

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Pendahuluan

Pada bab sebelumnya telah dibahas mengenai latar belakang, tujuan, teori, bahan dan metode yang digunakan dalam skripsi ini. Pada bab ini akan dilakukan perhitungan-perhitungan sekaligus pembahasan hasil dengan mengikuti tahapan atau langkah-langkah yang dijelaskan sebelumnya. Tahap pertama yaitu melakukan deskripsi data yang akan disajikan pada Tabel 4.1, yaitu data kualitas benang dalam industri katun Ne30. Kemudian dilanjutkan dengan pembentukan diagram kontrol proporsi dan diagram kontrol *fuzzy* multinomial.

4.2 Deskripsi Data

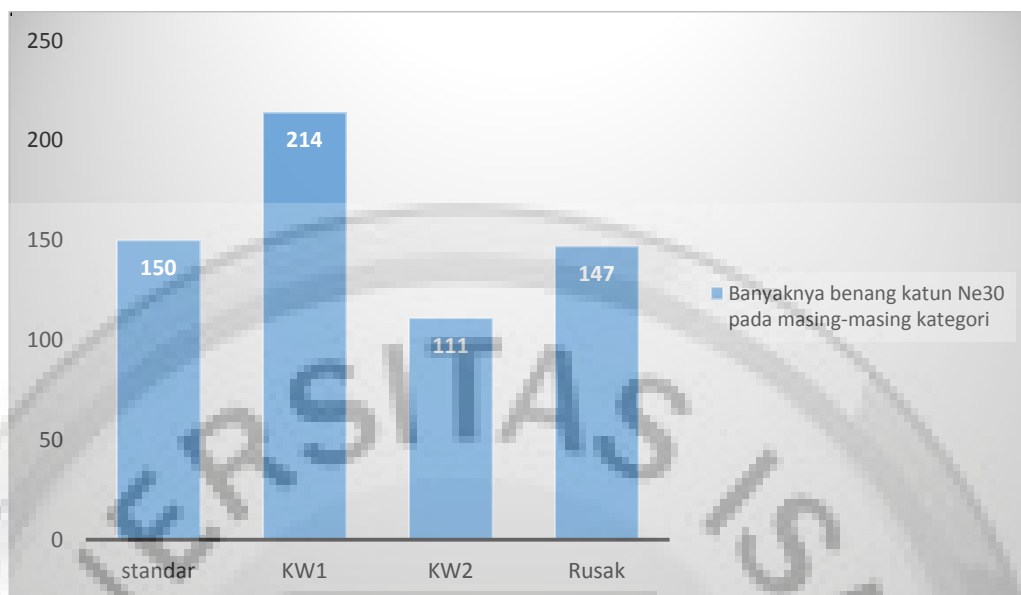
Ringkasan data disajikan pada Tabel 4.1 berikut:

Tabel 4.1 Deskripsi Data Kualitas Benang dalam Industri Katun Ne30

Tingkat kualitas	Standar	KW1	KW 2	Rusak
Jumlah	150	214	111	147
Rata-rata	5,77	8,23	4,27	5,65
Rata-rata proporsi	0,240967	0,34406	0,179176	0,2364511

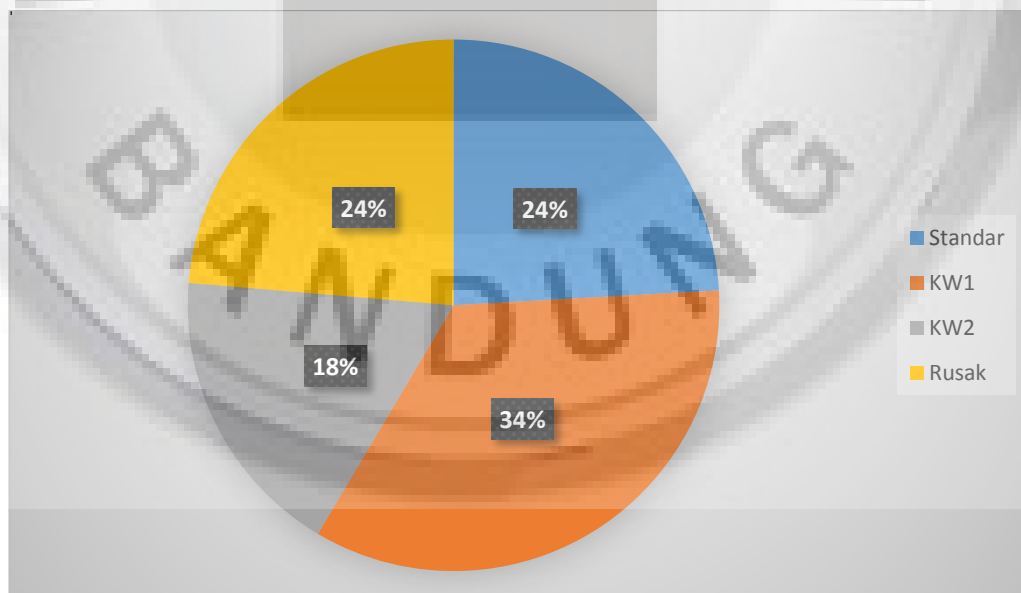
Berdasarkan Tabel 4.1, kualitas benang katun Ne30 yang paling tinggi frekuensinya adalah kualitas KW1 yang mempunyai frekuensi sebanyak 214. Terdapat dua tingkatan kualitas yang mempunyai frekuensi jumlah yang hampir sama yaitu kategori standar dan rusak dengan frekuensi masing-masing sebanyak 150 dan 149. Dan frekuensi terendah yaitu karakteristik kualitas kategori KW2

sebanyak 114. Frekuensi tersebut digambarkan secara visual seperti yang disajikan pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Frekuensi Banyaknya Benang Katun Ne30 Berdasarkan Karakteristik Kualitas

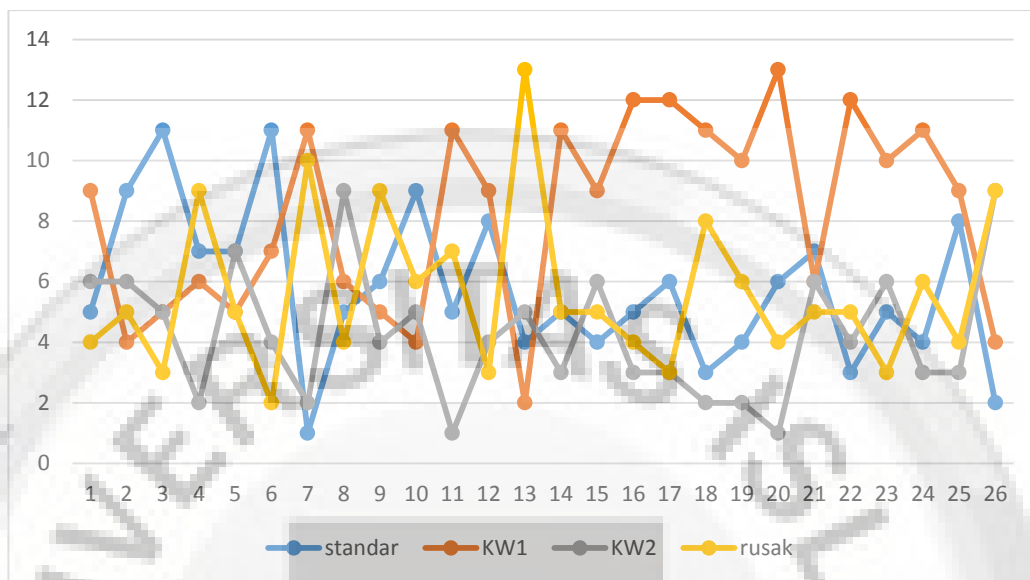
Selanjutnya, deskripsi data rata-rata proporsi masing-masing kategori kualitas disajikan pada Gambar 4.2 sebagai berikut



