BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Dalam bab ini akan dibahas mengenai dasar teori untuk menganalisis simulasi kestabilan model *predator-prey* tipe Holling II dengan faktor pemanenan.

2.1 Persamaan Diferensial Biasa

Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang mengandung turunan fungsi yang memuat satu variabel bebas. Berdasarkan sifat kelinieran dari peubah tak bebasnya, persamaan diferensial biasa dapat dibedakan menjadi persamaan diferensial biasa linier dan persamaan biasa nonlinier.

2.1.1 Persamaan Diferensial Biasa (PDB) Linier

Persamaan diferensial biasa linier memiliki bentuk umum

$$a_n(t)\frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1}(t)\frac{d^{n-1}x}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1(t)\frac{dx}{dt} + a_0(t)x = f(t) \qquad (2.1)$$

dengan $a_n \neq 0$, $a_n, a_{n-1}, \dots, a_0$ disebut koefisien persamaan diferensial. Fungsi *f(t)* disebut input atau unsur nonhomogen. Jika *f(t)* disebut *input*, maka solusi dari persamaan diferensial *x(t)* biasanya disebut *output*. Jika ruas sebelah kanan *f(t)* bernilai nol untuk semua nilai *t* dalam interval yang ditinjau, maka persamaan ini dikatakan homogen, sebaliknya dikatakan nonhomogen.

2.1.2 Persamaan Diferensial Biasa (PDB) Nonlinier

Jika persamaan diferensial biasa tidak dapat dinyatakan dalam bentuk umum persamaan diferensial biasa linier, yaitu pada persamaan (2.1), maka persamaan diferensial tersebut adalah persamaan diferensial biasa nonlinier (Hidayat, 2006).

2.1.3 Sistem Persamaan Diferensial

Sistem persamaan diferensial adalah suatu sistem yang memuat n buah persamaan diferensial, dengan n merupakan bilangan bulat positif lebih besar sama dengan dua. Antara persamaan diferensial yang satu dengan yang lain saling berkaitan dan konsisten.

Bentuk umum dari suatu n persamaan orde pertama mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$\frac{dx_1}{dt} = g_1(t, x_1, x_2, ..., x_n)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = g_2(t, x_1, x_2, ..., x_n)$$

$$\vdots$$

$$\frac{dx_n}{dt} = g_n(t, x_1, x_2, ..., x_n)$$

Dengan $x_1, x_2, \dots, x_n$ adalah variabel bebas dan t adalah variabel terikat, sehingga $x_1 = x_1(t), x_2 = x_2(t), \dots, x_n = x_n(t)$, dengan $\frac{dx_n}{dt}$ merupakan derivatif fungsi x_n terhadap t, dan g adalah fungsi yang tergantung pada variabel $x_1, x_2, \dots, x_n$ dan t (*Neuhauser*, 2004).

Diasumsikan $f(x,y)$ dan $g(x,y)$ kontinu dan mempunyai turunan parsial terhadap *x* dan *y*. Titik kesetimbangan dapat diperoleh jika sebagai berikut.

$$f(x,y) = 0$$

$$g(x,y) = 0$$

Berikut merupakan definisi yang berhubungan dengan titik kesetimbangan

Definisi 2.1:

Diberikan persamaan diferensial orde satu $\frac{dx}{dt} = f(x)$. *Titik x disebut titik setimbang jika memenuhi.*

$$f(x) = 0$$

2.2 Matriks Jacobian

Jika *F(u,v)* dan *G(u,v)* terdiferensialkan dalam sebuah daerah, maka deteminan Jacobian, atau singkatnya Jacobian, *F* dan *G* terhadap *u* dan *v* adalah deterninan fungsional orde kedua yang didefinisikan sebagai berikut.

$$\frac{\partial(F,G)}{\partial(u,v)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial u} & \frac{\partial F}{\partial v} \\ \frac{\partial G}{\partial u} & \frac{\partial G}{\partial v} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F_u & F_v \\ G_u & G_v \end{vmatrix} \qquad (2.2)$$

Persamaan diatas dinamakan matriks Jacobian *F* dan *G*, dan *u* dan *v*.

