BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Model Pertumbuhan Populasi Secara Eksponen

Pada tahun 2005, jumlah penduduk di Indonesiaadalah sebanyak 241,9 juta jiwa dan diperkirakan pada tahun 2025 jumlah penduduk di Indonesia akan mencapai 273,2 juta (Sumber: Badan Pusat Statistik). Perkiraan pertumbuhan penduduk tersebut secara matematis dibuat dengan mengasumsikan $y = f(t)$ yang menyatakan ukuran populasi pada saat t, dimana t adalah banyaknya tahun setelah tahun 2005.$f(t)$merupakan fungsi bilangan bulat yang grafiknya tidak konstan apabila ada seseorang lahir atau meninggal dunia. Akan tetapi apabila populasi yang dimaksud memiliki jumlah yang besar maka perubahan grafik tidak akan terlalu besar, perubahan ini demikian kecil relatif terhadap total populasi.

Berdasarkan pernyataan di atas, dapat diasumsikan bahwa pertumbuhan populasi sebanding dengan besarnya populasi tersebut.Dengan t menyatakan waktu yang merupakan variabel bebas dan y menyatakan jumlah individu dalam populasi yang merupakan variabel terikat.

Turunan menunjukkan bagaimana suatu besaran berubah akibat perubahan besaran lainnya.Laju pertumbuhan populasi merupakan turunan dari jumlah individu populasi terhadap waktu. Jadi asumsi bahwa laju pertumbuhan populasi sebanding dengan ukuran populasi ditulis sebagai persamaan:

$$\frac{dy}{dt} = ky \qquad (3.1)$$

dimana$k$ adalah konstanta perbandingan.Persamaan (3.1) adalah model pertama pertumbuhan populasi, persamaan ini adalah persamaan diferensial karena terdapat fungsi yang tidak diketahui yaitu y dan turunan dari $y$yaitu $\frac{dy}{dt}$.

Jika diasumsikan kemungkinan sebuah populasi besarnya 0 tidak ada, maka $y = f(t) > 0$ untuk semua t. Oleh karena dianggap bahwa $f(t) > 0$ maka dari persamaan (3.1) $k > 0$ yang menggambarkan bahwa populasi selalu bertambah.

Pada kenyataannya, ketika y meningkat, persamaan (3.1) menunjukkan bahwa $\frac{dy}{dt}$ menjadi lebih besar.Dengan demikian, laju pertumbuhan meningkat karena populasi meningkat.

Untuk menyelesaikan persamaan diferensial $\frac{dy}{dt} = ky$, dapat dilakukan dengan cara memisahkan variabel dan mengintegrasikannya, dengan diketahui syarat awal bahwa $y = y_0$ ketika $t = 0$, didapat:

$$\frac{dy}{y} = kdt$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int kdt$$

$$\ln y = kt + C \tag{3.2}$$

Syarat awal$y = y_0$ pada saat $t = 0$, jika disubstitusikan ke persamaan (3.2) didapat:

$$\ln y_0 = k.0 + C$$

$$C = \ln y_0$$

Substitusi C ke persamaan (3.2), didapat:

$$\ln y = kt + \ln y_0$$

$$\ln y - \ln y_0 = kt$$

$$\ln y - \ln y_0 = \ln e^{kt}$$

$$\ln \frac{y}{y_0} = \ln e^{kt}$$

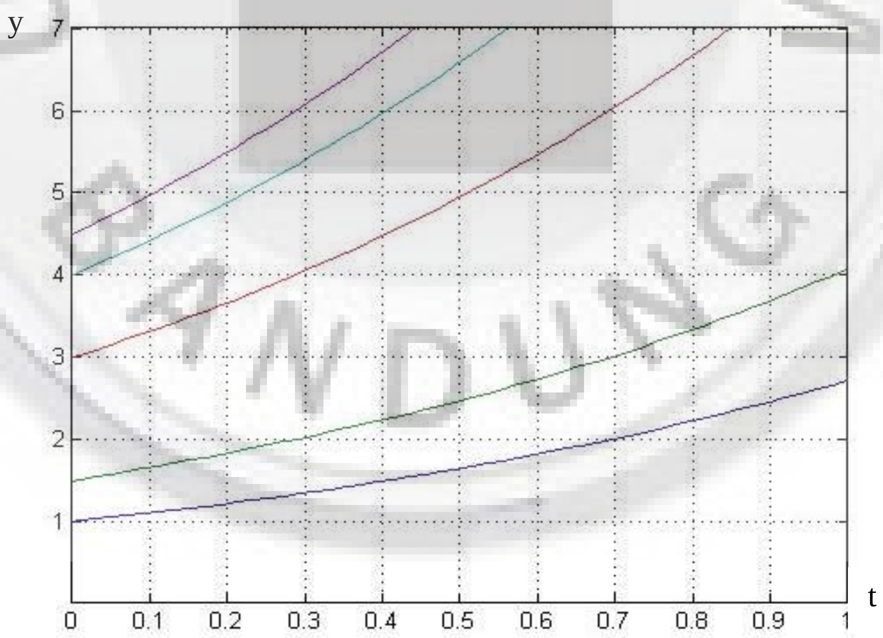
$$\ln \frac{y}{y_0} = kt \qquad (3.3)$$

Jika persamaan (3.3) dibuatke bentuk eksponen, didapat:

$$\frac{y}{y_0} = e^{kt}$$

$$y = y_0 e^{kt} \qquad (3.4)$$

Jadi, persamaan (3.4) merupakan solusi khusus dari persamaan (3.1) dengan anggapan bahwa y_0 berubah melalui semua bilangan real, grafik yang terbentuk dapat diperlihatkan seperti berikut,



Gambar 3.1 Grafik Fungsi $y = y_0 e^{kt}$

Notasi y diubah menjadi $P_t$yaitu fungsi dari $t$yang merupakan jumlah populasi dalam periode t, y_0 diubah menjadi P_0yaitufungsi dari t pada saat t = 0yang merupakan jumlah populasi pada awal periode dan $k$sebagai konstanta pertumbuhan, sehingga persamaan (3.4) menjadi,

$$P_t = P_0 e^{kt} \tag{3.5}$$

Formula ini merupakan bentuk perhitungan pertumbuhan populasi secara kontinu.

Jika dianalisis kembali, perubahan laju pertumbuhan yang terjadi pada sebarang interval waktu tidak secara pasti diketahui apakah bertambah atau berkurang secara konstan. Misalkan pertumbuhan populasi di suatu negara pada selang tahun 2005 sampai 2006 pertumbuhan yang terjadi mencapai 3,1 juta jiwa, pada selang tahun 2005 sampai 2007 pertumbuhan yang terjadi mencapai 6,2 juta jiwa, dan seterusnya. Dari sini dapat dilihat pertumbuhan populasi di negara tersebut diperkirakan bertambah 3,1 juta pertahun. Jika ditanyakan pertumbuhan populasi pada tahun 2005 saja, maka harus berbicara tentang limit dari laju pertumbuhan pada interval yang semakin sempit.

Suatu pertumbuhansecara matematis akan menyebabkan terjadinyalimit dimana harganya dinamakan e. Seperti yang telah di jelaskan pada bab dua, bilangan e merupakan bilangan tak rasional dimana nilai desimalnya diketahui sampai beribu-ribu angka di belakang koma$e \approx 2{,}7182818284$ .....Bilangan e berfaedah untuk dipakai sebagai bilangan pokok logaritma alam atau logaritme Napier seperti pada persamaan (2.1).

Keterkaitan pertumbuhan populasi dengan limit dapat terlihat dari model pertumbuhan populasi yang dibentuk berdasarkan deret ukur, dengan populasi bertumbuh sebanyak $k$jiwa pertahun, jika diuraikan akan menjadi:

$P_1 = P_0 + kP_0 = P_0(1 + k)$sesudah 1 tahun

$P_2 = P_1 + kP_1 = P_0(1 + k) + kP_0(1 + k) = P_0(1 + k)^2$sesudah 2 tahun

$P_3 = P_0(1 + k)^3$sesudah 3 tahun

… … … … … … … … … … … … ….

$P_t = P_0(1 + k)^t$sesudah t tahun

Sehingga model matematis pertumbuhan populasi dapat dituliskan:

$$P_t = P_0(1 + k)^t \tag{3.6}$$

Dimana P_0 adalah jumlah populasi di periode awal, P_t adalah jumlah populasi di periode yang akan datang dan k adalah konstanta pertumbuhan.