Gambar 4.2 Rata-Rata Proporsi Masing-Masing Kategori

Diagram diatas menyimpulkan bahwa pada kategori KW1 memiliki proporsi terbesar sebesar 34%, selanjutnya proporsi terbesar kedua yang proporsi nya hampir

sama yaitu standar dan rusak dengan masing-masing proporsi sebesar 24% dan proporsi terendah yaitu terdapat pada kategori KW2 sebesar 18%. Selanjutnya untuk melihat fluktuasi dari masing-masing periode disajikan pada Gambar 4.3 berikut;



Gambar 4.3 Plot dari Sampel Masing-masing Kategori

Dari Gambar 4.3 tersebut dapat diketahui bahwa terdapat nilai ekstrim pada kategori rusak yang dicurigai sebagai periode penyebab meningkatnya proporsi kategori rusak.

4.3 Nilai Representatif ($\tilde{L}(l_i)$)

Nilai representatif/derajat keanggotaan ($\tilde{L}(l_i)$) untuk set 1 dan set 2 diperoleh menggunakan metode modus *fuzzy* dan median *fuzzy* yang akan dihitung pada sub bab selanjutnya.

4.3.1 Nilai Representatif Menggunakan Metode Modus *Fuzzy* Untuk Set 1 dan Set 2

Metode modus *fuzzy* yaitu nilai dari variabel dasar dimana fungsi keanggotaan sama dengan 1. Nilai representatif $\tilde{L}(l_i)$ dengan metode modus diperoleh menggunakan

Persamaan 2.4 yaitu $f_{\text{mod}} = \{x \in X \mid \mu_F(x) = 1\}$. Dimana perhitungan untuk menentukan $\tilde{L}(l_i)$ khusus untuk Set 1 dengan menggunakan metode modus *fuzzy* disajikan seperti berikut:

1. Kategori Standar

$$\mu_S = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ -2x + 1, & 0 \leq x \leq 0,5 \\ 0, & x \geq 0,5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mu_F(x) &= 1 \\ -2x + 1 &= 1 \\ -2x &= 1 - 1 \\ -2x &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan fungsi keanggotaan Set 1 dan metode modus *fuzzy*,

diperoleh nilai representatif $\tilde{L}(l_i)$ untuk kategori standar adalah 0.

2. Kategori KW1

$$\mu_{KW2} = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 4x, & 0 \leq x \leq 0,25 \\ -2x + \frac{3}{2}, & 0,25 \leq x \leq 0,75 \\ 0, & 0,75 \leq x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mu_F(x) &= 1 \\ 4x &= 1 \\ x &= 1/4 \\ x &= 0,25 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan fungsi keanggotaan Set 1 dan metode modus *fuzzy*,

diperoleh nilai representatif $\tilde{L}(l_i)$ untuk kategori KW1 adalah 0,25.

3. Kategori KW2

$$\mu_{KW2} = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 4x, & 0,25 \leq x \leq 0,5 \\ -2x + 2, & 0,5 \leq x \leq 1 \\ 0, & 1 \leq x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mu_F(x) &= 1 \\ -2x + 2 &= 1 \\ -2x &= 1 - 2 \\ -2x &= -1 \\ x &= 0,5 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan fungsi keanggotaan Set 1 dan metode modulus *fuzzy*, diperoleh nilai representatif $\tilde{L}(l_i)$ untuk kategori KW2 adalah 0,5.

4. Kategori Rusak

$$\mu_R = \begin{cases} 0, & x \leq 0,5 \\ 2x - 1, & 0,5 \leq x \leq 1 \\ 0, & 1 \leq x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mu F(x) &= 1 \\ 2x - 1 &= 1 \\ 2x &= 1 + 1 \\ 2x &= 2 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan fungsi keanggotaan Set 1 dan metode modulus *fuzzy*, diperoleh nilai representatif $\tilde{L}(l_i)$ untuk kategori rusak adalah 1.

Selanjutnya untuk Set 2 dilakukan perhitungan dengan cara yang sama, namun yang membedakan hanya fungsi keanggotaannya saja. Dimana perhitungannya dilakukan seperti berikut:

1. Kategori Standar

$$\mu_S = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ -4x + 1, & 0 \leq x \leq 0,5 \\ 0, & x \geq 0,25 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mu F(x) &= 1 \\ -4x + 1 &= 1 \\ -4x &= 1 - 1 \\ -4x &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan fungsi keanggotaan Set 2 dan metode modulus *fuzzy*, diperoleh nilai representatif $\tilde{L}(l_i)$ untuk kategori KW1 adalah 0.

2. Kategori KW1

$$\mu_{KW1} = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 4x, & 0 \leq x \leq 0,25 \\ -4x + 2, & 0,25 \leq x \leq 0,5 \\ 0, & 0,5 \leq x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mu F(x) &= 1 \\ 4x &= 1 \\ x &= 1/4 \\ x &= 0,25 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan fungsi keanggotaan Set 2 dan metode modulus *fuzzy*, diperoleh nilai representatif $\tilde{L}(l_i)$ untuk kategori KW2 adalah 0,25.

3. Kategori KW2

$$\mu_{KW2} = \begin{cases} 0, & x \leq 0,25 \\ 4x - 1, & 0,25 \leq x \leq 0,5 \\ -2x + 3, & 0,5 \leq x \leq 0,75 \\ 0, & 0,75 \leq x \end{cases}$$

$$\mu F(x) = 1$$

$$-2x + 3 = 1$$

$$-4x = 1 - 3$$

$$-4x = -2$$

$$x = 0,5$$

Dengan menggunakan fungsi keanggotaan Set 2 dan metode modulus *fuzzy*,

diperoleh nilai representatif $\tilde{L}(l_i)$ untuk kategori KW3 adalah 0,5.

4. Kategori Rusak

$$\mu_R = \begin{cases} 0, & x \leq 0,5 \\ 2x - 1, & 0,5 \leq x \leq 1 \\ 0, & 1 \leq x \end{cases}$$

$$\mu F(x) = 1$$

$$2x - 1 = 1$$

$$2x = 1 + 1$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

Dengan menggunakan fungsi keanggotaan Set 2 dan metode modulus *fuzzy*,

diperoleh nilai representatif $\tilde{L}(l_i)$ untuk kategori KW4 adalah 1.