2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Nilai eigen digunakan untuk menentukan solusi sistem linear dari suatu sistem dinamik. Secara formal definisi nilai eigen dan vektor eigen adalah sebagai berikut.

Definisi 2.2:

Jika A adalah matriks nxn, maka sebuah vektor taknol $\bar{x}$ di dalam $\mathbb{R}^n$ dinamakan vector karakteristik atau vektor eigen dari A jika $A\bar{x}$ adalah kelipatan skalar dari x yakni,

$$A\bar{x} = \lambda\bar{x}$$

Untuk suatu skalar λ. Skalar λ dinamakan nilai karakteristik atau nilai eigen dari A dan $\bar{x}$ dikatakan vektor eigen yang bersesuian dengan λ.

Untuk menentukan nilai eigen λ dari matriks A yang berukuran nxn maka dapat menuliskan kembali $A\bar{x} = \lambda\bar{x}$ sebagai berikut.

$$A\bar{x} = \lambda I\bar{x}$$

$$(\lambda I - A)\bar{x} = (A - \lambda I)\bar{x} = 0 \qquad (2.3)$$

Supaya λ menjadi nilai eigen, maka harus ada pemecahan taknol dari persamaan ini. Jika A adalah matriks *nxn*, maka pernyataan-pernyataan berikut ekivalen satu sama lain (A dapat dibalik, $A\bar{x} = 0$ hanya mempunyai pemecahan trivial, A ekivalen baris dengan $l_n, A\bar{x} = b$ konsisten untuk tiap-tiap matriks b yang berukuran *nxn*, $\det(A) \neq 0$, A mempunayai rank *n*, vektor-vektor baris A bebas linear, vektor-vektor kolom A bebas linear), bentuk ini dapat dipandang sebagai sistem persamaan linear yang homogen. Karena $\bar{x}$ adalah vektor eigen, maka $\bar{x}$ bernilai tidak nol. Ini berarti sistem persamaan linear homogen di atas harus mempunyai penyelesaian tidaknol. Hal ini dapat diperoleh jika dan hanya jika

$$\det(\lambda \mathrm{I} - \mathrm{A}) = 0 \qquad (2.4)$$

Persamaan ini dinamakan persamaan karakteristik dari A. skalar yang memenuhi persamaan ini adalah nilai eigen dari A. Bila diperluas, maka determinan $\det(\lambda I - A)$ adalah sebuah polynomial di dalam λ yang kita namakan polinomial karakteristik dari A.

Teorema 2.3

Jika A adalah sebuah matriks *nxn*, maka pernyataan-pernyataan yang berikut ekivalen satu sama lain.

(a) λ adalah nilai eigen dari A

(b) Sistem persamaan $(\lambda I - A)\bar{x} = 0$ mempunyai penyelesaian yang tak trivial.

(c) Ada sebuah vektor taknol $\boldsymbol{x}$ di dalam $\mathbb{R}^n$ sehingga $A\bar{x} = \lambda\bar{x}$.

(d) λ adalah penyelesaian real dari persamaan karakteristik $\det(\lambda I - A) = 0$.

(Anton dan Rorres, 2000).

2.4 Fungsi Respon Holling

Fungsi respon dalam ekologi adalah jumlah makanan yang dimakan oleh predator sebagai fungsi kepadatan makanan. Dalam hal ini fungsi respon dibagi atas tiga macam, yaitu respon Holling tipe I, tipe II, dan tipe III.

1. Holling tipe I

   Fungsi respon Holling tipe I merupakan hubungan dengan tingkat konsumsi. Tingkat konsumsi *predator* meningkat linear dengan kepadatan *prey*, tetapi akan konstan ketika *predator* berhenti memangsa. Peningkatan linear mengasumsikan bahwa waktu yang dibutuhkan oleh pemangsa untuk memproses makanan diabaikan. Fungsi respon Holling tipe I terjadi pada *predator* yang memiliki karakteristik pasif, atau lebih suka menunggu *prey*-nya, sebagai contoh *predator*-nya adalah laba-laba. Fungsi respon Holling tipe I adalah fungsi respons pertama yang dijelaskan dan juga yang paling sederhana dari tiga fungsi respon yang ada saat ini. Adapun tingkat pertumbuhan *prey* pada model fungsi respon Holling tipe I diberikan sebagai berikut:

$$F^{(I)}(x) = ax$$

di mana :

$F^{(I)}$: fungsi Holling tipe I

a : tingkat konsumsi maksimum *predator* terhadap *prey*

x : jumlah populasi *prey*

(Boyce & DiPrima, 2008).

