

### BAB III

#### PEMBAHASAN

Asumsi-asumsi yang digunakan pada batasan masalah ini adalah asumsi yang digunakan pada penggunaan model Bello. Asumsi-asumsi yang digunakan adalah sebagai berikut :

- a. Aliran yang mengalir sepanjang pipa alir adalah tunak dan merupakan fluida Newtonian  
Fluida Newtonian adalah suatu jenis fluida yang memiliki gaya drag dan gradien kecepatan yang linier. Fluida Newtonian akan terus menerus mengalir sekalipun terdapat gaya yang bekerja pada fluida, karena viskositas fluida ini tidak berubah ketika terdapat gaya yang bekerja pada fluida tersebut. Viskositas akan berubah jika terjadi perubahan temperatur.
- b. Temperatur pada setiap pipa alir adalah konstan (isotermal)
- c. Pengaruh interaksi pasir dan gas diabaikan karena nilainya sangat kecil
- d. Sudut elevasi pipa adalah nol
- e. Komposisi fluida di sepanjang sistem adalah seragam (*uniform*). Kondisi seragam (*uniform*) yang dimaksud adalah komposisi aliran tidak berubah di sepanjang pipa alir.
- f. Belokan disetiap pipa dan penambahan alat-alat di sepanjang pipa alir diabaikan karena segmen pipa diasumsikan berbentuk lurus dan seragam.

### 3.1 Modifikasi Model Penurunan Tekanan Aliran Tiga Fasa (Gas-Minyak-Pasir) pada Jaringan Pipa Sederhana

Pada persamaan (2.27) diketahui model aliran tiga fasa (gas-minyak-pasir) pada satu segmen pipa horizontal (Bello, O., 2010). Namun pada kenyataannya aliran fluida tidak terdiri dari sebuah *source*. Oleh karena itu, perlu pengembangan model aliran fluida agar dapat dimanfaatkan pada produksi minyak bumi.

Pengembangan model tersebut dilakukan dengan menggunakan Hukum Kekekalan Massa. Jika jaringan tertutup yang terdiri dari dua buah *source* menuju sebuah *sink* yang di dalamnya mengalir tiga fasa yaitu gas-minyak-pasir tidak mengalami perubahan massa ketika mengalir di sepanjang pipa alir, maka dengan menggunakan prinsip Hukum Kirchoff I laju aliran massa fluida yang masuk ( $W_{masuk}$ ) sama dengan laju aliran massa yang keluar ( $W_{keluar}$ ). Berikut adalah modifikasi model penurunan tekanan aliran tiga fasa (gas-minyak-pasir) pada jaringan pipa sederhana. Model penurunan tekanan aliran tiga fasa (gas-minyak-pasir) tersebut meliputi model aliran minyak, model aliran minyak-gas dan model aliran minyak-pasir.

#### 3.1.1 Modifikasi Model Aliran Minyak

Dari persamaan (2.22) dapat diketahui laju aliran volume untuk fasa minyak ( $Q_L$ ) adalah sebagai berikut :

$$Q_L = Q_T H_L \quad (3.1)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (2.14) ke persamaan (3.1) sehingga laju aliran volume untuk fasa minyak ( $Q_L$ ) adalah :

$$Q_L = \frac{W_m}{\rho_m} H_L \quad (3.2)$$

Pada persamaan (2.28) dan (2.29) dijelaskan bahwa ketika minyak mengalir disepanjang pipa alir akan mengalami gesekan dengan dinding pipa. Besarnya faktor gesekan minyak ( $f_L$ ) tersebut bergantung pada besarnya bilangan Reynold untuk fasa minyak ( $Re_L$ ) yang mengalir di sepanjang pipa alir. Bilangan Reynold untuk fasa minyak didefinisikan pada persamaan berikut :

$$Re_L = \frac{u_{SL} D \rho_L}{\mu_L} \quad (3.3)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (2.18) ke persamaan (3.3) bilangan Reynold untuk fasa minyak adalah :

$$Re_L = \frac{Q_L}{A} \frac{D \rho_L}{\mu_L} \quad (3.4)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (3.2) ke persamaan (3.4) menjadi :

$$Re_L = \frac{W_m H_L D \rho_L}{\rho_m A \mu_L} \quad (3.5)$$

dari persamaan (2.30) diketahui model perubahan tekanan untuk fasa minyak terhadap panjang pipa dituliskan sebagai berikut :

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_L = g \rho_L \sin \theta + \frac{1}{2} \left(\frac{f_L}{D}\right) \rho_L u_{SL}^2$$

dengan mensubstitusikan persamaan (2.18) ke persamaan (2.30) diperoleh model perubahan tekanan terhadap panjang pipa untuk fasa minyak adalah :

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_L = g\rho_L \sin \theta + \frac{1}{2}\left(\frac{f_L}{D}\right) \rho_L \left(\frac{Q_L}{A}\right)^2 \quad (3.6)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (3.2) ke persamaan (3.6) menjadi :

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_L = g\rho_L \sin \theta + \frac{1}{2}\left(\frac{f_L}{D}\right) \rho_L \left(\frac{W_m H_L}{\rho_m A}\right)^2 \quad (3.7)$$

dengan  $\theta$  adalah sudut kemiringan pipa dan  $g$  adalah gaya gravitasi bumi.

### 3.1.2 Modifikasi Model Aliran Minyak-Gas

Dari persamaan (2.23) dapat diketahui laju aliran volume untuk fasa gas ( $Q_G$ ) adalah sebagai berikut :

$$Q_G = Q_T H_G \quad (3.8)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (2.14) ke persamaan (3.8) sehingga laju aliran volume untuk fasa gas ( $Q_G$ ) adalah :

$$Q_G = \frac{W_m}{\rho_m} H_G \quad (3.9)$$

Pada persamaan (2.31) dijelaskan bahwa fluida yang terdiri dari fasa minyak dan gas mengalir di sepanjang pipa alir akan mengalami gesekan. Besarnya faktor gesekan tersebut bergantung pada besarnya bilangan Reynold untuk fasa minyak dan gas ( $Re_W$ ). Besarnya bilangan Reynold untuk fasa minyak dan gas bergantung pada massa jenis campuran untuk fasa minyak dan gas ( $\rho_{lm}$ ), viskositas campuran untuk fasa minyak dan gas ( $\mu_{lm}$ ) dan kecepatan aktual untuk campuran fasa minyak dan gas ( $u_{lm}$ ).

Kecepatan aktual untuk campuran fasa minyak dan gas dinotasikan sebagai  $u_{lm}$  dengan  $u_l$  adalah kecepatan aktual fasa minyak dan  $u_G$  adalah kecepatan aktual fasa gas yang didefinisikan pada persamaan berikut :

$$u_{lm} = u_l + u_G \quad (3.10)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (2.15) dan (2.16) ke persamaan (3.10) diperoleh kecepatan aktual untuk campuran fasa minyak dan gas adalah sebagai berikut :

$$u_{lm} = \frac{Q_L}{A\rho_L} + \frac{Q_G}{A\rho_G} \quad (3.11)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (3.2) dan (3.9) ke persamaan (3.11) menjadi :

$$u_{lm} = \frac{W_m H_L}{\rho_m A \rho_L} + \frac{W_m H_G}{\rho_m A \rho_G} \quad (3.12)$$

Pada persamaan (2.36) dijelaskan bahwa besarnya perubahan tekanan terhadap panjang pipa untuk fasa minyak dan gas bergantung pada besarnya massa jenis minyak ( $\rho_L$ ), massa jenis gas ( $\rho_G$ ), nilai epsilon ( $\epsilon$ ), sudut elevasi pipa ( $\theta$ ), faktor gesekan ( $f_{tp}$ ), diameter pipa ( $D$ ), massa jenis campuran fasa minyak-gas ( $\rho_{tp}$ ) dan kecepatan superfisial untuk campuran fasa minyak dan gas ( $u_{tp}$ ).

$$u_{tp} = \frac{u_{SG}}{\epsilon} + \frac{u_{SL}}{1-\epsilon} \quad (3.13)$$

dengan mensubstitusikan persamaaan (2.18) dan (2.19) ke persamaan (3.13) diperoleh kecepatan superfisial untuk campuran fasa minyak dan gas ( $u_{tp}$ ) adalah sebagai berikut :

$$u_{tp} = \frac{Q_G}{A\varepsilon} + \frac{Q_L}{A(1-\varepsilon)} \quad (3.14)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (3.2) dan (3.9) ke persamaan (3.14) menjadi :

$$u_{tp} = \frac{W_m H_G}{\rho_m A \varepsilon} + \frac{W_m H_L}{\rho_m A (1-\varepsilon)} \quad (3.15)$$

Massa jenis campuran untuk fasa minyak dan gas ( $\rho_{tp}$ ) dinyatakan sebagai berikut :

$$\rho_{tp} = \rho_G \varepsilon + \rho_L (1 - \varepsilon) \quad (3.16)$$

Perubahan tekanan terhadap panjang pipa untuk fasa gas dan minyak pada pipa horizontal diberikan pada persamaan dibawah ini :

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_{LG} = g[\rho_L (1 - \varepsilon) + \rho_G \varepsilon] \sin \theta + \frac{1}{2} \left(\frac{f_{tp}}{D}\right) \rho_{tp} u_{tp}^2 \quad (3.17)$$

dengan  $\theta$  adalah sudut kemiringan pipa dan  $g$  adalah gaya gravitasi bumi.