Selanjutnya nilai representatif $\tilde{L}(l_i)$ yang diperoleh dengan menggunakan metode modulus *fuzzy* secara ringkas disajikan pada Tabel 4.2 berikut

Tabel 4.2. Nilai Representatif Set 1 dan Set 2 Berdasarkan Modus *Fuzzy*

	Fungsi Keanggotaan	
	set 1	set 2
Standar	0	0
KW1	0.25	0.25
KW2	0.5	0.5
Rusak	1	1

4.3.2 Nilai Representatif Menggunakan Metode Median Untuk Set 1 dan Set 2

Metode median *fuzzy*, f_{med} adalah titik yang membagi daerah di bawah fungsi keanggotaan ke dalam dua daerah yang sama besar. Nilai representatif $\tilde{L}(l_i)$

dengan metode median diperoleh menggunakan Persamaan 2.6 yaitu

$$\int_a^{f_{med}} \mu F(x) dx = \int_{f_{med}}^c \mu F(x) dx = \frac{1}{2} \int_a^c \mu F(x) dx. \text{ Dimana perhitungan untuk menentukan}$$

$\tilde{L}(l_i)$ khusus untuk Set 1 dengan menggunakan metode median *fuzzy* disajikan seperti

berikut:

$$\mu_{KW1} = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 4x, & 0 \leq x \leq 0,25 \\ -2x + \frac{3}{2}, & 0,25 \leq x \leq 0,75 \\ 0, & 0,75 \leq x \end{cases}$$

$$\int_{f_{med}}^{0,75} (-2x + 3) dx = \frac{1}{2} \left[\int_0^{0,25} (4x) dx + \int_{0,25}^{0,75} (-2x + \frac{3}{2}) dx \right]$$

$$-x^2 + \frac{3}{2}x \Big|_{f_{med}}^{0,75} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4} \right)$$

$$\left(-0,75^2 + \frac{3}{2}(0,75) \right) - \left(-f_{med}^2 + \frac{3}{2}f_{med} \right) = 0,1875$$

$$0,5625 - \left(-f_{med}^2 + \frac{3}{2}f_{med} \right) - 0,1875 = 0$$

$$0,5625 + f_{med}^2 - \frac{3}{2}f_{med} - 0,1875 = 0$$

$$f_{med}^2 - \frac{3}{2}f_{med} + 0,375 = 0$$

Dari hasil persamaan kuadrat tersebut akan dicari akar persamaanya menggunakan rumus, yaitu:

$$f_{med1,2} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$f_{med1,2} = \frac{-\left(-\frac{3}{2} + \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 4(1.0,375)}\right)}{2.1}$$

$$f_{med1} = \frac{3 + \sqrt{3}}{4} = 1,1830$$

$$f_{med2} = \frac{3 - \sqrt{3}}{4} = 0,317$$

Karena nilai representatif terdapat pada interval 0 sampai 1, maka yang dipilih sebagai nilai representatif untuk kategori KW 2 dengan fungsi keanggotaan set 1 adalah 0,317.

Selanjutnya nilai representatif $\tilde{L}(l_i)$ yang diperoleh dengan menggunakan metode median fuzzy baik untuk set 1 maupun set 2 tercantum di Lampiran 1. Hasil perhitungan secara ringkas disajikan pada Tabel 4.3 berikut

Tabel 4.3 Nilai Representatif Set 1 dan Set 2 Berdasarkan Metode Median Fuzzy

	Fungsi Keanggotaan	
	set 1	set 2
Standar	0,146	0,073
KW1	0.317	0.25
KW2	0.441	0.5
Rusak	0,854	0,854

4.4 Nilai Proporsi Masing-masing Kategori

Proporsi diperoleh dari data hasil pengamatan (x_{ij}) dibagi ukuran sampel (n) yaitu 24 sampel. Proporsi dari tiap kategori disajikan pada tabel 4.4.

Tabel 4.4. Proporsi Masing-masing Kategori

Sampel	p(standar)	p(KW1)	p(KW2)	p(rusak)
1	0,208333	0,375000	0,250000	0,166667
2	0,375000	0,166667	0,250000	0,208333
3	0,458333	0,208333	0,208333	0,125000
4	0,291667	0,250000	0,083333	0,375000
5	0,291667	0,208333	0,291667	0,208333
6	0,458333	0,291667	0,166667	0,083333
7	0,041667	0,458333	0,083333	0,416667

Tabel 4.4. Proporsi Masing-masing Kategori (Lanjutan)

8	0,208333	0,250000	0,375000	0,166667
9	0,250000	0,208333	0,166667	0,375000
10	0,375000	0,166667	0,208333	0,250000
11	0,208333	0,458333	0,041667	0,291667
12	0,333333	0,375000	0,166667	0,125000
13	0,166667	0,083333	0,208333	0,541667
14	0,208333	0,458333	0,125000	0,208333
15	0,166667	0,375000	0,250000	0,208333
16	0,208333	0,500000	0,125000	0,166667
17	0,250000	0,500000	0,125000	0,125000
18	0,125000	0,458333	0,083333	0,333333
19	0,181818	0,454545	0,090909	0,272727
20	0,250000	0,541667	0,041667	0,166667
21	0,291667	0,250000	0,250000	0,208333
22	0,125000	0,500000	0,166667	0,208333
23	0,208333	0,416667	0,250000	0,125000
24	0,166667	0,458333	0,125000	0,250000
25	0,333333	0,375000	0,125000	0,166667
26	0,083333	0,166667	0,375000	0,375000

4.5 Penentuan Proporsi yang Diboboti $\bar{\tilde{L}}_j$

Proporsi yang diboboti atau $\bar{\tilde{L}}_j$ diperoleh dari Persamaan 2.8 yaitu

$$\bar{\tilde{L}}_j = \frac{\sum_{i=1}^k X_{ij} \tilde{L}(l_i)}{n}$$

dimana X_{ij} adalah data pengamatan pada kategori ke-i periode

ke-j, sedangkan $\tilde{L}(l_i)$ adalah nilai representatif kategori ke-i. Setiap metode yaitu metode modus *fuzzy* dan median *fuzzy* baik menggunakan fungsi keanggotaan set 1 maupun set 2, dihitung dengan cara yang sama, namun yang membedakan hanya nilai representatifnya atau $\tilde{L}(l_i)$. Perhitungan dilakukan berdasarkan metode masing-masing, yaitu seperti berikut:

1. Modus set 1 dan Set 2

Karena metode modus baik set 1 maupun set 2 memiliki nilai representatif $\tilde{L}(l_i)$ yang sama, maka perhitungannya pun akan memberikan hasil yang sama. Nilai $\tilde{L}(l_i)$ metode modus set 1 dan set 2 pada Tabel 4.2 digunakan untuk menghitung nilai proporsi yang diboboti atau $\bar{\tilde{L}}_j$ seperti berikut:

$$\bar{\tilde{L}}_j = \frac{(5 * 0) + (9 * 0,25) + (6 + 0,5) + (4 * 1)}{24} = 0,385417$$

Perhitungan diatas dilakukan dengan cara yang sama sampai sampel ke-26. Sehingga terdapat 26 nilai $\bar{\tilde{L}}_j$ yang selanjutnya semua nilai tersebut akan diplotkan pada diagram kontrol *fuzzy* multinomial berdasarkan modus *fuzzy* set 1 dan set 2.