Jika pertumbuhan dihitung n kali setahun, maka dalam tiap periode, proporsi pertumbuhan akan menjadi k/n, setelah *t* tahun, akan terdapat *nt* periode dan jumlah akhir menjadi $P_t = P_0\left(1 + \frac{k}{n}\right)^{nt}$. Apabila diasumsikan $n \to \infty$ dapat dikatakan bahwa pertumbuhan terjadi secara kontinu. Dalam kasus ini jumlah akhir populasi akan menjadi,

$$P_t = \lim_{n\to\infty} P_0\left(1 + \frac{k}{n}\right)^{nt}$$

$$P_t = P_0\left[\lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{k}{n}\right)^n\right]^t \tag{3.7}$$

Berdasarkan teorema 1bahwa $e^x = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{x}{n}\right)^n$, sehinggadengan menyesuaikan konstanta yaitu mengubah x menjadi k, teorema 1 dapat disubstitusikan pada persamaan (3.7) dan didapat,

$$P_t = P_0 e^{kt}$$

3.2 PenerapanModel Pertumbuhan Populasi PadaAsuransi *Takaful* Keluarga

Pada asuransi *takaful*, pertumbuhan yang terjadi merupakan pertumbuhan uang premi dimasa yang akan datang yang terjadi karena adanya pembayaran premi pada awal mengikuti asuransi yang diinvestasikan oleh perusahaan dan telah disetujui berdasarkan akad *mudharabah* dan akad *tabarru*yang telah disepakati kedua belah pihak.

3.2.1 Pertumbuhan Uang pada Asuransi *Takaful* Keluarga

Pertumbuhan uang premi dalam proses investasi yang dijalankan perusahaan asuransi *takaful* didasarkan pada prinsip bahwa waktu memililki nilai ekonomi. Dengan catatan, waktu tersebut memang dimanfaatkan secara baik.Dengan adanya nilai waktu, maka pertumbuhan uang dapat diukur dengan istilah atau batasan-batasan ekonomi.Hal inilah yang disebut dalam teori *economic value of time*.

Dalam pandangan Islam mengenai waktu, semua orang memiliki kuantitas waktu yang sama, yaitu 24 jam dalam sehari dan 7 hari dalam sepekan. Akan tetapi dalam segi kualitas, waktu antara satu orang dengan yang lainnya akanberbeda. Sebagai contoh, proyek A dengan strategi bisnis yang baik tetapi kinerja marketing kurang baik dan banyak karyawan berleha-leha sehingga hanya menghasilkan omset senilai Rp 1 milyar,- per tahun, tetapi proyek B dengan strategi yang baik dan didukung kualitas marketing yang mumpuni dan karyawan yang gigih dan professional dapat menghasilkan omset Rp 3milyar per tahun. Jadi, faktor yang menentukan nilai waktu adalah bagaimana seseorang atau sekelompok orang memanfaatkan waktu itu. Semakin efektif (tepat guna) dan efisien (tepat cara) menggunakan waktu, maka akan semakin tinggi nilai waktunya. Sehingga waktu dapat dimasukkan ke dalam pertimbangan transaksi bisnis seperti investasi.

Sedangkan dalam ekonomi konvensional timbul pemikiran uang menurut waktu (*time value ofmoney*).*Time value of money* merupakan nilai uang yang bertambah karena perjalanan waktu, bukan didasarkan pada aktiviitas ekonomi apa yang dilakukan. Time value of money dilatarbelakangi oleh adanya anggapan hilangnya pemilik modal akan biaya kesempatan (*opportunity cost*), pada saat ia meminjamkan uang kepada pihak lain, sehingga pemilik modal membebankan nilai persentase tertentu sebagai kompensasinya.

3.2.2 Penerapan Model Pertumbuhan Populasi Secara Eksponen Untuk Menghitung Nilai Manfaat pada Asuransi *Takaful* Keluarga

Perhitungannilai manfaat dalam asuransiakan melibatkan faktor diskonto di dalamnya. Faktor diskonto adalah faktor yang menerjemahkan keuntungan finansial yang diharapkan atau biaya pada suatu tahun di masa yang akan datang ke dalam nilai sekarang atau secara matematis merupakan bilangan kurang dari satu yang dipakai untuk mengalikan satu jumlah nilai di masa mendatang (*future value*) supaya menjadi nilai sekarang (*present value*).

Perumusan dari faktor diskonto ini atau sering disebut*discount factor* merupakan Penerapanmodel eksponen pertumbuhan populasi yang dibentuk dengan menerapkan deret ukur. Sebagaimana pernah dinyatakan oleh Malthus bahwa penduduk dunia tumbuh mengikuti pola deret ukur. Seperti pada persamaan (3.6), dari persamaan tersebut dalam dunia bisnis dapat digunakan untuk menentukan nilai sekarang (*present value*) dari suatu jumlah uang tertentu dimasa datang seperti berikut:

$$P_t = P_0(1+k)^t$$

$$P_0 = \frac{P_t}{(1+k)^t}$$

Rumus ini dapat dinyatakan kembali sebagai:

$$P_0 = P_t\left[\frac{1}{(1+k)^t}\right] \tag{3.8}$$

Proses menghitung P_0 dengan persamaan (3.8) dalam ekonomi dinamakan diskonting (mendiskontokan nilai P_t) dan P_0 disebut *present value* atau nilai diskonto dari P_t dan faktor $\left[\frac{1}{(1+k)^t}\right]$ inilah yang disebut faktor diskonto atau nilai diskonto dari Rp 1 pada periode *t*. Dalam matematika ekonomi dinyatakan dengan:

$$v^n = \frac{1}{(1+i)^n} \tag{3.9}$$

Dimana:

v^n= nilai sekarang dari pembayaran sebesar 1 yang dilakukan *n* tahun kemudian

v= nilai sekarang dari pembayaran sebesar 1 yang dilakukan 1 tahun kemudian

i= tingkat bunga / persentase hasil investasi

n= tahun

Shabir F. Ulgener membolehkan tingkat bunga dipakai sebagai faktordiskonto dalam ekonomi Islam.Menurut Ulgener yang diperlukan adalah pembedaan bungasebagai suatu surplus (riba) dengan bunga sebagai faktor penghitunganefisiensi ekonomi (Ibrahim.M, 2007)

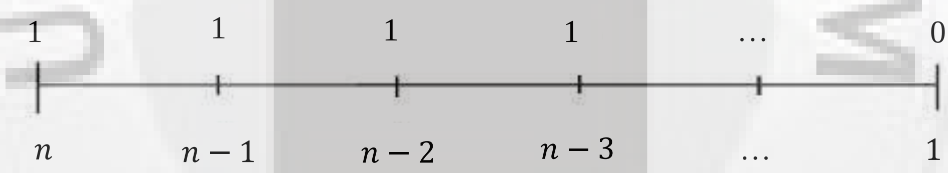
Seperti yang telah dijelaskan dalam pertumbuhan uang, maksud dari efisiensi ekonomi ini terkait pada kegunaan pemaksimalan serta pemanfaatan waktu dengan berusaha dan bekerja untuk menghasilkan keuntungan, karena ekonomi yang efisien memiliki prinsip bahwa tidak ada yang bisa dibuat menjadi lebih makmur tanpa adanya pengorbanan.

Anas Zarqa menyebutkan diskonto didasari oleh*opportunity cost* untuk efisiensi, karena ekonom pun sepakat bahwamengabaikan diskonto akan menyebabkan hilangnya efisiensi, padahal Islammenghendaki efisiensi melalui pelarangan ishraf (sesuatu yang berlebihan =*waste*)(Ibrahim. M, 2007).Efisiensi disini berarti perilaku pengendalian dari kemubaziran dan ketamakan atau menghindari hal-hal yang berlebihan dan tidak perlu.

Secara umum faktor diskonto dalam ekonomi Islam dapat digunakan asalkan penggunaanya dilakukan dengan cara yang tepat dan tidak merugikan salah satu pihak atau adil.

Perhitungan nilai manfaat yang akan diterima peserta asuransi *takaful* keluarga merupakan nilai akumulasidari pembayaran premi bersih yang diinvestasikan dimana pembayaran premi tersebut dilakukan pada awal atau akhir tahun dengan sistem pembayaran sesuai dengan jangka waktu tertentu. Sistem pembayaran tersebut dinamakan anuitas dan rumus matematika yang digunakan dalam menentukan nilai manfaat asuransi melibatkan faktor diskonto.

Nilai manfaat dapat diturunkan dari nilai *present value* serangkaian pembayaran yang dilakukan di awal atau akhir. Nilai akumulasi dari pembayaran 1 rupiah pada awal periode pertama adalah $(1+i)^n$. Nilai akumulasi dari pembayaran 1 rupiah pada awal periodekedua adalah $(1+i)^{n-1}$. Proses ini berlanjut sampai pada nilai akumulasi pembayaran 1 rupiah pada saat periode terakhir yang sama dengan$(1+i)$. Nilai akumulasi total anuitas awal dinotasikan $\ddot{S}_{\overline{x}|}$sama dengan jumlah dari nilai akumulasi pembayaran tiap periode.



$$\ddot{S}_{\overline{x}|} = (1+i)^n + (1+i)^{n-1} + \cdots + (1+i) \tag{3.10}$$

Apabila persamaan (3.10) dikalikan dengan $(1+i)$ didapat,

$$\ddot{S}_{\overline{x}|}(1+i) = (1+i)^{n+1} + (1+i)^n + (1+i)^{n-1} + \cdots + (1+i)^2 \tag{3.11}$$