### 3.1.3 Modifikasi Model Aliran Minyak-Pasir

Dari persamaan (2.24) dapat diketahui laju aliran volume untuk fasa pasir ( $Q_S$ ) adalah sebagai berikut :

$$Q_S = Q_T H_S \quad (3.18)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (2.14) ke persamaan (3.18) sehingga laju aliran volume untuk fasa pasir ( $Q_S$ ) adalah :

$$Q_S = \frac{W_m}{\rho_m} H_S \quad (3.19)$$

Pada persamaan (2.40) dijelaskan bahwa perubahan tekanan terhadap panjang pipa untuk campuran fasa minyak dan pasir adalah gaya total per volume pada fasa campuran minyak dan pasir. Pada aliran pasir dalam minyak terdapat beberapa gaya atau gaya total per satuan volume ( $F_k$ ) yang meliputi:

**a. Gaya drag ( $F_{IM}$ )**

Aliran fluida untuk campuran fasa minyak dan pasir mengalir pada pipa horizontal. Namun pada aliran tersebut terdapat hambatan karena partikel pasir yang diikat oleh minyak dapat menyebabkan timbulnya gumpalan pasir yang dapat menghambat aliran dalam pipa. Ketika gumpalan minyak dan pasir tersebut mengalir di sepanjang pipa alir, pasir akan terlepas dari gumpalan tersebut dan jatuh ke dasar pipa karena adanya kecepatan di dalam aliran fluida yang disebut dengan kecepatan slip ( $u_{SLIP}$ ). Secara matematis dapat ditulis sebagai berikut :

$$u_{SLIP} = u_L - u_S \quad (3.20)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (2.15) dan (2.17) ke persamaan (3.20) diperoleh kecepatan slip ( $u_{SLIP}$ ) adalah sebagai berikut :

$$u_{SLIP} = \frac{Q_L}{A\rho_L} - \frac{Q_S}{A\rho_S} \quad (3.21)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (3.2) dan (3.19) ke persamaan (3.21) menjadi :

$$u_{SLIP} = \frac{W_m H_L}{\rho_m A \rho_L} - \frac{W_m H_S}{\rho_m A \rho_S} \quad (3.22)$$

ukuran partikel pasir dinotasikan sebagai  $d_p$  yang dinyatakan sebagai berikut :

$$d_p = \frac{\sum_{i=1}^n f_i d_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \quad (3.23)$$

Frekuensi pasir partikel  $i$  dinotasikan sebagai  $f_i$  dan ukuran partikel  $i$  dinotasikan sebagai  $d_i$ . Bilangan Reynold untuk partikel pasir dinotasikan sebagai  $Re_p$  yang dituliskan pada persamaan berikut :

$$Re_p = \frac{\rho_L u_{SLIP} d_p}{\mu_L} \quad (3.24)$$

Agar pasir tidak menghambat aliran fluida (mengendap di dasar pipa alir) maka harus dihitung gaya penahan atau yang disebut sebagai gaya drag yang akan menahan pasir tetap berada di dasar pipa. Model untuk menghitung koefisien hambatan ( $C_{DS}$ ) yang dihubungkan dengan faktor bentuk pasir ( $\Psi$ ) (Swamee & Ojha, 1991) adalah sebagai berikut :

$$C_{DS} = \frac{48.5}{(1+4.5\Psi^{0.35})^{0.8} Re_p^{0.64}} + \left( \frac{Re_p}{Re_p+100+100\Psi} \right)^{0.32} \left( \frac{1}{\Psi^{18}+1.05\Psi^{0.8}} \right) \quad (3.25)$$

$$0.3 < \Psi < 1 \text{ dan } 1 < Re_p < 10,000$$

Karena alirannya diasumsikan satu dimensi, sehingga gaya drag hanya terjadi di sepanjang sumbu aliran. Gaya drag untuk campuran fasa minyak dan pasir adalah sebagai berikut :

$$F_{IM} = \beta(u_L - u_S) = \beta(u_{SLIP}) \quad (3.26)$$

dengan  $\beta$  adalah sebagai berikut :

$$\beta = \frac{3}{4} C_{DS} \frac{H_S \rho_S}{d_p} u_{SLIP} (1 - H_S)^{-2.56} \quad (3.27)$$

#### b. Gaya Gesekan Dinding ( $F_{WM}$ )

Model ini menjelaskan tentang gesekan antar fasa campuran dengan dinding bagian dalam pipa. Gesekan yang terjadi menyebabkan adanya penurunan terhadap tekanan total, yang dinyatakan dalam persamaan berikut :

$$F_{WM} = \frac{2\rho_{LS}u_{LS}^2}{D} (f_L + f_{SS} \cos \theta) \quad (3.28)$$

Model persamaan untuk faktor fraksi minyak ( $f_{SS}$ ) (Doren, 1987) adalah sebagai berikut :

$$f_{SS} = \frac{0.046}{Re_{PS}^{0.2}} \quad (3.29)$$

Bilangan Reynold untuk campuran fasa minyak dan pasir dinotasikan sebagai  $Re_{PS}$  yang dinyatakan dalam persamaan berikut :

$$Re_{PS} = \frac{\rho_{LS}u_{LS}d_p}{\mu_L} \quad (3.30)$$

Massa jenis fluida campuran untuk fasa minyak dan pasir dinotasikan sebagai  $\rho_{LS}$  yang ditulis pada persamaan berikut :

$$\rho_{LS} = \rho_S H_S + \rho_L H_L \quad (3.31)$$

Kecepatan campuran dari fasa minyak dan pasir dinotasikan sebagai  $u_{LS}$  yang ditulis dalam persamaan berikut :

$$u_{LS} = \frac{4}{\pi D^2} \left[ \frac{\rho_L Q_L + \rho_S Q_S}{\rho_{LS}} \right] \quad (3.32)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (3.2) dan (3.19) ke persamaan (3.32) diperoleh kecepatan campuran untuk fasa minyak dan pasir ( $u_{LS}$ ) adalah sebagai berikut :

$$u_{LS} = \frac{4}{\pi D^2} \left[ \frac{\rho_L W_m H_L + \rho_S W_m H_S}{\rho_m \rho_{LS}} \right] \quad (3.33)$$

### c. Gaya Interaksi Antar Partikel ( $F_{PM}$ )

Partikel volume untuk fasa minyak dan pasir dinotasikan sebagai  $V_P$ . Model persamaan untuk partikel volume untuk fasa minyak dan pasir (Bello, O., 2010) adalah sebagai berikut :

$$V_P = \frac{\pi d^3}{6} \quad (3.34)$$

Gaya antar partikel pada aliran minyak dan pasir,  $F_{PM}$  dinyatakan dalam persamaan berikut :

$$F_{PM} = 6d^2 P \frac{Q_S \rho_S}{D^2} \frac{u_{SL}}{V_P} \quad (3.35)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (3.19) dan (3.34) ke persamaan (3.35) diperoleh gaya interaksi antar partikel ( $F_{PM}$ ) adalah :

$$F_{PM} = 6d^2_P \frac{Q_{THS}\rho_S}{D^2} \frac{Q_L}{A} \frac{1}{\frac{\pi D^3}{6}} \quad (3.36)$$

$$F_{PM} = d^2_P \frac{Q_L Q_{THS} \rho_S}{A \pi D^5} \quad (3.37)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (3.2) ke persamaan (3.37) diperoleh :

$$F_{PM} = d^2_P \frac{H_S \rho_S H_L}{A \pi^2 D^5} \left( \frac{W_m}{\rho_m} \right)^2 \quad (3.38)$$

#### d. Gaya gravitasi ( $F_{GM}$ )

Gaya gravitasi untuk aliran minyak dan pasir,  $F_{GM}$  ditulis dalam persamaan berikut :

$$F_{GM} = \rho_{LS} g \sin \theta \quad (3.39)$$

dengan  $\theta$  adalah sudut kemiringan pipa dan  $g$  adalah gaya gravitasi bumi. Pada kasus ini terjadi pada pipa horizontal dan sudut elevasi diabaikan ( $\theta = 0$ ) sehingga model matematika pada gaya gravitasi pada aliran pasir dalam minyak adalah sebagai berikut :

$$F_{GM} = 0 \quad (3.40)$$

#### e. Aliran Turbulen Pada Partikel Minyak ( $F_{TM}$ )

Gaya turbulen merupakan gaya yang terjadi akibat adanya aliran turbulen. Aliran turbulen adalah aliran dimana pergerakan dari partikel-partikel fluida

sangat tidak menentu karena mengalami pencampuran serta putaran partikel antar lapisan. Gaya aliran turbulen antara partikel pasir dengan minyak dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$F_{TM} = \frac{\rho_{LS}}{V_p} \frac{\pi}{4} (d_p)^2 (u')^2 \quad (3.41)$$