2. Median Set 1

Begitu pula pada metode median set 1 untuk mencari nilai $\bar{\tilde{L}}_j$ diperoleh menggunakan Persamaan 2.8. Nilai representatif yang terdapat pada Tabel 4.3 khusus untuk Set 1 akan digunakan untuk menghitung nilai $\bar{\tilde{L}}_j$ seperti berikut:

$$\bar{\tilde{L}}_j = \frac{(5 * 0,146) + (9 * 0,317) + (6 + 0,441) + (4 * 0,854)}{24} = 0,401875$$

Perhitungan tersebut dilakukan dengan cara yang sama sampai sampel ke-26. Sehingga terdapat 26 nilai $\bar{\tilde{L}}_j$ yang selanjutnya semua nilai tersebut akan diplotkan pada diagram kontrol *fuzzy* multinomial berdasarkan median *fuzzy* set 1.

3. Median Set 2

Pada metode median set 2 untuk mencari nilai $\bar{\tilde{L}}_j$ diperoleh menggunakan Persamaan 2.8. Nilai representatif yang terdapat pada Tabel 4.3 khusus untuk Set 2 akan digunakan untuk menghitung nilai $\bar{\tilde{L}}_j$ seperti berikut:

$$\bar{\tilde{L}}_j = \frac{(5 * 0,073) + (9 * 0,25) + (6 + 0,5) + (4 * ,854)}{24} = 0,376292$$

Perhitungan tersebut dilakukan dengan cara yang sama sampai sampel ke-26. Sehingga terdapat 26 nilai $\bar{\tilde{L}}_j$ yang selanjutnya semua nilai tersebut akan diplotkan pada diagram kontrol *fuzzy* multinomial berdasarkan median *fuzzy* set 2.

Untuk hasil perhitungan $\bar{\tilde{L}}_j$ berdasarkan metode modus *fuzzy* dan median *fuzzy* baik untuk set 1 maupun set 2, selengkapnya disajikan pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5 Proporsi yang Diboboti $\bar{\tilde{L}}_j$

sample	modus set 1	modus set2	median set 1	median set2
1	0.385417	0.385417	0.401875	0.376292
2	0.375000	0.375000	0.395750	0.371958
3	0.281250	0.281250	0.331583	0.296458
4	0.479167	0.479167	0.478833	0.445708
5	0.406250	0.406250	0.415167	0.397125
6	0.239583	0.239583	0.304042	0.260875
7	0.572917	0.572917	0.543958	0.515125
8	0.416667	0.416667	0.417375	0.407542
9	0.510417	0.510417	0.496292	0.473917
10	0.395833	0.395833	0.412958	0.386708
11	0.427083	0.427083	0.443167	0.399708
12	0.302083	0.302083	0.347792	0.308167
13	0.666667	0.666667	0.605208	0.599750
14	0.385417	0.385417	0.408750	0.370208
15	0.427083	0.427083	0.431375	0.408833
16	0.354167	0.354167	0.386375	0.345042
17	0.312500	0.312500	0.356875	0.312500
18	0.489583	0.489583	0.484958	0.450042

Tabel 4.5 Proporsi yang Diboboti \tilde{L}_j (Lanjutan)

19	0.395833	0.395833	0.406667	0.371500
20	0.322917	0.322917	0.368917	0.316833
21	0.395833	0.395833	0.410000	0.386708
22	0.416667	0.416667	0.428167	0.395375
23	0.354167	0.354167	0.379500	0.351125
24	0.427083	0.427083	0.438250	0.402750
25	0.322917	0.322917	0.365000	0.322917
26	0.604167	0.604167	0.550625	0.555500

4.6 Uji Normalitas Proporsi ‘Rusak’ dan \tilde{L}_j Masing-masing Metode *Fuzzy*

Uji normalitas bertujuan untuk mengetahui apakah data berdistribusi normal atau tidak. Sebab, dalam diagram kontrol proporsi dan *fuzzy* multimonial ini distribusi data yang normal adalah suatu keharusan dan merupakan asumsi yang harus terpenuhi. Untuk memenuhi asumsi tersebut akan dilakukan normalitas menggunakan Shapiro Wilk karena jumlah sampel kecil yaitu kurang dari 50 sampel dan menggunakan $\alpha=5\%$. Pada pengujian normalitas ini, penulis menggunakan *software Minitab 16*. Perumusan hipotesis untuk uji normalitas adalah sebagai berikut:

H_0 : \tilde{L}_j /proporsi berdistribusi normal

H_1 : \tilde{L}_j /proporsi berdistribusi tidak normal

Kriteria uji nya yaitu tolak H_0 jika $p\text{-value} < \alpha$. Hasil dari pengujian normalitas proporsi rusak dan \tilde{L}_j masing-masing kategori disajikan pada Tabel 4.6 dan plot normalitas masing-masing kategori disajikan pada Lampiran 2.

Tabel 4.6. Pengujian Normalitas \tilde{L}_j

	Nilai α	P-Value	Kesimpulan
Proporsi	0,05	0,067	Normal
Modus set 1&2	0,05	0,100	Normal
Median set 1	0,05	0,098	Normal
Median set 2	0,05	0,100	Normal

4.7 Diagram Kontrol *Fuzzy Multinomial*

Diagram Kontrol *fuzzy multinomial* ini terdiri dari 3 jenis, yaitu diagram kontrol *fuzzy multinomial* berdasarkan metode modus set 1 dan set 2, median *fuzzy* set 1, dan median *fuzzy* set 2. Masing-masing diagram kontrol *fuzzy* tersebut akan dibentuk pada sub bab berikut:

4.7.1 Diagram *Fuzzy Multinomial* Berdasarkan *Modus fuzzy Set 1 dan Set 2*

Pembentukan batas-batas kontrol dimulai dengan tahap perhitungan untuk menentukan Ekspektasi $E(\tilde{L})$ dan varians $\text{var}(\tilde{L})$ dengan menggunakan Persamaan 2.10. Ekspektasi $E(\tilde{L})$ diperoleh dari jumlah hasil perkalian antara nilai representatif $\tilde{L}(l_i)$ dengan rata-rata proporsi dari masing-masing kategori. Dimana ekspektasi $E(\tilde{L})$ digunakan sebagai pusat pada diagram kontrol *fuzzy multinomial*. Perhitungan $E(\tilde{L})$ berdasarkan modus *fuzzy* set 1 dan set 2 adalah sebagai berikut:

$$E(\tilde{L}) = (0 * 0,240967) + (0,25 * 0,34406) + (0,5 * 0,178176) + (1 * 0,236451)$$

$$E(\tilde{L}) = 0,41164$$

Langkah selanjutnya menghitung nilai $\text{var}(\tilde{L})$ menggunakan Persamaan 2.10 yaitu

$$\text{Var}(\tilde{L}) = \frac{\sum_{i=1}^k p_i(1-p_i)\tilde{L}^2(l_i) - 2\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k p_i p_j \tilde{L}(l_i)\tilde{L}(l_j)}{n}$$