2. Holing tipe II

Pada model Holling tipe II, ditandai dengan tingkat konsumsi melambat yang mengasumsikan bahwa *predator* menghabiskan waktunya untuk menghabiskan waktu untuk mencari *prey*. Fungsi respon tipe II terjadi pada *predator* yang berkarakteristik aktif dalam mencari *prey*, sebagai contoh *predator*-nya adalah serigala. Fungsi ini akan meningkat jika tingkat konsumsi menurun dan akan konstan jika mencapai titik kejenuhan (*half saturation*). Hal ini disebabkan setiap *predator* hanya dapat memakan sejumlah *prey* pada saat satu satuan waktu. Adapun tingkat pertumbuhan *prey* pada model Holling tipe II diberikan sebagai berikut:

$$F^{(II)}(x) = \frac{ax}{1 + bx}$$

di mana :

$F^{(II)}$: fungsi Holling tipe II

a : tingkat konsumsi maksimum *predator* terhadap *prey*

b : waktu pencarian *prey*

x : jumlah populasi *prey*

(Skalski & Gilliam, 2001).

3. Holling tipe III

Model Holling tipe III juga menggambarkan tingkat pertumbuhan pemangsa. Tetapi pada model ini dapat terlihat mengenai penurunan tingkat *predator* pada saat kepadatan *prey* rendah. Hal tersebut tidak dapat terlihat pada model Holling tipe II. Fungsi respon Holling tipe III terjadi pada *predator* yang cenderung akan mencari populasi *prey* yang lain ketika populasi *prey* yang dimakan mulai berkurang. Karena *predator* yang cenderung akan mencari populasi *prey* yang lain, maka tingkat pertemuan antara *predator* dan *prey* adalah dua. Hal inilah yang menyebabkan variabel populasi *prey* menjadi N^2, sehingga laju populasi menjadi lebih cepat. Adapun tingkat pertumbuhan mangsa pada model Holling tipe III diberikan sebagai berikut:

$$F^{(III)}(x) = \frac{ax^2}{1 + bx^2}$$

di mana :

$F^{(III)}$: fungsi Holling tipe III

a : tingkat konsumsi maksimum *predator* terhadap *prey*

b : tingkat kejenuhan *predator*

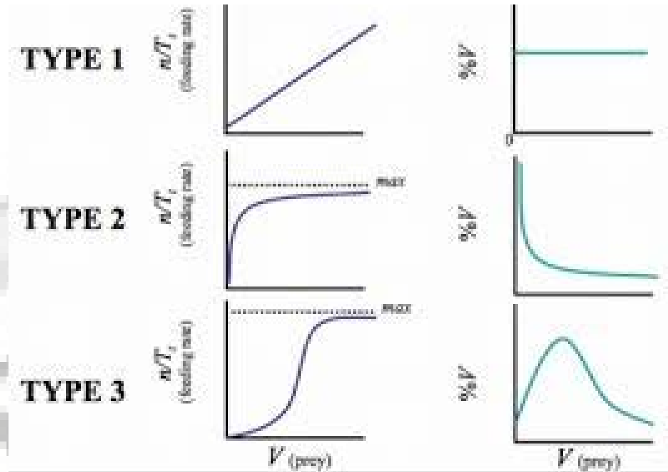
x : jumlah populasi *prey*

(Ndam & Kaseem, 2009).

Dalam model ini menggunakan fungsi respon tipe II. Menurut Holling (dalan Suzyanna, 2013 : 59) menurunkan model yang membatasi laju *predator* menangkap *prey* dari *predator*. Dalam model ini diasumsikan bahwa *predator* menghabiskan waktunya untuk dua aktifitas yaitu:

a. Mencari *prey*
b. Menangani *prey* yang terdiri dari: mengejar, memangsa dan mencerna.