Dengan mengurangkan persamaan (3.10) dan persamaan (3.11), diperoleh selisih antara kedua persamaan ini yaitu:

$$\ddot{S}_{\overline{x}|} - \ddot{S}_{\overline{x}|}(1+i) = (1+i) - (1+i)^{n+1}$$

$$\ddot{S}_{\overline{x}|} - \ddot{S}_{\overline{x}|} - \ddot{S}_{\overline{x}|}i = (1+i) - (1+i)^{n+1}$$

$$-\ddot{S}_{\overline{x}|}i = (1+i) - (1+i)^{n+1}$$

$$\ddot{S}_{\overline{x}|} i = (1+i)^{n+1} - (1+i)$$

$$\ddot{S}_{\overline{x}|} = \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i}$$

$$\ddot{S}_{\overline{x}|} = \frac{(1+i)((1+i)^n - 1)}{i} \qquad (3.12)$$

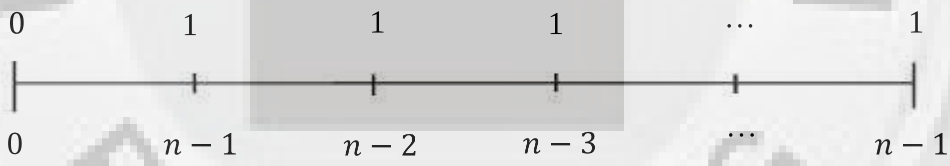
Tingkat diskonto dalam satu tahun dirumuskan $d = \frac{i}{1+i}$ jika $d$disubstitusikan ke persamaan (3.12) maka didapat,

$$\ddot{S}_{\overline{x}|} = \frac{(1+i)^n - 1}{d}$$

Jika diasumsikan anuitas awal sebesar P satuan mata uang, maka nilai manfaat dari anuitas awal yaitu:

$$\ddot{S}_{\overline{x}|} = P\left(\frac{(1+i)^n - 1}{d}\right) \qquad (3.13)$$

Sedangkan nilai manfaat dari anuitas akhir dinotasikan $S_{\overline{x}|}$ yaitu:



$$S_{\overline{x}|} = (1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \cdots + 1$$

Dengan melakukan penyederhana seperti sebelumnya maka didapat:

$$S_{\overline{x}|} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Untuk nilai manfaat dari anuitas akhirsebesar P satuan mata uang didapat:

$$S_{\overline{x}|} = P\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Telah diketahui bahwa Asuransi *Takaful* Keluarga merupakan produk Asuransi Jiwa *Takaful*.Berdasarkan anuitas jangka waktu pembayaran premi, asuransi jiwa *takaful*dibagi menjadi tiga jenis yaitu asuransi jiwa seumur hidup, berjangka dan endowment. Secara matematis, rumus yang digunakan untuk menentukan nilai manfaat dari ketiga jenis asuransi tersebut adalah:

1. Asuransi Jiwa Seumur Hidup

Pada asuransi jiwa seumur hidup, misalkan besar anuitas sebesar Psatuan mata uang yang dibayarkan di awal tahun, dengan tingkat investasi tahunan i,asumsi peserta akan hidup sampai usia maksimal ω, maka nilai akhir (yangmerupakan nilai manfaat) adalah, $\ddot{S}_{\overline{x}|}$, untuk satu orang peserta asuransi adalah:

$$\ddot{S}_{\overline{x}|} = P\left((1+i)^{\omega-x} + (1+i)^{\omega-x-1} + (1+i)^{\omega-x-2} + \cdots + (1+i)\right) \quad (3.14)$$

Misalkan,

$$Q = (1+i)^{\omega-x} + (1+i)^{\omega-x-1} + (1+i)^{\omega-x-2} + \cdots + (1+i)$$

Sehingga $\ddot{S}_{\overline{x}|} = PQ$, jika Q dikalikan dengan $(1+i)$ maka:

$$Q(1+i) = (1+i)^{\omega-x+1} + (1+i)^{\omega-x} + (1+i)^{\omega-x-1} + \cdots + (1+i)^2 \quad (3.15)$$