Untuk mempermudah perhitungan, dimisalkan $a = \sum_{i=1}^k p_i(1-p_i)\tilde{L}^2(l_i)$ dan

$$b = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k p_i p_j \tilde{L}(l_i)\tilde{L}(l_j) \text{ sehingga } \text{Var}(\tilde{L}) = \frac{a-2b}{n}. \text{ Tahap pertama untuk}$$

memperoleh nilai $\text{var}(\tilde{L})$ yaitu menentukan nilai a seperti berikut:

$$a_1 = (0,236451 * (1 - 0,236451) * 1^2) = 0,180542$$

$$a_2 = (0,178176 * (1 - 0,178176) * 0,5^2) = 0,036607$$

$$a_3 = (0,344406 * (1 - 0,344406) * 0,25^2) = 0,014112$$

$$a_4 = (0,240967 * (1 - 0,240967 * 0) = 0$$

sehingga,

$$a = 0,180542 + 0,081151 + 0,057163 + 0 = 0,318856$$

Setelah diperoleh nilai $a = 0,318856$, tahap selanjutnya menghitung nilai b seperti berikut:

$$b_{1,2} = (0,236451 * 0,178176 * 1 * 0,5) = 0,021065$$

$$b_{1,3} = (0,236451 * 0,344406 * 1 * 0,25) = 0,020359$$

$$b_{1,4} = (0,236451 * 0,240967 * 1 * 0) = 0$$

$$b_{2,3} = (0,178176 * 0,344406 * 0,5 * 0,35) = 0,007671$$

$$b_{2,4} = (0,178176 * 0,240967 * 0,5 * 0) = 0$$

$$b_{3,4} = (0,344406 * 0,240967 * 0,25 * 0) = 0$$

sehingga,

$$b = 0,021065 + 0,020359 + 0 + 0,007671 + 0 + 0 = 0,049095$$

Substitusikan nilai $a = 0,318856$ dan $b = 0,049095$ ke $Var(\bar{L}) = \frac{a-2b}{n}$, sehingga

diperoleh

$$Var(\bar{L}) = \frac{0,318856 - 2(0,049095)}{24} = 0,009194$$

$$\sqrt{Var(\bar{L})} = \sqrt{0,009194} = 0,095888$$

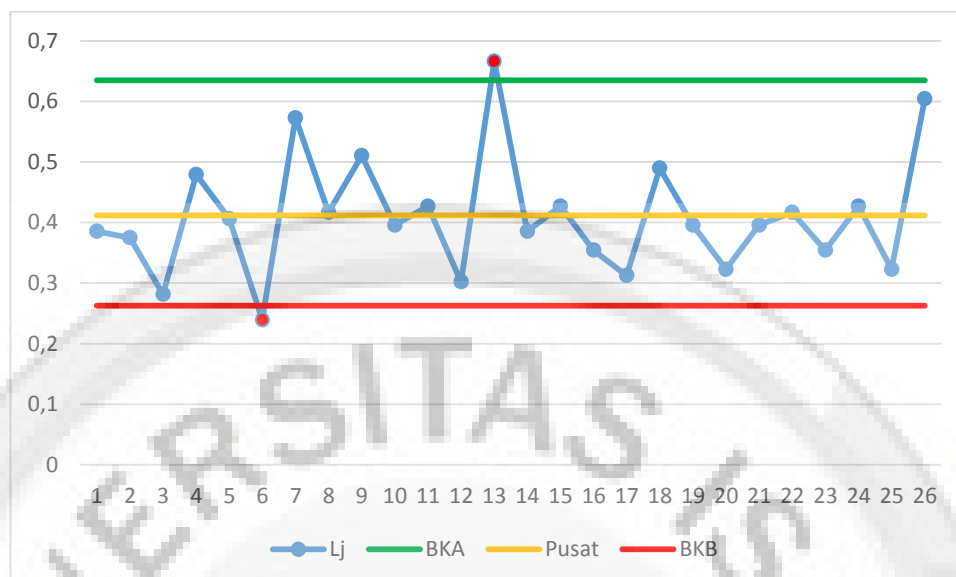
Selanjutnya, ekspektasi $E(\bar{L})$ dan varians $var(\bar{L})$ digunakan untuk menentukan batas-batas kontrol *fuzzy* multinomial yang dihitung menggunakan Persamaan 2.9 dengan $k=3$ diperoleh hasil sebagai berikut.

$$BKA = E(\bar{L}) + k\sqrt{var(\bar{L})} = 0,41164 + 3(0,095888) = 0,699304$$

$$Pusat = E(\bar{L}) = 0,41164$$

$$BKB = E(\bar{L}) - k\sqrt{var(\bar{L})} = 0,41164 - 3(0,095888) = 0,219865$$

Berdasarkan batas-batas kontrol diatas, diagram kontrol *fuzzy* multinomial untuk metode modus *fuzzy* disajikan pada Gambar 4.4.



Gambar 4.4. Diagram Kontrol *Fuzzy* Multinomial Berdasarkan Modus *Fuzzy*

Pada Gambar 4.4 diatas dengan menggunakan metode modus *fuzzy* dapat dinyatakan bahwa terdapat 1 titik yang diatas batas kontrol dan 1 titik dibawah batas kontrol. Sampel ke-13 terlihat diatas batas kontrol atas dan sampel ke-6 terlihat dibawah batas kontrol bawah. Jadi, dengan menggunakan metode modus *fuzzy* disimpulkan bahwa proses produksi benang katun Ne30 tidak terkendali.

4.7.2 Diagram *Fuzzy* Multinomial Berdasarkan *Median fuzzy* Set 1

Dengan menggunakan Persamaan 2.10 perhitungan $E(\tilde{L})$ berdasarkan median *fuzzy* set 1 adalah sebagai berikut:

$$E(\tilde{L}) = (0,146 * 0,240967) + (0,317 * 0,344406) + (0,441 * 0,178176) + (0,854 * 0,236451)$$

$$E(\tilde{L}) = 0,424863$$

Langkah selanjutnya menghitung nilai $\text{var}(\tilde{L})$ menggunakan Persamaan 2.10 yaitu

$$\text{Var}(\tilde{L}) = \frac{\sum_{i=1}^k p_i(1-p_i)\tilde{L}^2(l_i) - 2\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k p_i p_j \tilde{L}(l_i)\tilde{L}(l_j)}{n}$$

Untuk mempermudah perhitungan, dimisalkan $a = \sum_{i=1}^k p_i(1-p_i)\tilde{L}^2(l_i)$ dan