Laju konsumsi *predator* dalam model ini dibatasi waktu. Hal ini terjadi karena walaupun jumlah *prey* berlimpah sehingga tidak perlu waktu untuk mencari, *predator* tetap menghabiskan waktu untuk menangani mangsa.



Gambar 2.1 Fungsi Respon Holling

2.5 Model Umum Pemanenan

Misalkan dalam populasi terhadap *prey* x dan daya dukung lingkungan K terdapat pada model pertumbuhan perkapita sehingga kapasitas penampungan lingkungan yang tersisa adalah $K - x$ individu. Jadi masih ada $\frac{K-x}{K}$ bagian lingkungan yang masih bisa ditinggali. Bagian inilah yang sebanding dengan pertumbuhan populasi. Sehingga terbentuk persamaan pertumbuhan populasi perkapita berikut.

$$\frac{dx}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right)$$

Persamaan di atas merupakan persamaan pertumbuhan logistik. Konstanta r adalah laju pertumbuhan intrinsik, yaitu nilai yang menggambarkan daya tumbuh suatu populasi dan diasumsikan $r > 0$ karena setiap populasi memiliki potensi untuk berkembang biak. Konstanta K adalah kapasitas tampung, yaitu ukuran maksimum dari suatu populasi yang dapat disokong oleh suatu lingkungan.

Persamaan tersebut menunjukkan bahwa model tersebut belum mengalami eksploitasi atau usaha pemanenan. Hubungan antara pertumbuhan perkapita alamiah dan usaha pemanenan merupakan dinamika populasi *prey*. Sehingga laju pertumbuhannya dipengaruhi oleh jumlah kelahiran *prey* dan jumlah pemanenan yang dilakukan. Jika pemanenan dilakukan dengan ukuran E, maka persamaan pertumbuhan logistik menjadi

$$\frac{dx}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right) - E$$

(Chakraborty et al. 2012).

2.6 Model Populasi *Predator-Prey*

Model *predator-prey* merupakan interaksi dua populasi, yaitu populasi *prey* dan *predator*. Interaksi tersebut dapat didefinisikan sebagai konsumsi *predator* terhadap *prey*. Hubungan antara dua populasi ini sangat erat, sebab tanpa adanya *prey*, *predator* tidak dapat hidup. Dalam hal ini *predator* berfungsi sebagai pengendali populasi *prey*. Dalam berinteraksi diharapkan jumlah dari populasi *predator* dan *prey* harus setimbang. Kesetimbangan tersebut dapat terbentuk dari fungsi *predator* tersebut.

2.6.1 Model *Predator-Prey*

Model predator-*prey* yang banyak dikenal adalah model Lotka-Volterra. Model ini telah dirumuskan oleh *Alfred J. Lotka* (1925) dan *Vito Volterra* (1926), sehingga disebut sebagai model persamaan Lotka-Volterra. Dari model tersebut, dapat diketahui bahwa kedua spesies saling mempengaruhi secara signifikan. Dalam hal ini, apabila jumlah spesies *prey* berlimpah, maka populasi *predator* juga mengalami penurunan meskipun model Lotka-Volterra tidak dapat menggambarkan secara kompleks hubungan antara spesies seperti kejadian nyata di alam, tetapi model sederhana tersebut merupakan langkah awal untuk mengetahui perilaku hubungan antara *predator* dan *prey* dari sudut pandang matematika.

Untuk memodelkan interaksi antara kedua spesies tersebut, pertama kali akan diperhatikan tingkat pertumbuhan *predator* dan *prey* jika tidak ada interaksi. Suatu spesies *prey* dapat tumbuh mengikuti pola eksponensial apabila diasumsikan tidak ada sekelompok *predator*. Dalam hal ini, pertumbuhan spesies *prey* dinotasikan dengan *x(t)* yaitu

$$\frac{dx}{dt} = ax$$

dimana *x* menyatakan jumlah populasi *prey*, $a > 0$ adalah konstanta pertumbuhan, dan *t* adalah waktu (dalam hari). Pada dasarnya, populasi *prey* akan tumbuh terus tanpa batasan dengan asumsi bahwa persediaan makanannya cukup tak terbatas.