Kecepatan aliran turbulen dinotasikan sebagai  $u'$ . Model persamaan untuk memperkirakan kecepatan aliran turbulen (Davies, 1987) adalah sebagai berikut :

$$u' = (0.16)^{1/3} \left(\frac{\mu_L}{\rho_L}\right)^{1/12} u_{min}^{0.92} d_p^{1/3} D^{-0.42} \quad (3.42)$$

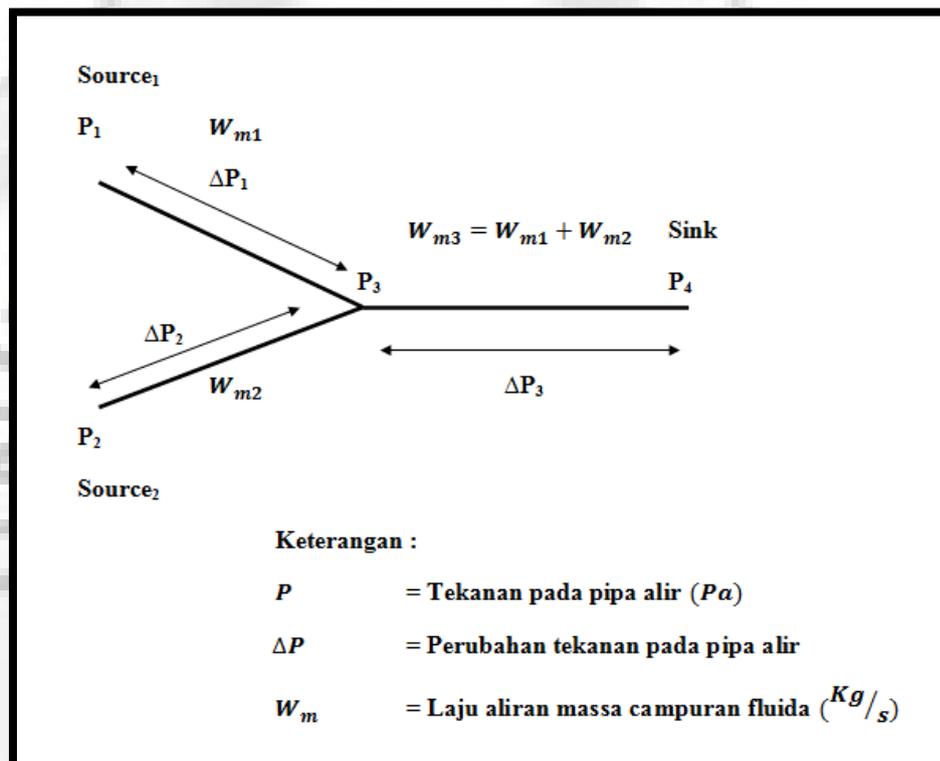
Kecepatan aliran rata-rata minimum yang diperlukan untuk menghentikan partikel pasir dinotasikan sebagai  $u_{min}$  yang dinyatakan dalam persamaan berikut :

$$u_{min} = 1.08(1 + \alpha H_S)^{1.09} (1 - H_S)^{0.55n} \left(\frac{\mu_L}{\rho_L}\right)^{-0.09} d_p^{0.18} \left[2g \frac{\rho_S - \rho_L}{\rho_L}\right]^{0.54} D^{0.46} \quad (3.43)$$

Konstanta  $\alpha$  sebesar 3,64. Jika  $Re_p \leq 10$  maka nilai  $n$  adalah 4 dan jika  $Re_p \approx 100$  maka nilai  $n$  adalah 3 (Davies, 1987).

### 3.3 Studi Kasus

Diketahui aliran fluida tiga fasa (gas-minyak-pasir) yang mengalir dari dua buah *source* menuju sebuah *sink* seperti pada gambar (3.1). Diasumsikan fluida tidak mengalami perubahan massa.



Gambar 3.1 Jaringan Pipa Alir Fluida

Ditanyakan berapa besarnya tekanan di *source*<sub>1</sub> ( $P_1$ ), tekanan di *source*<sub>2</sub> ( $P_2$ ) dan tekanan di titik pertemuan antara *source* dan *sink* ( $P_3$ ) jika diketahui karakteristik fluida seperti pada tabel berikut (Gambar 3.1) :

Tabel 3.1 Karakteristik Fluida

Karakteristik fluida	Jumlah	Satuan
$W_{m1}$	10	$Kg/s$
$W_{m2}$	10	$Kg/s$
$D$	0,114	$m$
$x_1$	1.000	$m$
$x_2$	750	$m$
$x_3$	800	$m$
$k$	0,001	$m$
$d_p$	0,0004	$m$
$\psi$	0,910	—
$g$	10	$m^2/s$
$\alpha$	3,64	—
$n$	Jika $Re_p \leq 10$ maka $n = 4$ dan Jika $Re_p \approx 100$ maka $n = 3$	—
$\sigma$	0,072	$N/m$
$\theta$	0	$deg$
$T$	295	$Kelvin$
$S_{GG}$	0,73	—
$Z$	1	—
$H_L$	0,7	—

$H_G$	0,2	—
$H_S$	0,1	—
$\rho_L$	820	$Kg/m^3$
$\rho_S$	2470	$Kg/m^3$
$\mu_L$	0,001	$Pa.s$
$\mu_G$	0,0123	$cP$
$P_{sistem}$	1,55	$MPa$
$P_{atmosph\ here}$	0,1	$MPa$
$P_4$	1.500	$Pa$

Dari karakteristik fluida yang diketahui seperti pada tabel 3.1 dapat diperoleh :

Luas penampang pipa ( $A$ ) adalah :

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\pi D^2}{4} \\
 &= \frac{\pi 0,114^2}{4} \\
 &= 0,0102
 \end{aligned}$$

Massa jenis fasa gas ( $\rho_G$ ) adalah :

$$P_4 = 1.500 \text{ Pa} = 0,217556 \text{ psi}$$

$$T = 295 \text{ Kelvin} = 531 \text{ Rankine}$$

$$\rho_G = \frac{P \cdot 29 \cdot S_{GG}}{Z \cdot 10,732 \cdot T}$$

$$= \frac{(0,217556)(29)(0,73)}{(1)(10,732)(531)}$$

$$= 0,0008082 \text{ lb/ft}^3 = 0,013 \text{ Kg/m}^3$$

Massa jenis campuran fasa gas-minyak-pasir ( $\rho_m$ ) adalah :

$$\rho_m = \rho_S H_S + \rho_L H_L + \rho_G H_G$$

$$= (2470 \times 0,1) + (820 \times 0,7) + (0,013 \times 12)$$

$$= 821,0026 \text{ Kg/m}^3$$

Dari massa jenis campuran fasa gas-minyak-pasir ( $\rho_m$ ) dan laju alir massa campuran ( $W_m$ ) di setiap segmen pipa, diperoleh laju alir volume total ( $Q_T$ ) untuk masing-masing segmen dengan menggunakan persamaan (2.14) seperti pada tabel berikut :

**Tabel 3.2 Laju Alir Volume Total pada Masing-Masing Segmen Pipa**

Segmen	( $Q_T$ )
1	0,0122
2	0,0122
3	0,0244

Dengan menggunakan persamaan (2.22), (2.23) dan (2.24) diperoleh laju alir volume untuk masing-masing fasa di setiap segmen pipa seperti pada tabel berikut :

**Tabel 3.3 Laju Alir Volume Masing-Masing Fasa pada Setiap Segmen Pipa**

Segmen	$Q_G$	$Q_L$	$Q_S$
1	0,00244	0,00854	0,00122
2	0,00244	0,00854	0,00122
3	0,00488	0,01708	0,00244

Dengan menggunakan persamaan (2.18), (2.19) dan (2.20) diperoleh kecepatan superfisial untuk setiap fasa pada masing-masing segmen pipa seperti pada tabel berikut :

**Tabel 3.4 Kecepatan Superfisial Masing-Masing Fasa pada Setiap Segmen Pipa**

Segmen	$u_{SG}$	$u_{SL}$	$u_{SS}$
1	0,2393	0,8372	0,1196
2	0,2393	0,8372	0,1196
3	0,478	1,6745	0,2392

Besarnya tekanan di titik masuk yaitu  $P_1, P_2, P_3$  dapat diketahui dengan cara menghitung terlebih dahulu besarnya perubahan tekanan total terhadap panjang pipa di *sink* ( $\Delta P_3$ ). Dari besarnya tekanan di *sink* ( $P_4$ ) dan besarnya perubahan tekanan total terhadap panjang pipa di *sink* ( $\Delta P_3$ ) dapat diperoleh besarnya

tekanan di titik pertemuan antara *source* dan *sink* ( $P_3$ ). Dari besarnya tekanan di titik pertemuan antara *source* dan *sink* ( $P_3$ ) dapat diperoleh besarnya tekanan di *source*<sub>2</sub> ( $P_2$ ) dan di *source*<sub>1</sub> ( $P_1$ ) dengan menghitung terlebih dahulu besarnya perubahan tekanan total terhadap panjang pipa di *source*<sub>2</sub> ( $\Delta P_2$ ) dan besarnya perubahan tekanan total terhadap panjang pipa di *source*<sub>1</sub> ( $\Delta P_1$ ). Berikut hasil perhitungan perubahan tekanan total terhadap panjang pipa di setiap titik :

### 1. Tekanan di titik pertemuan antara *source* dan *sink* ( $\Delta P_3$ )

Menurut Hukum Kirchoff I, laju aliran fluida yang masuk ( $W_{masuk}$ ) dan keluaran ( $W_{keluar}$ ) dari setiap cabang harus nol atau dengan kata lain  $\Sigma W_{masuk} = \Sigma W_{keluar}$ . Akibatnya besarnya laju aliran massa fluida  $W_3$  adalah penjumlahan dari laju aliran massa fluida  $W_1$  dan  $W_2$ .