$b = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k p_i p_j \tilde{L}(l_i)\tilde{L}(l_j)$ sehingga $Var(\bar{\tilde{L}}) = \frac{a-2b}{n}$. Tahap pertama untuk

memperoleh nilai $var(\bar{\tilde{L}})$ yaitu menentukan nilai a seperti berikut:

$$a_1 = (0,236451 * (1 - 0,236451) * 0,854^2) = 0,1315621$$

$$a_2 = (0,178176 * (1 - 0,178176) * 0,441^2) = 0,028478$$

$$a_3 = (0,344406 * (1 - 0,344406) * 0,317^2) = 0,02268945$$

$$a_4 = (0,240967 * (1 - 0,240967) * 0,146^2) = 0,003899$$

sehingga,

$$a = 0,1315621 + 0,028478 + 0,02268945 + 0,003899 = 0,186738$$

Setelah diperoleh nilai $a = 0,186738$, tahap selanjutnya menghitung nilai b seperti berikut:

$$b_{1,2} = (0,236451 * 0,178176 * 0,854 * 0,441) = 0,015867$$

$$b_{1,3} = (0,236451 * 0,344406 * 0,854 * 0,317) = 0,022046$$

$$b_{1,4} = (0,236451 * 0,240967 * 0,854 * 0,146) = 0,007104$$

$$b_{2,3} = (0,178176 * 0,344406 * 0,441 * 0,317) = 0,006002$$

$$b_{2,4} = (0,178176 * 0,240967 * 0,441 * 0,146) = 0,002764$$

$$b_{3,4} = (0,344406 * 0,240967 * 0,317 * 0,146) = 0,003841$$

sehingga,

$$b = 0,015867 + 0,022046 + 0,00714 + 0,006002 + 0,002764 + 0,003841 = 0,057624$$

Substitusikan nilai $a = 0,186738$ dan $b = 0,057624$ ke $Var(\bar{\tilde{L}}) = \frac{a-2b}{n}$, sehingga

diperoleh:

$$Var(\bar{\tilde{L}}) = \frac{0,186738 - 2(0,057624)}{24} = 0,002979$$

$$\sqrt{Var(\bar{\tilde{L}})} = \sqrt{0,002979} = 0,054578$$

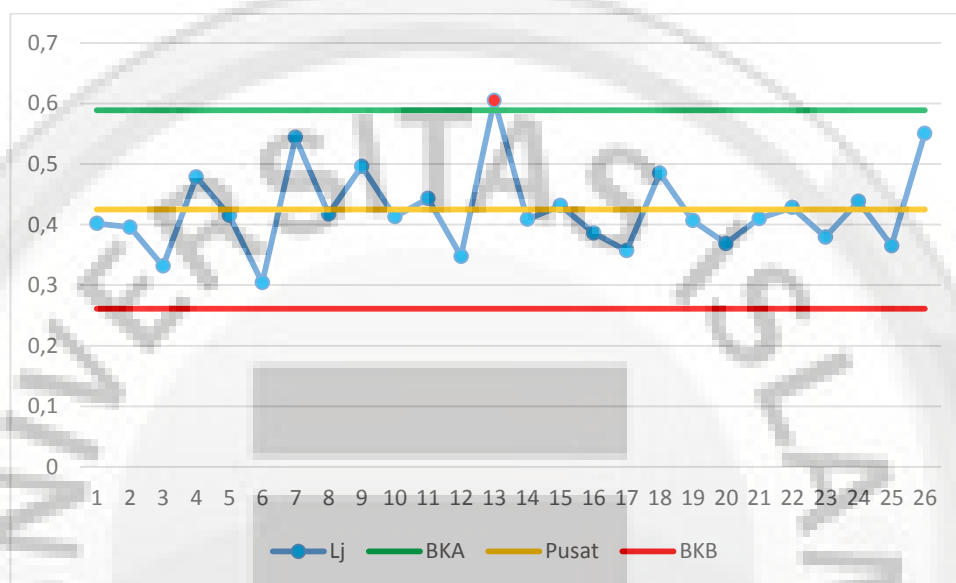
Selanjutnya, ekspektasi $E(\bar{\tilde{L}})$ dan varians $var(\bar{\tilde{L}})$ digunakan untuk menentukan batas-batas kontrol *fuzzy* multinomial yang dihitung menggunakan Persamaan 2.9 dengan $k=3$ diperoleh hasil sebagai berikut.

$$BKA = E(\bar{\tilde{L}}) + k\sqrt{\text{var}(\bar{\tilde{L}})} = 0,424863 + 3(0,054578) = 0,588596$$

$$Pusat = E(\bar{\tilde{L}}) = 0,424863$$

$$BKB = E(\bar{\tilde{L}}) - k\sqrt{\text{var}(\bar{\tilde{L}})} = 0,424863 - 3(0,054578) = 0,261129$$

Berdasarkan batas-batas kontrol diatas, diagram kontrol *fuzzy* multinomial untuk metode median *fuzzy* disajikan pada Gambar 4.5.



Gambar 4.5. Diagram Kontrol *Fuzzy* Multinomial untuk Median Set 1.

Pada Gambar 4.5 diatas dengan menggunakan metode median set 1 dapat dinyatakan bahwa terdapat 1 titik yang diluar batas kontrol. Sampel ke-13 terlihat diatas batas kontrol atas. Jadi, dengan menggunakan metode median *fuzzy* set 1 disimpulkan bahwa proses produksi benang katun Ne30 tidak terkendali.

4.7.3 Diagram *Fuzzy* Multinomial Berdasarkan *Median fuzzy* Set 2

Dengan menggunakan Persamaan 2.10 perhitungan $E(\bar{\tilde{L}})$ berdasarkan median *fuzzy* set 1 adalah sebagai berikut:

$$E(\bar{\tilde{L}}) = (0,073 * 0,240967) + (0,25 * 0,34406) + (0,5 * 0,178176) + (0,854 * 0,236451)$$

$$E(\bar{\tilde{L}}) = 0,394709$$

Langkah selanjutnya menghitung nilai $\text{var}(\bar{L})$ menggunakan Persamaan 2.10 yaitu

$$\text{Var}(\bar{L}) = \frac{\sum_{i=1}^k p_i(1-p_i)\tilde{L}^2(l_i) - 2\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k p_i p_j \tilde{L}(l_i)\tilde{L}(l_j)}{n}. \quad \text{Untuk mempermudah}$$

perhitungan, dimisalkan $a = \sum_{i=1}^k p_i(1-p_i)\tilde{L}^2(l_i)$ dan $b = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k p_i p_j \tilde{L}(l_i)\tilde{L}(l_j)$

sehingga $\text{Var}(\bar{L}) = \frac{a-2b}{n}$. Tahap pertama untuk memperoleh nilai $\text{var}(\bar{L})$ yaitu

menentukan nilai a seperti berikut:

$$a_1 = (0,236451 * (1 - 0,236451) * 0,854^2) = 0,131672$$

$$a_2 = (0,178176 * (1 - 0,178176) * 0,5^2) = 0,036607$$

$$a_3 = (0,344406 * (1 - 0,344406) * 0,25^2) = 0,014112$$

$$a_4 = (0,240967 * (1 - 0,240967) * 0,073^2) = 0,00975$$

sehingga,

$$a = 0,131672 + 0,036607 + 0,014112 + 0,00975 = 0,183366$$

Setelah diperoleh nilai $a = 0,183366$, tahap selanjutnya menghitung nilai b seperti berikut:

$$b_{1,2} = (0,236451 * 0,178176 * 0,854 * 0,5) = 0,017989$$

$$b_{1,3} = (0,236451 * 0,344406 * 0,854 * 0,25) = 0,017386$$

$$b_{1,4} = (0,236451 * 0,240967 * 0,854 * 0,073) = 0,003552$$

$$b_{2,3} = (0,178176 * 0,344406 * 0,5 * 0,25) = 0,007671$$

$$b_{2,4} = (0,178176 * 0,240967 * 0,5 * 0,073) = 0,001567$$

$$b_{3,4} = (0,344406 * 0,240967 * 0,5 * 0,073) = 0,001515$$

sehingga,

$$b = 0,017989 + 0,017386 + 0,003552 + 0,007671 + 0,001567 + 0,001515 = 0,04968$$