Dengan mengurangkan persamaan (3.14) dan persamaan (3.15), diperoleh selisih antara kedua persamaan ini yaitu:

$$Q - Q(1+i) = (1+i) - (1+i)^{\omega-x+1}$$

$$Q - Q - Qi = (1+i) - (1+i)^{\omega-x+1}$$

$$-Qi = (1+i) - (1+i)^{\omega-x+1}$$

$$Qi = (1+i)^{\omega-x+1} - (1+i)$$

$$\mathrm{Q} = \frac{(1+i)^{\omega-x+1} - (1+i)}{i}$$

$$Q = \frac{(1+i)((1+i)^{\omega-x} - 1)}{i}$$

Dengan mensubstitusikan Q pada $\ddot{S}_{\overline{x}|} = PQ$ maka nilai akhir dari anuitas awal pada asuransi jiwa seumur hidup didapat,

$$\ddot{S}_{\overline{x}|} = P\left(\frac{(1+i)((1+i)^{\omega-x}-1)}{i}\right)$$

Dapat pula dicari nilai anuitas premi yang dibayarkan tiap awal tahunnya,yaitu:

$$P = \frac{\ddot{S}_{\overline{x}|}}{\frac{(1+i)((1+i)^{\omega-x}-1)}{i}}$$

2. Asuransi Jiwa Berjangka

Pada asuransi jiwa berjangka selama *n* tahun, manfaatnya akan diberikan jika orang tersebut meninggal dalam masa kontrak (*n* tahun). Misalkan besar anuitas *P*satuan mata uang yang dibayarkan di awal tahun, dengan tingkat investasi tahunan *i*, usia saat orang tersebut meninggal diasumsikan pada saat berusia *x*+*t* tahun, untuk *t* ≤*n*, maka nilai akhir (yang merupakan nilai manfaat)$\ddot{S}_{\overline{x}|}$untuk satu orang peserta asuransi adalah:

$$\ddot{S}^1{}_{\overline{x:n}|} = P((1+i)^t + (1+i)^{t-1} + \cdots + (1+i))$$

Dengan dilakukan penyederhanaan maka didapat:

$$\ddot{S}^1{}_{\overline{x:n}|} = P\left(\frac{(1+i)((1+i)^t-1)}{i}\right)\ ;\ t \le n$$

Nilai anuitas premi yang dibayarkan tiap awal tahunnya,yaitu:

$$P = \frac{\ddot{S}^1{}_{\overline{x:n}|}}{\frac{(1+i)((1+i)^t-1)}{i}}$$

3. Asuransi Jiwa Endowment

Pada asuransi endowment selama *n* tahun, manfaat akan diberikan jika seseorang berusia *x* tahun tetap hidup sampai waktu kontrak selesai. Misalkan anuitas yang dibayarkan tiap tahun sebesar *P*satuan mata uang, dengan tingkat investasi pertahun *i*, maka nilai akhir (yang merupakan nilai manfaat atas tabungan) ,

$$\ddot{S}^{1}{}_{\overline{x:n}|} = P\left((1+i)^n + (1+i)^{n-1} + \cdots + (1+i)\right)$$

Dengan dilakukan penyederhanaandidapat,

$$\ddot{S}^{1}{}_{\overline{x:n}|} = P\left(\frac{(1+i)((1+i)^{n+1}-1)}{i}\right)$$

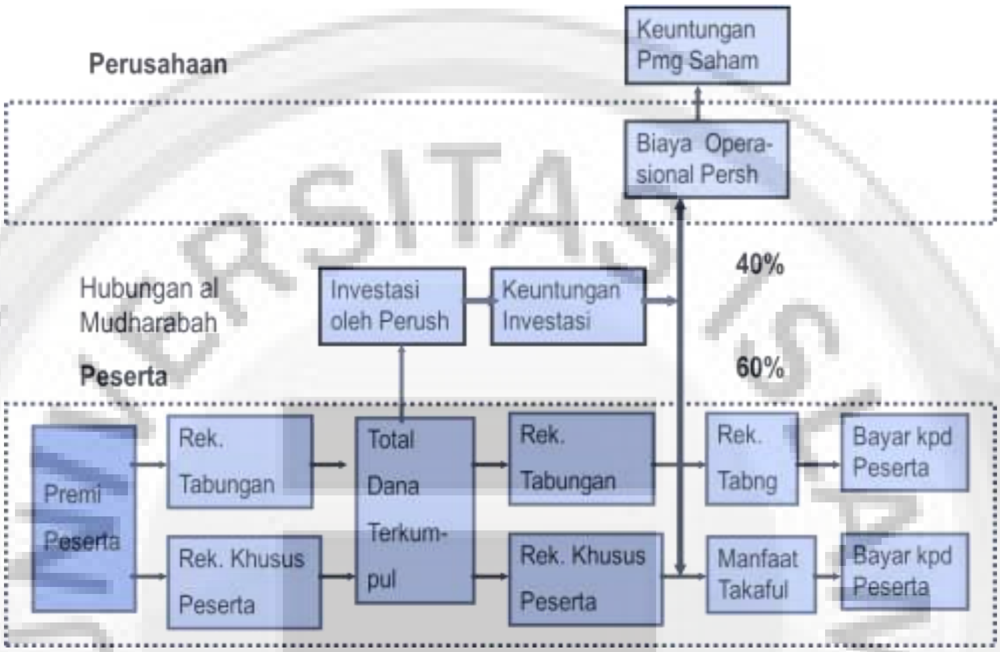
Nilai anuitas premi yang dibayarkan tiap awal tahunnya,yaitu:

$$P = \frac{\ddot{S}^{1}{}_{\overline{x:n}|}}{\frac{(1+i)((1+i)^{n+1}-1)}{i}}$$

3.3 Konsep Bagi Hasil Yang Diterapkan Pada Asuransi *Takaful* Keluarga

Pada perusahaan-perusahaan Asuransi *Takaful* di Indonesia dalammengelola keuangannya dibagi menjadi dua model *mudharabah*yaitu model *mudharabah* untuk pengelolaan premi dengan unsur tabungan dan tanpa unsur tabungan (Ibrahim.M, 2007).

Untuk pengelolaan premi asuransi dengan unsur tabungan, premi biaya digunakan oleh perusahaan untuk biaya operasional perusahaan, sedangkan premi tabungan dan premi *tabarru* diinvestasikan.Hasil investasi dari premi tabungan dibagi hasil untuk perusahaan dan peserta, sedangkan hasil investasi dari premi *tabarru* ditambahkan pada premi *tabarru* untuk dibayarkan sebagai manfaat asuransi.

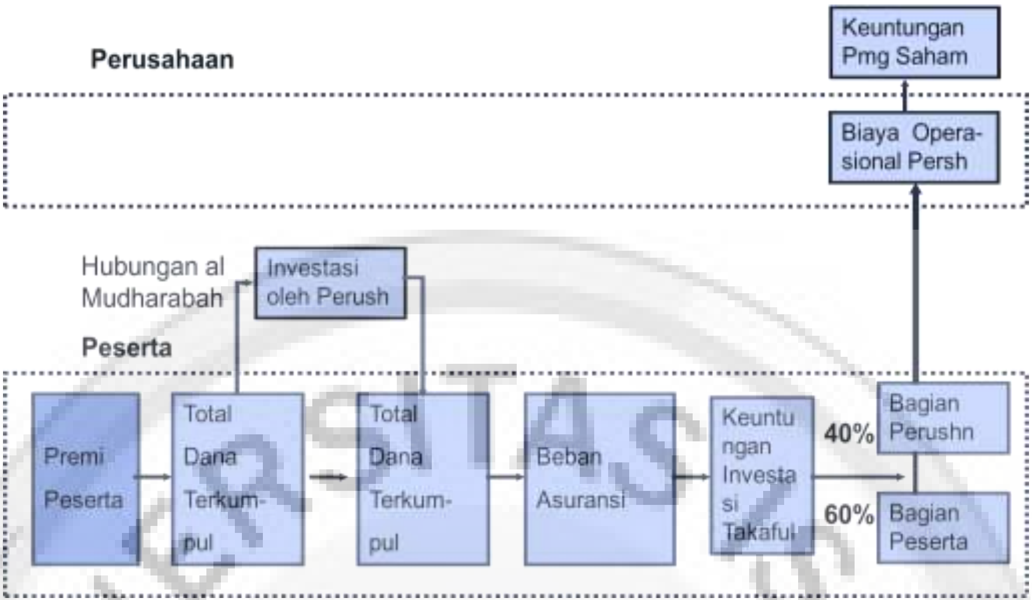


Sumber: M. Syakir Sula, 2004

Gambar 3.2Mekanisme Pengelolaan Dana

Premi dengan Unsur Tabungan

Sedangkan pengelolaan dana premi tanpa unsur tabungan, premi yang dibayarkan merupakan premi*tabarru*dan premi tersebut diinvestasikan, kemudian hasil investasi ditambahkan pada premi tabarru. Pada akhir periode asuransi, premi tabarru beserta hasil investasi dikurangkan dengan biaya-biaya dan klaim, kemudian surplus kumpulan dana peserta dibagikan dengan sistem bagi hasil (*al-mudharabah*) sesuai dengan akad di awal asuransi.