Laju aliran massa di *sink* ( $W_{m3}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} W_{m3} &= W_{m1} + W_{m2} \\ &= 10 + 10 \\ &= 20 \text{ Kg/s} \end{aligned}$$

**a. Perubahan Tekanan Aliran Minyak Terhadap Panjang Pipa**

$$\begin{aligned}
 Re_L &= \frac{W_{m3} H_L D \rho_L}{\rho_m A \mu_L} \\
 &= \frac{(20)(0,7)(0,114)(820)}{(821,0026)(0,0102)(0,001)} \\
 &= 156.279,51
 \end{aligned}$$

Karena  $Re_L > 4.000$  sehingga faktor gesekan minyak ( $f_L$ ) adalah :

$$\begin{aligned}
 f_L &= \frac{1}{\left[ 1,8 \log_{10} \left( \frac{6,9}{Re_L} + \left( \frac{k}{3,7D} \right)^{10/9} \right) \right]^2} \\
 &= \frac{1}{\left[ 1,8 \log_{10} \left( \frac{6,9}{156.279,51} + \left( \frac{0,001}{3,7(0,114)} \right)^{10/9} \right) \right]^2} \\
 &= 0,037
 \end{aligned}$$

Perubahan tekanan aliran minyak terhadap panjang pipa adalah :

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{dp}{dx} \right)_L &= g \rho_L \sin \theta + \frac{1}{2} \left( \frac{f_L}{D} \right) \rho_L \left( \frac{W_{m3} H_L}{\rho_m A} \right)^2 \\
 &= (10)(820) \sin \theta + \frac{1}{2} \left( \frac{0,037}{0,114} \right) 820 \left( \frac{20(0,7)}{821,0026(0,0102)} \right)^2 \\
 &= 372,43
 \end{aligned}$$

**b. Perubahan Tekanan Aliran Minyak-Gas Terhadap Panjang Pipa**

Massa jenis campuran untuk fasa minyak dan gas ( $\rho_{lm}$ ) adalah :

$$\begin{aligned}
 \rho_{lm} &= \rho_L H_L + \rho_G H_G \\
 &= 820(0,7) + 0,013(0,2) \\
 &= 574,003
 \end{aligned}$$

Viskositas campuran untuk fasa minyak dan gas ( $\mu_{lm}$ ) adalah :

$$\mu_G = 0,0123 \text{ cP} = 0,0000123 \text{ Pa.s}$$

$$\begin{aligned}\mu_{lm} &= \mu_L H_L + \mu_G H_G \\ &= 0,001(0,7) + 0,00000123(0,2) \\ &= 0,0007025\end{aligned}$$

Kecepatan aktual untuk campuran fasa minyak dan gas ( $u_{lm}$ ) adalah :

$$\begin{aligned}u_{lm} &= \frac{W_{m3} H_L}{\rho_m A \rho_L} + \frac{W_{m3} H_G}{\rho_m A \rho_G} \\ &= \frac{20(0,7)}{821,0026(0,0102)(820)} + \frac{20(0,2)}{821,0026(0,0102)(0,013)} \\ &= 36,745\end{aligned}$$

Bilangan Reynold untuk campuran fasa minyak dan gas ( $Re_W$ ) adalah :

$$\begin{aligned}Re_W &= \frac{\rho_{lm} u_{lm} D}{\mu_{lm}} \\ &= \frac{(574,003)(36,745)(0,114)}{0,0007025} \\ &= 3.422.716,565\end{aligned}$$

Faktor gesekan untuk campuran fasa minyak dan gas ( $f_{tp}$ ) adalah :

$$\begin{aligned}f_{tp} &= f_L [1 + 0,04304 Re_W^{0,3978}] \\ &= 0,037 [1 + 0,04304 (3.422.716,565)^{0,3978}] \\ &= 0,67\end{aligned}$$

Nilai  $\varepsilon$  adalah :

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{u_{SG}}{u_{SG} \left[ 1 + \left( \frac{u_{SL}}{u_{SG}} \right) \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{0,1} \right] + 2,9 \left[ \frac{g D \sigma (1 + \cos \theta) (\rho_L - \rho_G)}{(\rho_L)^2} \right]^{0,25} + [1,22 + 1,22 \sin \theta] \frac{P_A}{P_{sistem}}} \\ &= 0,294\end{aligned}$$

Kecepatan superfisial untuk campuran fasa minyak dan gas ( $u_{tp}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} u_{tp} &= \frac{W_{m3}H_G}{\rho_m A \varepsilon} + \frac{W_{m3}H_L}{\rho_m A(1-\varepsilon)} \\ &= \frac{20(0,2)}{821,0026(0,0102)(0,294)} + \frac{20(0,7)}{821,0026(0,0102)(1-0,294)} \\ &= 3,995 \end{aligned}$$

Massa jenis campuran untuk fasa minyak dan gas ( $\rho_{tp}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} \rho_{tp} &= \rho_G \varepsilon + \rho_L (1 - \varepsilon) \\ &= 0,013(0,294) + 820(1 - 0,294) \\ &= 578,92 \end{aligned}$$

Perubahan tekanan aliran minyak-gas terhadap panjang pipa adalah :

$$\begin{aligned} \left(\frac{dp}{dx}\right)_{LG} &= g[\rho_L(1-\varepsilon) + \rho_G \varepsilon] \sin \theta + \frac{1}{2} \left(\frac{f_{tp}}{D}\right) \rho_{tp} u_{tp}^2 \\ &= 10[820(1-0,098) + 0,013(0,098)] \sin 0 + \frac{1}{2} \left(\frac{0,67}{0,114}\right) 578,92(3,995)^2 \\ &= 27.150,46 \end{aligned}$$

### c. Perubahan Tekanan Aliran Minyak-Pasir Terhadap Panjang Pipa

#### i. Gaya Drag

Kecepatan slip ( $u_{SLIP}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} u_{SLIP} &= \frac{W_{m3}H_L}{\rho_m A \rho_L} - \frac{W_{m3}H_S}{\rho_m A \rho_S} \\ &= \frac{20(0,7)}{821,0026(0,0102)(820)} - \frac{20(0,1)}{821,0026(0,0102)(2470)} \\ &= 0,0019433 \end{aligned}$$

Bilangan Reynold untuk partikel pasir ( $Re_p$ ) adalah :

$$\begin{aligned} Re_p &= \frac{\rho_L u_{SLIP} d_p}{\mu_L} \\ &= \frac{820(0,0019433)(0,0004)}{0,001} \\ &= 0,6374 \end{aligned}$$

Koefisien hambatan pasir ( $C_{DS}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} C_{DS} &= \frac{48.5}{(1+4.5\psi^{0.35})^{0.8} Re_p^{0.64}} + \left( \frac{Re_p}{Re_p + 100 + 100\psi} \right)^{0.32} \left( \frac{1}{\psi^{18} + 1.05\psi^{0.8}} \right) \\ &= \frac{48.5}{(1+4.5(0,910)^{0.35})^{0.8} (0,6374)^{0.64}} + \left( \frac{0,6374}{0,6374 + 100 + 100(0,910)} \right)^{0.32} \left( \frac{1}{(0,910)^{18} + 1.05(0,910)^{0.8}} \right) \\ &= 17,044 \end{aligned}$$

Koefisien  $\beta$  adalah :

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{3}{4} C_{DS} \frac{H_S \rho_S}{d_p} u_{SLIP} (1 - H_S)^{-2.56} \\ &= \frac{3}{4} (17,044) \left( \frac{0,1(2470)}{0,0004} \right) 0,0019433 (1 - 0,1)^{-2.56} \\ &= 20.094,7 \end{aligned}$$

Gaya drag campuran fasa minyak dan pasir ( $F_{IM}$ ) adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} F_{IM} &= \beta(u_{SLIP}) \\ &= 20.094,7(0,0019433) \\ &= 39,05 \end{aligned}$$

ii. Gaya Gesekan Dinding

Massa jenis campuran fasa minyak dan pasir ( $\rho_{LS}$ ) adalah :

$$\begin{aligned}\rho_{LS} &= \rho_S H_S + \rho_L H_L \\ &= 2470(0,1) + 820(0,7) \\ &= 821\end{aligned}$$