Substitusikan nilai $a = 0,183366$ dan $b = 0,04968$ ke $\text{Var}(\bar{L}) = \frac{a-2b}{n}$, sehingga

diperoleh

$$\text{Var}(\bar{\tilde{L}}) = \frac{0,183366 - 2(0,04968)}{24} = 0,0035$$

$$\sqrt{\text{Var}(\bar{\tilde{L}})} = \sqrt{0,0035} = 0,059163$$

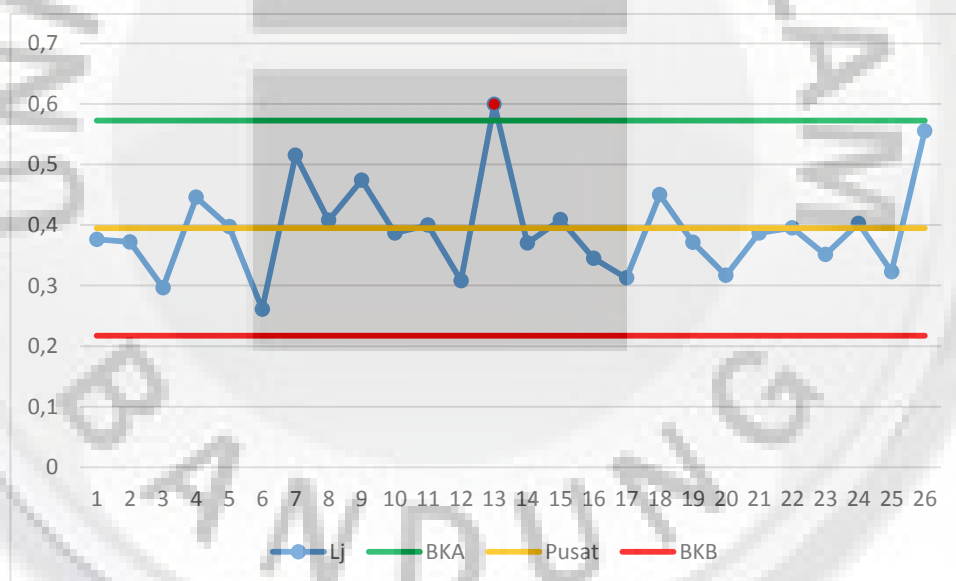
Selanjutnya, ekspektasi $E(\bar{\tilde{L}})$ dan varians $\text{var}(\bar{\tilde{L}})$ digunakan untuk menentukan batas-batas kontrol *fuzzy* multinomial yang dihitung menggunakan Persamaan 2.9 dengan $k=3$ diperoleh hasil sebagai berikut.

$$\text{BKA} = E(\bar{\tilde{L}}) + k\sqrt{\text{var}(\bar{\tilde{L}})} = 0,394709 + 3(0,059163) = 0,572198$$

$$\text{Pusat} = E(\bar{\tilde{L}}) = 0,394709$$

$$\text{BKB} = E(\bar{\tilde{L}}) - k\sqrt{\text{var}(\bar{\tilde{L}})} = 0,394709 - 3(0,059163) = 0,217221$$

Berdasarkan batas-batas kontrol diatas, diagram kontrol *fuzzy* multinomial untuk metode median *fuzzy* set 2 disajikan pada Gambar 4.6.



Gambar 4.6. Diagram Kontrol *Fuzzy* Multinomial untuk Median Set 2.

Pada Gambar 4.6 diatas dengan menggunakan metode median set 2 dapat dinyatakan bahwa terdapat 1 titik yang diluar batas kontrol. Sampel ke-13 terlihat diatas batas kontrol atas. Jadi, dengan menggunakan metode median *fuzzy* set 2 disimpulkan bahwa proses produksi benang katun Ne30 tidak terkendali.

4.8 Diagram Kontrol Proporsi

Diagram yang digunakan untuk mengendalikan proses produksi benang katun Ne30 salah satunya yaitu diagram kontrol proporsi. Dimana data yang digunakan hanya kategori *KW4*. Tahap awal pembentukan diagram kontrol proporsi adalah menghitung proporsi kategori *KW4* yang diperoleh dari data pengamatan (x_{ij}) dibagi dengan ukuran sampelnya. Perhitungan proporsi *KW4* yaitu sebagai berikut;

$$p_{i,j} = \frac{x_{ij}}{n} \quad , i = 1,2,3,4 \text{ dan } j = 1,2, \dots, 26$$

$$p_{4,1} = \frac{4}{24} = 0,16667$$

$$p_{4,2} = \frac{5}{24} = 0,20833$$

$$p_{4,3} = \frac{3}{24} = 0,125$$

·

·

·

$$p_{4,26} = \frac{4}{24} = 0,16667$$

Proporsi untuk kategori *KW4* disajikan pada Lampiran 1. Tahap selanjutnya yaitu menghitung rata-rata proporsi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \bar{p} &= \frac{\sum_i^n p_{ij}}{n} \\ &= \frac{6,147727}{26} = 0,236451 \end{aligned}$$

Setelah memperoleh rata-rata proporsi maka akan dilakukan pembentukan batas kontrol diagram p sebagai berikut,

$$BKA = \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}}$$

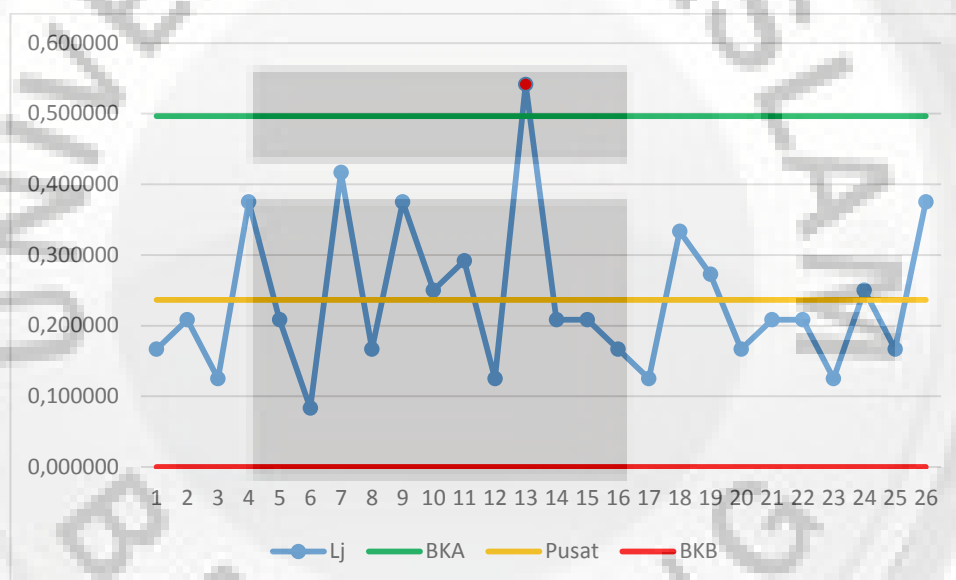
$$= 0,236451 + 3 \sqrt{\frac{0,236451(1 - 0,236451)}{24}} = 0,496649$$

$$\text{Pusat} = \bar{p} = 0,236451$$

$$\text{BKB} = \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}}$$

$$= 0,236451 - 3 \sqrt{\frac{0,236451(1 - 0,236451)}{24}} = -0,023747 \approx 0$$

Untuk masing nilai proporsi KW 4 pada Lampiran 1 akan dipetakan pada diagram kontrol p dengan batas-batas kontrol diatas, sebagaimana tersaji pada Gambar 4.7.