Sumber: M. Syakir Sula, 2004

Gambar 3.3Mekanisme Pengelolaan Dana

Premi Tanpa Unsur Tabungan

Dalam prakteknya, pengelolaan keuangan pada perusahaan Asuransi *Takaful* Keluarga di Indonesia menggunakan mekanisme perhitungan bagi hasil (*mudharabah)* yang operasionalnya termasuk menggunakan premi tanpa unsur tabungan dimana beban asuransi dikurangkan dari dana tabarru yang terkumpul yang sudah ditambah dengan hasil investasi, karena itu beban asuransi haruslah sangat kecil atau hasil investasi haruslah sangat tinggi untuk memastikan bahwa keuntungan lebih besar dari biaya manajemen karena jika tidak maka perusahaan asuransi akan mengalami kerugian. Sehingga berdasarkan Ibrahim. M, 2007..Satu cara untuk memecahkan masalah ini adalah dengan mengurangkan biaya manajemen dari premi (yaitu, kontribusi brutto). Dengan memotong biaya manajemen, perusahaan asuransi hanya perlu kepastian bahwa hasil investasi adalah positif.

3.4 Contoh Kasus Perhitungan Nilai ManfaatPada Asuransi *Takaful* Keluarga

Seseorang menjadi peserta asuransi *takaful* keluarga dengan pembayaran tiap awal tahun sebesar Rp 2.000.000 setahun untuk seseorang berusia 45 tahun dengan beban asuransi 30% pada awal tahun, tingkat hasil investasi 10% dan bagi hasil antara peserta dan perusahaan adalah 60% : 40%. Hitung nilai manfaat (nilai manfaat) untuk:

a. Asuransi jiwa seumur hidup (diasumsikan, ω =60 tahun)

b. Asuransi jiwa berjangka 30 tahun apabila peserta tersebut meninggal di umur 73 tahun.

c. Asuransi jiwa endowment 30 tahun

Perhitungan:

a. Asuransi jiwa seumur hidup

Diketahui: bagi hasil =60%: 40% ; beban asuransi = 30% ; x = 45 tahun ; Premi netto (P) = $Rp\ 2.000.000 - (Rp\ 2.000.000 \times 30\%) = Rp\ 1.400.000$; i = 10% = 0,1

Nilai manfaat:

$$\ddot{S}_{\overline{x}|} = P\big((1+i)^{\omega-x} + (1+i)^{\omega-x-1} + (1+i)^{\omega-x-2} + \cdots + (1+i)\big)$$

$$\ddot{S}_{\overline{45}|} = \text{Rp } 1.400.000\ \left((1+0.1)^{15} + (1+0.1)^{14} + (1+0.1)^{13} + \cdots + (1+0.1)\right)$$

$$\ddot{S}_{\overline{45}|} = Rp\ 1.400.000\left(\frac{(1+0,1)((1+0,1)^{15}-1)}{0.1}\right)$$

$$\ddot{S}_{\overline{45}|} = Rp\ 48.929.621,81$$

Nilai manfaat yang diterima peserta: $Rp\ 48.929.621{,}81 \times 60\% =$

$Rp\ 29.357.773{,}09$

b. Asuransi jiwa berjangka 30 tahun

Diketahui: bagi hasil = 60% : 40% ; beban asuransi = 30% ; x = 45 tahun ; n = 30 tahun ; Premi netto (P) = Rp 1.400.000 ; i = 10% = 0,1; x+t = 73 tahun, maka t = 28 tahun.

Maka nilai manfaatnya adalah:

$$\ddot{S}^1{}_{\overline{x:n}|} = P((1+i)^t + (1+i)^{t-1} + \cdots + (1+i))$$

$$\ddot{S}^1{}_{\overline{45:30}|} = Rp\ 1.400.000\left(\frac{(1+0{,}1)((1+0{,}1)^{28}-1)}{0.1}\right)$$

$$\ddot{S}^1{}_{\overline{45:30}|} = Rp\ 206.683.301{,}6$$

Nilai manfaat yang diterima peserta: $Rp\ 206.683.301{,}6 \times 60\% =$

$Rp\ 124.009.981$

c. Asuransi jiwa endowment 30 tahun

Diketahui: bagi hasil = 60% : 40% ; beban asuransi = 5% ; x = 45 tahun ; P = Rp 1.400.000 ; n = 30 tahun ; i = 12,5%

Nilai manfaat:

$$\ddot{S}^1{}_{\overline{45:30}|} = P((1+0{,}1)^{30} + (1+0{,}1)^{29} + \cdots + (1+0{,}1))$$

$$\ddot{S}^1{}_{\overline{45:30}|} = Rp\ 1.400.000\left(\frac{(1+0{,}1)((1+0{,}1)^{30}-1)}{0.1}\right)$$

$$= Rp\ 253.320.794{,}9$$

Nilai manfaat yang diterima peserta: $Rp\ 253.320.794{,}9 \times 60\% = Rp\ 151.992.477$