Kecepatan campuran untuk fasa minyak dan pasir ( $u_{LS}$ ) adalah :

$$\begin{aligned}u_{LS} &= \frac{4}{\pi D^2} \left[ \frac{\rho_L W_{m3} H_L + \rho_S W_{m3} H_S}{\rho_m \rho_{LS}} \right] \\ &= \frac{4}{\pi (0,114)^2} \left[ \frac{820(20)(0,7) + 20(2470)(0,1)}{821,0026(821)} \right] \\ &= 2,39\end{aligned}$$

Bilangan Reynold untuk campuran fasa minyak dan pasir ( $Re_{PS}$ ) adalah :

$$\begin{aligned}Re_{PS} &= \frac{\rho_{LS} u_{LS} d_p}{\mu_L} \\ &= \frac{821(2,39)(0,0004)}{0,001} \\ &= 784,88\end{aligned}$$

Faktor fraksi minyak ( $f_{SS}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} f_{SS} &= \frac{0.046}{Re_{PS}^{0.2}} \\ &= \frac{0.046}{784,88^{0.2}} \\ &= 0,01213 \end{aligned}$$

Gaya gesekan dinding ( $F_{WM}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} F_{WM} &= \frac{2\rho_{LS}u^2_{LS}}{D}(f_L + f_{SS} \cos \theta) \\ &= \frac{2(821)(2,39)^2}{0,114}(0,037 + 0,01213 \cos 0) \\ &= 4.042,14 \end{aligned}$$

iii. Gaya Interaksi Antar Partikel

Gaya interaksi antar partikel ( $F_{PM}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} F_{PM} &= d^2_P \frac{H_S \rho_S H_L}{A \pi^2 D^5} \left( \frac{W_{m3}}{\rho_m} \right)^2 \\ &= 0,0004^2 \frac{(0,1)(2470)(0,7)}{0,0102(3,14)(0,114)^5} \left( \frac{20}{821,0026} \right)^2 \\ &= 0,85 \end{aligned}$$

iv. Gaya Aliran Turbulen

Kecepatan aliran rata-rata minimum yang diperlukan untuk menghentikan partikel pasir ( $u_{min}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} u_{min} &= 1.08(1 + \alpha H_S)^{1.09} (1 - H_S)^{0.55n} \left(\frac{\mu_L}{\rho_L}\right)^{-0.09} d_p^{0.18} \left[2g \frac{\rho_S - \rho_L}{\rho_L}\right]^{0.54} D^{0.46} \\ &= 1.08(1 + 3,64(0,1))^{1.09} (1 - 0,1)^{0.55(4)} \left(\frac{0,001}{820}\right)^{-0.09} (0,0004)^{0.18} \left[2(10) \frac{2470 - 820}{820}\right]^{0.54} 0,114^{0.46} \\ &= 2,708 \end{aligned}$$

Kecepatan aliran turbulen ( $u'$ ) adalah :

$$\begin{aligned} u' &= (0.16)^{1/3} \left(\frac{\mu_L}{\rho_L}\right)^{1/12} u_{min}^{0.92} d_p^{1/3} D^{-0.42} \\ &= (0.16)^{1/3} \left(\frac{0,001}{820}\right)^{1/12} (2,708)^{0.92} (0,0004)^{1/3} (0,114)^{-0.42} \\ &= 0,0803 \end{aligned}$$

Ukuran partikel pasir adalah :

$$\begin{aligned} V_P &= \frac{\pi D^3}{6} \\ &= \frac{\pi(0114)^3}{6} \\ &= 0,000775 \end{aligned}$$

Gaya aliran turbulen ( $F_{TM}$ ) adalah :

$$\begin{aligned}
 F_{TM} &= \frac{\rho_{LS}}{V_p} \frac{\pi}{4} (d_p)^2 (u')^2 \\
 &= \frac{821}{0,000775} \frac{\pi}{4} (0,0004)^2 (0,0803)^2 \\
 &= 0,00086
 \end{aligned}$$

Gaya total per satuan volume ( $F_k$ ) adalah :

$$\begin{aligned}
 F_k &= F_{IM} + F_{WM} + F_{PM} + F_{TM} \\
 &= 39,05 + 4.02,14 + 0,85 + 0,00086 \\
 &= 442,041
 \end{aligned}$$

Perubahan tekanan terhadap panjang pipa pada aliran minyak dan pasir adalah :

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{dp}{dx}\right)_{LS} &= F_K \\
 &= 442,041
 \end{aligned}$$

**d. Perubahan tekanan total terhadap panjang pipa pada *sink* ( $\Delta P_3$ )**

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{dp}{dx}\right)_{Tot} &= \left(\frac{dp}{dx}\right)_{LG} + \left(\frac{dp}{dx}\right)_{LS} - \left(\frac{dp}{dx}\right)_L \\
 \left(\frac{dp}{dx}\right)_3 &= 27.150,46 + 442,041 - 372,43 \\
 &= 27.220,071
 \end{aligned}$$

Perubahan tekanan total terhadap panjang pipa pada *sink* dapat dinyatakan dalam

bentuk  $\left(\frac{dp}{dx}\right)_3$  atau  $\left(\frac{\Delta P}{\Delta x}\right)_3$ . Sehingga :

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta x}\right)_3 = 27.220,071$$

$$\begin{aligned}\Delta P_3 &= \Delta x_3(27.220,071) \\ &= 800(27.220,071) \\ &= 21.776.056,8\end{aligned}$$

Tekanan pada titik pertemuan antara *source* dan *sink* ( $P_3$ ) adalah :

$$\begin{aligned}P_3 &= \Delta P_3 + P_4 \\ &= 21.776.056,8 + 1.500 \\ &= 21.777.556,8 \text{ Pa}\end{aligned}$$

## 2. Tekanan di *Source*<sub>2</sub> ( $\Delta P_2$ )

Laju aliran massa di *source*<sub>2</sub> ( $W_{m2}$ ) adalah :

$$W_{m2} = 10 \text{ Kg/S}$$

**a. Perubahan Tekanan Aliran Minyak Terhadap Panjang Pipa**

$$\begin{aligned}
 Re_L &= \frac{W_{m2} H_L D \rho_L}{\rho_m A \mu_L} \\
 &= \frac{(10)(0,7)(0,114)(820)}{(821,0026)(0,0102)(0,001)} \\
 &= 78.139,75
 \end{aligned}$$

Karena  $Re_L > 4.000$  sehingga faktor gesekan minyak ( $f_L$ ) adalah :

$$\begin{aligned}
 f_L &= \frac{1}{\left[ 1,8 \log_{10} \left( \frac{6,9}{Re_L} + \left( \frac{k}{3,7D} \right)^{10/9} \right) \right]^2} \\
 &= \frac{1}{\left[ 1,8 \log_{10} \left( \frac{6,9}{78.139,75} + \left( \frac{0,001}{3,7(0,114)} \right)^{10/9} \right) \right]^2} \\
 &= 0,037
 \end{aligned}$$

Perubahan tekanan aliran minyak terhadap panjang pipa adalah :

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{dp}{dx} \right)_L &= g \rho_L \sin \theta + \frac{1}{2} \left( \frac{f_L}{D} \right) \rho_L \left( \frac{W_{m2} H_L}{\rho_m A} \right)^2 \\
 &= (10)(820) \sin \theta + \frac{1}{2} \left( \frac{0,037}{0,114} \right) 820 \left( \frac{10(0,7)}{821,0026(0,0102)} \right)^2 \\
 &= 93,142
 \end{aligned}$$

**b. Perubahan Tekanan Aliran Minyak-Gas Terhadap Panjang Pipa**

Massa jenis campuran untuk fasa minyak dan gas ( $\rho_{lm}$ ) adalah :

$$\begin{aligned}
 \rho_{lm} &= \rho_L H_L + \rho_G H_G \\
 &= 820(0,7) + 0,013(0,2) \\
 &= 574,003
 \end{aligned}$$

Viskositas campuran untuk fasa minyak dan gas ( $\mu_{lm}$ ) adalah :

$$\mu_G = 0,0123 \text{ cP} = 0,0000123 \text{ Pa.s}$$

$$\begin{aligned}\mu_{lm} &= \mu_L H_L + \mu_G H_G \\ &= 0,001(0,7) + 0,00000123(0,2) \\ &= 0,0007025\end{aligned}$$

Kecepatan aktual untuk campuran fasa minyak dan gas ( $u_{lm}$ ) adalah :

$$\begin{aligned}u_{lm} &= \frac{W_{m2}H_L}{\rho_m A \rho_L} + \frac{W_{m2}H_G}{\rho_m A \rho_G} \\ &= \frac{10(0,7)}{821,0026(0,0102)(820)} + \frac{10(0,2)}{821,0026(0,0102)(0,013)} \\ &= 18,37102\end{aligned}$$

Bilangan Reynold untuk campuran fasa minyak dan gas ( $Re_W$ ) adalah :

$$\begin{aligned}Re_W &= \frac{\rho_{lm} u_{lm} D}{\mu_{lm}} \\ &= \frac{(574,003)(18,37102)(0,114)}{0,0007025} \\ &= 1.711.220,427\end{aligned}$$