Gambar 4.7 Diagram Kontrol Proporsi

Berdasarkan Gambar 4.7, diagram kontrol proporsi memberikan sinyal *out of control* pada pengamatan ke-13 dengan nilai proporsi sebesar 0,541667 melebihi batas kontrol atas 0,496649. Agar proses *capability control* dapat dilanjutkan, asumsi semua titik berada di dalam batas kontrol harus terpenuhi. Sehingga perlu dilakukan perhitungan batas-batas kontrol yang baru dan pembentukan diagram kontrol proporsi yang baru.

4.9 Perbandingan Diagram Kontrol Proporsi dengan Diagram Kontrol *Fuzzy Multinomial*

Berdasarkan hasil dari perhitungan batas kontrol dan pembentukan diagram kontrol pada sub bab sebelumnya, diperoleh hasil yang disajikan pada Tabel 4.7.

Tabel 4.7. Perbandingan Diagram Kontrol Proporsi dengan Diagram Kontrol *Fuzzy Multinomial*

	Proporsi	MODUS	MEDIAN SET 1	MEDIAN SET 2
BKA	0,496649	0,635028	0,616624	0,524273
Pusat	0,236451	0,41164	0,447124	0,370118
BKB	0	0,262715	0,277624	0,215964
Titik <i>out of control</i>	13	6 dan 13	13	13

Pada Tabel 4.7 diatas dapat diketahui bahwa diagram kontrol yang paling sensitif mendeteksi sinyal *out of control* adalah diagram kontrol *fuzzy multinomial* dengan metode modus yang menghasilkan dua buah titik diluar batas kendali. Sedangkan diagram kontrol proporsi hanya mendeteksi satu buah titik diluar batas kendali.

4.10 Diagram Kontrol *Fuzzy Multinomial Revisi*

Pembentukan batas-batas kontrol untuk diagram kontrol *fuzzy multinomial revisi* menggunakan cara yang sama seperti diagram kontrol *fuzzy multinomial* sebelumnya, namun dalam perhitungan tidak menyertakan data/titik yang diluar batas kontrol. Hasil perhitungan batas-batas kontrol yang baru untuk diagram kontrol *fuzzy multinomial* disajikan pada Tabel 4.8 berikut.

Tabel 4.8. Batas-batas Kontrol Diagram Kontrol *Fuzzy Multinomial Revisi*

	MODUS	MEDIAN SET 1	MEDIAN SET 2
$E(\tilde{L})$	0,412442	0,417649	0,386508
$\text{var}(\tilde{L})$	0,005423	0,003633	0,003934
BKA	0,629141	0,59847	0,574682
Pusat	0,412442	0,417649	0,386508
BKB	0,260879	0,297101	0,261058

Hasil dari pembentukan diagram kontrol *fuzzy multinomial* yang baru menurut metode modus dan median set 1 menunjukkan data/titik sudah berada didalam batas

kontrol. Sedangkan untuk diagram kontrol *fuzzy* multinomial dengan menggunakan metode median set 1 masih ada 1 titik yang dibawah batas kontrol sehingga dilakukan perhitungan untuk batas kendali yang baru dengan hasil $BKA=0,580069$; $Pusat=0,391742$ dan $BKB=0,391742$. Semua titik sudah berada di dalam batas kontrol, sehingga proses produksi bisa dilanjutkan.

4.11 Diagram Kontrol Proporsi Revisi

Pada diagram kontrol proporsi, terdapat 1 titik yang diluar batas kendali, maka akan dihitung batas kendali yang baru dengan tidak menyertakan titik ke-13 ke dalam perhitungan. Perhitungan batas-batas kendali yang baru yaitu sebagai berikut

$$\bar{p}_{baru} = \frac{5,606061}{25} = 0,226451$$

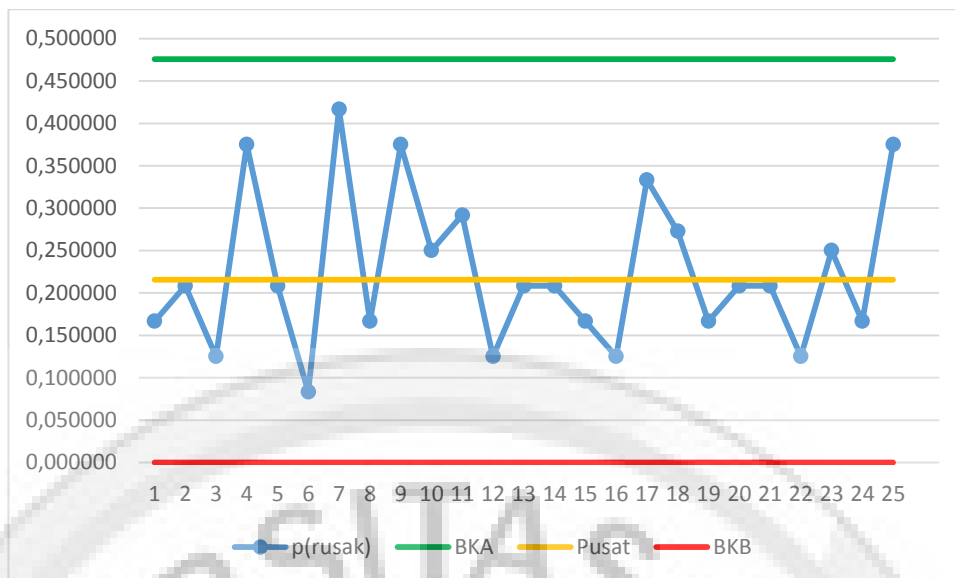
Setelah memperoleh rata-rata proporsi maka akan dilakakukan pembentukan batas kontrol diagram p dengan hasil sebagai berikut,

$$BKA = 0,475816$$

$$Pusat = 0,215613$$

$$BKB = -0,044580 \approx 0$$

Setelah diperoleh batas-batas kendali yang baru, maka dilanjutkan dengan memplotkan nilai proporsi tanpa menyertakan proporsi sampel ke-13. Diagram kontrol proporsi yang baru disajikan pada Gambar 4.8



Gambar 4.8 Diagram Kontrol Proporsi Revisi

Berdasarkan Gambar 4.8 dapat diketahui bahwa semua titik sudah berada di dalam batas kontrol artinya proses sudah terkendali, sehingga proses *capability control* dapat dilanjutkan.