Sedangkan, dengan menganggap bahwa *predator* tidak berkompetisi di antara sesamanya, maka tanpa adanya *prey* populasi predator akan mengalami penurunan eksponensial, pertumbuhan spesies *predator* dinotasikan *y(t)* yaitu

$$\frac{dy}{dt} = -by$$

dimana y merupakan jumlah populasi *predator* serta b adalah konstanta penurunan. Alasan terjadi penurunan dalam hal ini karena pada dasarnya *predator* akan mati kelaparan karena tidak ada makanan.

Selanjutnya akan disusun suatu model yang membahas kaitan antara spesies *predator* dan *prey*. Hubungan interaksi keduanya diperhitungkan dengan fakta bahwa spesies *predator* akan memakan spesies *prey*. Pada akhirnya akan diperoleh sistem persamaan sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt} = ax - \alpha xy \tag{2.5}$$

$$\frac{dy}{dt} = -by + \beta xy \tag{2.6}$$

dengan :

a adalah koefisien laju kelahiran *prey*

b adalah koefisien laju kematian *predator*

α dan β adalah konstanta interaksi

Dalam hal ini, α memberikan penurunan dalam jumlah populasi *prey* karena spesies *predator* akan memakannya, sedangkan β memberikan peningkatan pada jumlah populasi dinamakan persamaan *Predator-Prey Lotka-Volterra* (Boyce dan diprima, 2008).

2.6.2 Model Predator-Prey Tipe Holling II dengan Faktor Pemanenan

Model *predator-prey* tipe Holling II dengan faktor pemanenan merupakan perkembangan dari model *predator-prey* (Lotka-Volterra) dengan menambahkan variabel pemanenan. Model ini merupakan Holling tipe II (fungsi respon tipe II) dengan laju konsumsi *predator* dalam model ini tidak dibatasi waktu. Hal ini terjadi karena walaupun jumlah *prey* berlimpah sehingga tidak perlu waktu untuk mencari, *predator* tetap menghabiskan waktu untuk menangani mangsa. Manusia sebagai pihak pemanen yang mengambil sejumlah populasi *predator* dan *prey* persatuan waktu. Pada akhirnya diperoleh sistem persamaan model *predator-prey* tipe Holling II dengan faktor pamanenan, Suzyanna (2013) adalah sebagai berikut:

$$f(x,y) = \frac{dx}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{\alpha xy}{ay+x} - Ex \tag{2.7}$$

$$g(x,y) = \frac{dy}{dt} = \frac{\alpha bxy}{ay+x} - dy \tag{2.8}$$

dengan:

x(t) adalah populasi *prey* saat *t*

y(t) adalah populasi *predator* saat *t*

$\frac{dx}{dt}$ adalah laju perubahan populasi *prey* pada saat *t*

$\frac{dy}{dt}$ adalah laju perubahan populasi *predator* pada saat *t*

Populasi *prey* bertumbuh secara logistik

K adalah kapasitas daya tampung *prey*

r adalah laju pertumbuhan interinstik *prey* pada saat tidak ada *predator*

d adalah laju kematian *predator* saat tidak ada *prey*

b adalah laju konversi *predator*

α adalah laju maksimum konsumsi *prey*

a adalah half-saturation constant

E adalah laju pemanenan *predator*

Laju pertumbuhan intrinsik yaitu nilai yang menggambarkan daya tumbuh suatu populasi dan diasumsikan $r > 0$ karena setiap populasi memiliki potensi untuk berkembang biak. Kapasitas daya tampung yaitu ukuran maksimum dari suatu populasi yang dapat disokong oleh suatu lingkungan. Laju maksimum konsumsi *prey* adalah koefisien yang menunjukkan penurunan laju pertumbuhan *prey* karena kehadiran satu individu *predator*. Laju konversi *predator* adalah koefisien yang menunjukkan peningkatan laju pertumbuhan *predator* karena kehadiran satu individu mangsa. *Half-saturation constant* adalah tingkat kejenuhan *prey*. Laju pemanenan adalah besarnya tingkat pemanenan yang dilakukan oleh manusia. Laju kematian predator adalah laju kematian alami *predator* pada saat tidak ada *prey*.