Faktor gesekan untuk campuran fasa minyak dan gas ( $f_{tp}$ ) adalah :

$$\begin{aligned}f_{tp} &= f_L [1 + 0,04304 Re_W^{0,3978}] \\ &= 0,037 [1 + 0,04304 (1.711.220,427)^{0,3978}] \\ &= 0,518\end{aligned}$$

Nilai  $\varepsilon$  adalah :

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{u_{SG}}{u_{SG} \left[ 1 + \left( \frac{u_{SL}}{u_{SG}} \right) \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{0,1} \right] + 2,9 \left[ \frac{g D \sigma (1 + \cos \theta) (\rho_L - \rho_G)}{(\rho_L)^2} \right]^{0,25} + [1,22 + 1,22 \sin \theta] \frac{P_A}{P_{sistem}}} \\ &= 0,233\end{aligned}$$

Kecepatan superfisial untuk campuran fasa minyak dan gas ( $u_{tp}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} u_{tp} &= \frac{W_m 2 H_G}{\rho_m A \varepsilon} + \frac{W_m 2 H_L}{\rho_m A (1 - \varepsilon)} \\ &= \frac{10(0,2)}{821,0026(0,0102)(0,233)} + \frac{10(0,7)}{821,0026(0,0102)(1 - 0,233)} \\ &= 2,114 \end{aligned}$$

Massa jenis campuran untuk fasa minyak dan gas ( $\rho_{tp}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} \rho_{tp} &= \rho_G \varepsilon + \rho_L (1 - \varepsilon) \\ &= 0,013(0,233) + 820(1 - 0,233) \\ &= 628,94 \end{aligned}$$

Perubahan tekanan aliran minyak-gas terhadap panjang pipa adalah :

$$\begin{aligned} \left(\frac{dp}{dx}\right)_{LG} &= g[\rho_L (1 - \varepsilon) + \rho_G \varepsilon] \sin \theta + \frac{1}{2} \left(\frac{f_{tp}}{D}\right) \rho_{tp} u_{tp}^2 \\ &= 10[820(1 - 0,098) + 0,013(0,098)] \sin 0 + \frac{1}{2} \left(\frac{0,518}{0,114}\right) 628,94(2,114)^2 \\ &= 6.380,36 \end{aligned}$$

### c. Perubahan Tekanan Aliran Minyak-Pasir Terhadap Panjang Pipa

#### i. Gaya Drag

Kecepatan slip ( $u_{SLIP}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} u_{SLIP} &= \frac{W_m 2 H_L}{\rho_m A \rho_L} - \frac{W_m 2 H_S}{\rho_m A \rho_S} \\ &= \frac{10(0,7)}{821,0026(0,0102)(820)} - \frac{10(0,1)}{821,0026(0,0102)(2470)} \\ &= 0,000972 \end{aligned}$$

Bilangan Reynold untuk partikel pasir ( $Re_p$ ) adalah :

$$\begin{aligned} Re_p &= \frac{\rho_L u_{SLIP} d_p}{\mu_L} \\ &= \frac{820(0,000972)(0,0004)}{0,001} \\ &= 0,32 \end{aligned}$$

Koefisien hambatan pasir ( $C_{DS}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} C_{DS} &= \frac{48.5}{(1+4.5\psi^{0.35})^{0.8} Re_p^{0.64}} + \left( \frac{Re_p}{Re_p + 100 + 100\psi} \right)^{0.32} \left( \frac{1}{\psi^{18} + 1.05\psi^{0.8}} \right) \\ &= \frac{48.5}{(1+4.5(0,910)^{0.35})^{0.8} (0,32)^{0.64}} + \left( \frac{0,32}{0,32+100+100(0,910)} \right)^{0.32} \left( \frac{1}{(0,910)^{18} + 1.05(0,910)^{0.8}} \right) \\ &= 26,291 \end{aligned}$$

Koefisien  $\beta$  adalah :

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{3}{4} C_{DS} \frac{H_S \rho_S}{d_p} u_{SLIP} (1 - H_S)^{-2.56} \\ &= \frac{3}{4} (26,291) \left( \frac{0,1(2470)}{0,0004} \right) 0,000972 (1 - 0,1)^{-2.56} \\ &= 15.503,97 \end{aligned}$$

Gaya drag campuran fasa minyak dan pasir ( $F_{IM}$ ) adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} F_{IM} &= \beta(u_{SLIP}) \\ &= 15.503,97(0,000972) \\ &= 15,07 \end{aligned}$$

ii. Gaya Gesekan Dinding

Massa jenis campuran fasa minyak dan pasir ( $\rho_{LS}$ ) adalah :

$$\begin{aligned}\rho_{LS} &= \rho_S H_S + \rho_L H_L \\ &= 2470(0,1) + 820(0,7) \\ &= 821\end{aligned}$$

Kecepatan campuran untuk fasa minyak dan pasir ( $u_{LS}$ ) adalah :

$$\begin{aligned}u_{LS} &= \frac{4}{\pi D^2} \left[ \frac{\rho_L W_{m2} H_L + \rho_S W_{m2} H_S}{\rho_m \rho_{LS}} \right] \\ &= \frac{4}{\pi (0,114)^2} \left[ \frac{820(10)(0,7) + 10(2470)(0,1)}{821,0026(821)} \right] \\ &= 1,196\end{aligned}$$

Bilangan Reynold untuk campuran fasa minyak dan pasir ( $Re_{PS}$ ) adalah :

$$\begin{aligned}Re_{PS} &= \frac{\rho_{LS} u_{LS} d_p}{\mu_L} \\ &= \frac{821(1,196)(0,0004)}{0,001} \\ &= 392,77\end{aligned}$$

Faktor fraksi minyak ( $f_{SS}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} f_{SS} &= \frac{0.046}{Re_{PS}^{0.2}} \\ &= \frac{0.046}{392,77^{0.2}} \\ &= 0,014 \end{aligned}$$

Gaya gesekan dinding ( $F_{WM}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} F_{WM} &= \frac{2\rho_{LS}u_{LS}^2}{D}(f_L + f_{SS} \cos \theta) \\ &= \frac{2(821)(1,196)^2}{0,114}(0,037 + 0,014 \cos 0) \\ &= 1.050,75 \end{aligned}$$

iii. Gaya Interaksi Antar Partikel

Gaya interaksi antar partikel ( $F_{PM}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} F_{PM} &= d^2_P \frac{H_S \rho_S H_L}{A \pi^2 D^5} \left( \frac{W_{m2}}{\rho_m} \right)^2 \\ &= 0,0004^2 \frac{(0,1)(2470)(0,7)}{0,0102(3,14)(0,114)^5} \left( \frac{10}{821,0026} \right)^2 \\ &= 0,00211 \end{aligned}$$

iv. Gaya Aliran Turbulen

Kecepatan aliran rata-rata minimum yang diperlukan untuk menghentikan partikel pasir ( $u_{min}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} u_{min} &= 1.08(1 + \alpha H_S)^{1.09} (1 - H_S)^{0.55n} \left(\frac{\mu_L}{\rho_L}\right)^{-0.09} d_p^{0.18} \left[2g \frac{\rho_S - \rho_L}{\rho_L}\right]^{0.54} D^{0.46} \\ &= 1.08(1 + 3,64(0,1))^{1.09} (1 - 0,1)^{0.55(4)} \left(\frac{0,001}{820}\right)^{-0.09} (0,0004)^{0.18} \left[2(10) \frac{2470 - 820}{820}\right]^{0.54} 0,114^{0.46} \\ &= 2,708 \end{aligned}$$

Kecepatan aliran turbulen ( $u'$ ) adalah :

$$\begin{aligned} u' &= (0.16)^{1/3} \left(\frac{\mu_L}{\rho_L}\right)^{1/12} u_{min}^{0.92} d_p^{1/3} D^{-0.42} \\ &= (0.16)^{1/3} \left(\frac{0,001}{820}\right)^{1/12} (2,708)^{0.92} (0,0004)^{1/3} (0,114)^{-0.42} \\ &= 0,0803 \end{aligned}$$

Ukuran partikel pasir adalah :

$$\begin{aligned} V_P &= \frac{\pi D^3}{6} \\ &= \frac{\pi(0114)^3}{6} \\ &= 0,000775 \end{aligned}$$

Gaya aliran turbulen ( $F_{TM}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} F_{TM} &= \frac{\rho_{LS}}{V_p} \frac{\pi}{4} (d_p)^2 (u')^2 \\ &= \frac{821}{0,000775} \frac{\pi}{4} (0,0004)^2 (0,0803)^2 \\ &= 0,00086 \end{aligned}$$

Gaya total per satuan volume ( $F_k$ ) adalah :

$$\begin{aligned} F_k &= F_{IM} + F_{WM} + F_{PM} + F_{TM} \\ &= 15,07 + 1.050,75 + 0,00211 + 0,00086 \\ &= 1.065,823 \end{aligned}$$

Perubahan tekanan terhadap panjang pipa pada aliran minyak dan pasir adalah :

$$\begin{aligned} \left(\frac{dp}{dx}\right)_{LS} &= F_K \\ &= 1.065,823 \end{aligned}$$

