:

Contoh menghitung nilai premi tunggal bersih asuransi jiwa seumur hidup dengan pembayaran tertunda menggunakan tabel CSO 1958:

Seseorang yang berusia 20 tahun yang memiliki penyakit akan mengikuti asuransi kematian dengan uang pertanggungannya Rp100.000.000 dan tingkat suku bunga 2,5% sedangkan pembayarannya tertunda selama 2 tahun (selama 2 tahun belum membayar premi), maka besaran nilai premi tunggal bersih yang harus dibayarkan dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
r|A_x &= A \frac{M_{x+r}}{D_x} \\
&= A \frac{C_{x+r} + C_{(x+1)+r} + C_{(x+2)+r} + \dots + C_\omega}{v^x l_x} \\
&= A \frac{v^{(x+1)+r} \cdot d_{x+r} + v^{(x+2)+r} \cdot d_{(x+1)+r} + \dots + v^{(\omega+1)+r} \cdot d_{\omega+r}}{v^x l_x}
\end{aligned}$$

$$2|A_{20} = 100.000.000 \frac{v^{(20+1)+2} \cdot d_{20+2} + v^{(20+2)+2} \cdot d_{(20+1)+2} + \dots + v^{(97+1)+2} \cdot d_{97+2}}{v^{20} l_{20}}$$

$$= 100.000.000 \times \frac{v^{23} \cdot d_{22} + v^{24} \cdot d_{23} + \dots + v^{99} \cdot d_{98}}{v^{20} l_{20}}$$

$$= 100.000.000 \times \frac{\left(\frac{1}{1+2,5\%}\right)^{23} \cdot d_{22} + \dots + \left(\frac{1}{1+2,5\%}\right)^{99} \cdot d_{98}}{\left(\frac{1}{1+2,5\%}\right)^{20} \cdot l_{20}}$$

Dari tabel mortalita CSO 1941 diketahui $d_{22} = 17912 \dots d_{99} = 6415$ dan

$l_{20} = 9630039 \dots l_{99} = 6415$ sehingga,

$$2|A_{20} = 100.000.000 \times \frac{1783713,061}{5898265,001}$$

$$= 30.241.316,99$$

Jadi, nilai premi tunggal bersih yang harus dibayarkan untuk seseorang yang berusia 20 tahun adalah sebesar Rp. 30.241.316,99

Berdasarkan hasil perhitungan premi yang ada dapat diketahui bahwa perhitungan premi berdasarkan tabel CSO 1941 nilai preminya lebih besar bila dibandingkan nilai premi berdasarkan tabel CSO 1958.