**d. Perubahan tekanan total terhadap panjang pipa pada  $source_2$  ( $\Delta P_2$ )**

$$\begin{aligned} \left(\frac{dp}{dx}\right)_{Tot} &= \left(\frac{dp}{dx}\right)_{LG} + \left(\frac{dp}{dx}\right)_{LS} - \left(\frac{dp}{dx}\right)_L \\ \left(\frac{dp}{dx}\right)_2 &= 6.380,36 + 1.065,823 - 93,142 \\ &= 7.353,041 \end{aligned}$$

Perubahan tekanan total terhadap panjang pipa pada *sink* dapat dinyatakan dalam

bentuk  $\left(\frac{dp}{dx}\right)_2$  atau  $\left(\frac{\Delta P}{\Delta x}\right)_2$  sehingga :

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta x}\right)_2 = 7.353,041$$

$$\Delta P_2 = \Delta x_2(7.353,041)$$

$$= 750(7.353,041)$$

$$= 5.514.780,75$$

Tekanan pada *source*<sub>2</sub> ( $P_2$ ) adalah :

$$P_2 = \Delta P_2 + P_3$$

$$= 5.514.780,75 + 21.777.556,8$$

$$= 27.292.337,55 \text{ Pa}$$

### 3. Tekanan di *Source*<sub>1</sub> ( $\Delta P_1$ )

Laju aliran massa di *source*<sub>1</sub> ( $W_{m1}$ ) adalah :

$$W_{m1} = 10 \text{ Kg/s}$$

**a. Perubahan Tekanan Aliran Minyak Terhadap Panjang Pipa**

$$\begin{aligned}
 Re_L &= \frac{W_{m1} H_L D \rho_L}{\rho_m A \mu_L} \\
 &= \frac{(10)(0,7)(0,114)(820)}{(821,0026)(0,0102)(0,001)} \\
 &= 78.139,75
 \end{aligned}$$

Karena  $Re_L > 4.000$  sehingga faktor gesekan minyak ( $f_L$ ) adalah :

$$\begin{aligned}
 f_L &= \frac{1}{\left[ 1,8 \log_{10} \left( \frac{6,9}{Re_L} + \left( \frac{k}{3,7D} \right)^{10/9} \right) \right]^2} \\
 &= \frac{1}{\left[ 1,8 \log_{10} \left( \frac{6,9}{78.139,75} + \left( \frac{0,001}{3,7(0,114)} \right)^{10/9} \right) \right]^2} \\
 &= 0,037
 \end{aligned}$$

Perubahan tekanan aliran minyak terhadap panjang pipa adalah :

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{dp}{dx} \right)_L &= g \rho_L \sin \theta + \frac{1}{2} \left( \frac{f_L}{D} \right) \rho_L \left( \frac{W_{m1} H_L}{\rho_m A} \right)^2 \\
 &= (10)(820) \sin \theta + \frac{1}{2} \left( \frac{0,037}{0,114} \right) 820 \left( \frac{10(0,7)}{821,0026(0,0102)} \right)^2 \\
 &= 93,142
 \end{aligned}$$

**b. Perubahan Tekanan Aliran Minyak-Gas Terhadap Panjang Pipa**

Massa jenis campuran untuk fasa minyak dan gas ( $\rho_{lm}$ ) adalah :

$$\begin{aligned}
 \rho_{lm} &= \rho_L H_L + \rho_G H_G \\
 &= 820(0,7) + 0,013(0,2) \\
 &= 574,003
 \end{aligned}$$

Viskositas campuran untuk fasa minyak dan gas ( $\mu_{lm}$ ) adalah :

$$\mu_G = 0,0123 \text{ cP} = 0,0000123 \text{ Pa.s}$$

$$\begin{aligned}\mu_{lm} &= \mu_L H_L + \mu_G H_G \\ &= 0,001(0,7) + 0,00000123(0,2) \\ &= 0,0007025\end{aligned}$$

Kecepatan aktual untuk campuran fasa minyak dan gas ( $u_{lm}$ ) adalah :

$$\begin{aligned}u_{lm} &= \frac{W_{m1} H_L}{\rho_m A \rho_L} + \frac{W_{m1} H_G}{\rho_m A \rho_G} \\ &= \frac{10(0,7)}{821,0026(0,0102)(820)} + \frac{10(0,2)}{821,0026(0,0102)(0,013)} \\ &= 18,37102\end{aligned}$$

Bilangan Reynold untuk campuran fasa minyak dan gas ( $Re_W$ ) adalah :

$$\begin{aligned}Re_W &= \frac{\rho_{lm} u_{lm} D}{\mu_{lm}} \\ &= \frac{(574,003)(18,37102)(0,114)}{0,0007025} \\ &= 1.711.220,427\end{aligned}$$

Faktor gesekan untuk campuran fasa minyak dan gas ( $f_{tp}$ ) adalah :

$$\begin{aligned}f_{tp} &= f_L [1 + 0,04304 Re_W^{0,3978}] \\ &= 0,037 [1 + 0,04304 (1.711.220,427)^{0,3978}] \\ &= 0,518\end{aligned}$$

Nilai  $\varepsilon$  adalah :

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{u_{SG}}{u_{SG} \left[ 1 + \left( \frac{u_{SL}}{u_{SG}} \right) \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{0,1} \right] + 2,9 \left[ \frac{g D \sigma (1 + \cos \theta) (\rho_L - \rho_G)}{(\rho_L)^2} \right]^{0,25} + [1,22 + 1,22 \sin \theta] \frac{P_A}{P_{sistem}}} \\ &= 0,233\end{aligned}$$

Kecepatan superfisial untuk campuran fasa minyak dan gas ( $u_{tp}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} u_{tp} &= \frac{W_{m1}H_G}{\rho_m A \varepsilon} + \frac{W_{m1}H_L}{\rho_m A(1-\varepsilon)} \\ &= \frac{10(0,2)}{821,0026(0,0102)(0,233)} + \frac{10(0,7)}{821,0026(0,0102)(1-0,233)} \\ &= 2,114 \end{aligned}$$

Massa jenis campuran untuk fasa minyak dan gas ( $\rho_{tp}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} \rho_{tp} &= \rho_G \varepsilon + \rho_L (1 - \varepsilon) \\ &= 0,013(0,233) + 820(1 - 0,233) \\ &= 628,94 \end{aligned}$$

Perubahan tekanan aliran minyak-gas terhadap panjang pipa adalah :

$$\begin{aligned} \left(\frac{dp}{dx}\right)_{LG} &= g[\rho_L(1-\varepsilon) + \rho_G \varepsilon] \sin \theta + \frac{1}{2} \left(\frac{f_{tp}}{D}\right) \rho_{tp} u_{tp}^2 \\ &= 10[820(1-0,098) + 0,013(0,098)] \sin 0 + \frac{1}{2} \left(\frac{0,518}{0,114}\right) 628,94(2,114)^2 \\ &= 6.380,36 \end{aligned}$$

### c. Perubahan Tekanan Aliran Minyak-Pasir Terhadap Panjang Pipa

#### i. Gaya Drag

Kecepatan slip ( $u_{SLIP}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} u_{SLIP} &= \frac{W_{m1}H_L}{\rho_m A \rho_L} - \frac{W_{m1}H_S}{\rho_m A \rho_S} \\ &= \frac{10(0,7)}{821,0026(0,0102)(820)} - \frac{10(0,1)}{821,0026(0,0102)(2470)} \\ &= 0,000972 \end{aligned}$$

Bilangan Reynold untuk partikel pasir ( $Re_p$ ) adalah :

$$\begin{aligned} Re_p &= \frac{\rho_L u_{SLIP} d_p}{\mu_L} \\ &= \frac{820(0,000972)(0,0004)}{0,001} \\ &= 0,32 \end{aligned}$$

Koefisien hambatan pasir ( $C_{DS}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} C_{DS} &= \frac{48.5}{(1+4.5\psi^{0.35})^{0.8} Re_p^{0.64}} + \left( \frac{Re_p}{Re_p + 100 + 100\psi} \right)^{0.32} \left( \frac{1}{\psi^{18} + 1.05\psi^{0.8}} \right) \\ &= \frac{48.5}{(1+4.5(0,910)^{0.35})^{0.8} (0,32)^{0.64}} + \left( \frac{0,32}{0,32+100+100(0,910)} \right)^{0.32} \left( \frac{1}{(0,910)^{18} + 1.05(0,910)^{0.8}} \right) \\ &= 26,291 \end{aligned}$$

Koefisien  $\beta$  adalah :

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{3}{4} C_{DS} \frac{H_S \rho_S}{d_p} u_{SLIP} (1 - H_S)^{-2.56} \\ &= \frac{3}{4} (26,291) \left( \frac{0,1(2470)}{0,0004} \right) 0,000972 (1 - 0,1)^{-2.56} \\ &= 15.503,97 \end{aligned}$$

Gaya drag campuran fasa minyak dan pasir ( $F_{IM}$ ) adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} F_{IM} &= \beta(u_{SLIP}) \\ &= 15.503,97(0,000972) \\ &= 15,07 \end{aligned}$$

ii. Gaya Gesekan Dinding

Massa jenis campuran fasa minyak dan pasir ( $\rho_{LS}$ ) adalah :

$$\begin{aligned}\rho_{LS} &= \rho_S H_S + \rho_L H_L \\ &= 2470(0,1) + 820(0,7) \\ &= 821\end{aligned}$$

Kecepatan campuran untuk fasa minyak dan pasir ( $u_{LS}$ ) adalah :

$$\begin{aligned}u_{LS} &= \frac{4}{\pi D^2} \left[ \frac{\rho_L W_{m1} H_L + \rho_S W_{m1} H_S}{\rho_m \rho_{LS}} \right] \\ &= \frac{4}{\pi (0,114)^2} \left[ \frac{820(10)(0,7) + 10(2470)(0,1)}{821,0026(821)} \right] \\ &= 1,196\end{aligned}$$

Bilangan Reynold untuk campuran fasa minyak dan pasir ( $Re_{PS}$ ) adalah :

$$\begin{aligned}Re_{PS} &= \frac{\rho_{LS} u_{LS} d_p}{\mu_L} \\ &= \frac{821(1,196)(0,0004)}{0,001} \\ &= 392,77\end{aligned}$$

Faktor fraksi minyak ( $f_{SS}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} f_{SS} &= \frac{0.046}{Re_{PS}^{0.2}} \\ &= \frac{0.046}{392,77^{0.2}} \\ &= 0,014 \end{aligned}$$

Gaya gesekan dinding ( $F_{WM}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} F_{WM} &= \frac{2\rho_{LS}u_{LS}^2}{D}(f_L + f_{SS} \cos \theta) \\ &= \frac{2(821)(1,196)^2}{0,114}(0,037 + 0,014 \cos 0) \\ &= 1.050,75 \end{aligned}$$

iii. Gaya Interaksi Antar Partikel

Gaya interaksi antar partikel ( $F_{PM}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} F_{PM} &= d^2_P \frac{H_S \rho_S H_L}{A \pi^2 D^5} \left( \frac{W_{m1}}{\rho_m} \right)^2 \\ &= 0,0004^2 \frac{(0,1)(2470)(0,7)}{0,0102(3,14)(0,114)^5} \left( \frac{10}{821,0026} \right)^2 \\ &= 0,00211 \end{aligned}$$

iv. Gaya Aliran Turbulen

Kecepatan aliran rata-rata minimum yang diperlukan untuk menghentikan partikel pasir ( $u_{min}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} u_{min} &= 1.08(1 + \alpha H_S)^{1.09} (1 - H_S)^{0.55n} \left(\frac{\mu_L}{\rho_L}\right)^{-0.09} d_p^{0.18} \left[2g \frac{\rho_S - \rho_L}{\rho_L}\right]^{0.54} D^{0.46} \\ &= 1.08(1 + 3,64(0,1))^{1.09} (1 - 0,1)^{0.55(4)} \left(\frac{0,001}{820}\right)^{-0.09} (0,0004)^{0.18} \left[2(10) \frac{2470 - 820}{820}\right]^{0.54} 0,114^{0.46} \\ &= 2,708 \end{aligned}$$

Kecepatan aliran turbulen ( $u'$ ) adalah :

$$\begin{aligned} u' &= (0.16)^{1/3} \left(\frac{\mu_L}{\rho_L}\right)^{1/12} u_{min}^{0.92} d_p^{1/3} D^{-0.42} \\ &= (0.16)^{1/3} \left(\frac{0,001}{820}\right)^{1/12} (2,708)^{0.92} (0,0004)^{1/3} (0,114)^{-0.42} \\ &= 0,0803 \end{aligned}$$

Ukuran partikel pasir adalah :

$$\begin{aligned} V_P &= \frac{\pi D^3}{6} \\ &= \frac{\pi(0114)^3}{6} \\ &= 0,000775 \end{aligned}$$

Gaya aliran turbulen ( $F_{TM}$ ) adalah :

$$\begin{aligned} F_{TM} &= \frac{\rho_{LS}}{V_p} \frac{\pi}{4} (d_p)^2 (u')^2 \\ &= \frac{821}{0,000775} \frac{\pi}{4} (0,0004)^2 (0,0803)^2 \\ &= 0,00086 \end{aligned}$$

Gaya total per satuan volume ( $F_k$ ) adalah :

$$\begin{aligned} F_k &= F_{IM} + F_{WM} + F_{PM} + F_{TM} \\ &= 15,07 + 1.050,75 + 0,00211 + 0,00086 \\ &= 1.065,823 \end{aligned}$$

Perubahan tekanan terhadap panjang pipa pada aliran minyak dan pasir adalah :

$$\begin{aligned} \left(\frac{dp}{dx}\right)_{LS} &= F_K \\ &= 1.065,823 \end{aligned}$$

**d. Perubahan tekanan total terhadap panjang pipa pada  $source_1$  ( $\Delta P_1$ )**

$$\begin{aligned} \left(\frac{dp}{dx}\right)_{Tot} &= \left(\frac{dp}{dx}\right)_{LG} + \left(\frac{dp}{dx}\right)_{LS} - \left(\frac{dp}{dx}\right)_L \\ \left(\frac{dp}{dx}\right)_1 &= 6.380,36 + 1.065,823 - 93,142 \\ &= 7.353,041 \end{aligned}$$

Perubahan tekanan total terhadap panjang pipa pada *sink* dapat dinyatakan dalam

bentuk  $\left(\frac{dp}{dx}\right)_1$  atau  $\left(\frac{\Delta P}{\Delta x}\right)_1$  sehingga :

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta x}\right)_1 = 7.353,041$$

$$\begin{aligned}\Delta P_1 &= \Delta x_1(7.353,041) \\ &= 1.000(7.353,041) \\ &= 7.353.041\end{aligned}$$

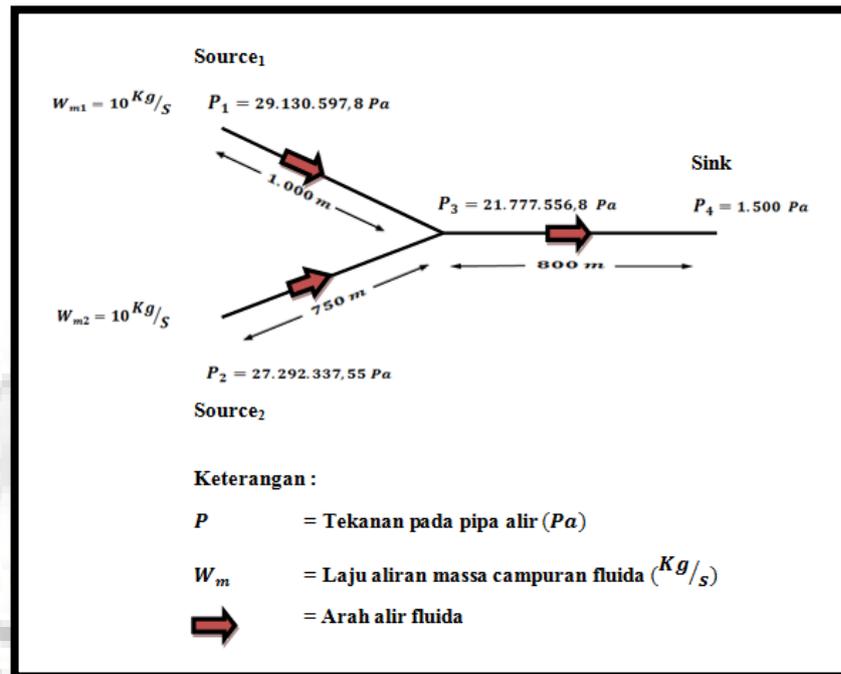
Tekanan pada *source*<sub>1</sub> ( $P_1$ ) adalah :

$$\begin{aligned}P_1 &= \Delta P_1 + P_3 \\ &= 7.353.041 + 21.777.556,8 \\ &= 29.130.597,8 \text{ Pa}\end{aligned}$$

Dari hasil perhitungan untuk masing-masing segmen diperoleh :

**Tabel 3.5 Laju Alir Massa Campuran, Laju Alir Volume Total dan Perubahan Tekanan pada Setiap Segmen Pipa**

Segmen	$W_m$	$Q_T$	$\Delta P$
1	10	0,0122	7.353.041
2	10	0,0122	5.514.780,75
3	20	0,0244	21.776.056,8



Gambar 3.2 Aliran Fluida pada Jaringan Pipa Sederhana

Jadi dengan tekanan di sink ( $P_4$ ) sebesar 1.500 Pa diperoleh tekanan di *source*<sub>1</sub> ( $P_1$ ) sebesar 29.130.597,8 Pa, tekanan di *source*<sub>2</sub> ( $P_2$ ) sebesar 27.292.337,55 Pa dan tekanan di titik pertemuan antara *source* dan *sink* ( $P_3$ ) sebesar 21.777.556,8 Pa.