Respon fungsional pada persamaan di atas dinyatakan dengan $p(x) = \dfrac{\alpha x}{ay + x}$ yang menggambarkan laju *predator* atau ketersediaan makanan bagi *predator*. Laju perubahan *prey* pada saat t adalah sebesar rx yang merupakan akibat pertumbuhan alamiah. Laju perkapita populasi *prey* berkurang sebesar $\frac{r}{K}$ untuk setiap bertambahnya satu individu mangsa karena adanya keterbatasan daya dukung lingkungan dan sebesar α akibat dimangsa oleh *predator*. Besarnya tingkat pemangsaan dipengaruhi oleh tingkat kejenuhan *prey* sebesar a dan berkurang sebesar E akibat dipanen, dengan x tumbuh secara logistik. Selanjutnya laju perubahan populasi *predator* pada saat t adalah sebesar laju kelahiran b dengan mengkonversi setiap *prey* yang dimangsa menjadi kelahiran bagi *predator* dan dipengaruhi tingkat kejenuhan *prey* sebesar a kemudian berkurang sebesar tingkat kematian *d*. karena jumlah spesies dalam populasi selalu bernilai tidak negatif maka diasumsikan:

$$x, y \geq 0$$

Berikutnya besaran-besaran dalam model juga diasumsikan positif

$$r, d, b, \alpha, E, a > 0$$

(Chakraborty et al. 2012)

2.7 Sistem Dinamik

Secara umum sistem dinamik didefinisikan sebagai sebuah masalah nyata yang dimodelkan secara matematis dengan menggunakan persamaan-persamaan diferensial di mana dalam persamaannya mengandung parameter-parameter yang saling berhubungan, serta perubahan parameter pada persamaan tersebut akan menyebabkan perubahan kestabilan dari titik ekuilibrium (kesetimbangan).

Titik ekuilibrium merupakan salah satu kunci konsep dalam system dinamik. Sistem yang lebih umum dapat dinyatakan dalam bentuk berikut.

$$x'_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, t),$$

$$x'_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n, t),$$

$$\vdots$$

$$x'_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \qquad (2.9)$$

dengan $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n, t)$, $i = 1,2, \dots, n$ adalah suatu fungsi umum dari x_i, $i = 1,2, \dots, n$ dan waktu t. Sistem tersebut dapat disederhanakan lagi menjadi sistem fungsi yang tak bergantung dengan waktu (*sistem autonomous*) seperti bentuk berikut.

$$\begin{aligned} x'_1 &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ x'_2 &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ &\vdots \\ x'_n &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \qquad (2.10)$$

Dengan f_i, $i = 1,2, \dots, n$ adalah fungsi yang tak tergantung secara eksplisit dari waktu t. kemudian sistem tersebut dianalisis dengan memikirkan konsep tentang ekuilibrium. Ekuilibrium akan terjadi apabila tidak ada gerakan dalam sistem tersebut, artinya $x'_i = 0$, $i = 1,2, \dots, n$. Titik ekuilibrium akan memenuhi

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0, \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0, \\ &\vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \end{aligned} \qquad (2.11)$$

karena $x'_i = 0$, $i = 1,2, \dots, n$. Berikut definisi titik ekuilibrium dari sistem (2.10).

Definisi 2.4 (Titik Ekuilibrium):

Titik $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ *disebut titik ekuilibrium dari sistem (2.10) jika* $f_i(x) = 0, i = 1,2, \dots, n.$

Definisi 2.5 (Kestabilan Lokal):

Titik ekuilibrium $x \in \mathbb{R}^n$ pada sistem (2.10) dikatakan

1. Stabil lokal jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta(\varepsilon) > 0$ sedemikian sehingga untuk setiap solusi $x(t_0)$ yang memenuhi $\|x(t_0) - x\| < \delta(\varepsilon)$ berlaku $\|x(t_0) - x\| < \varepsilon$ untuk setiap $t \geq t_0$.
2. Stabil asimtotis lokal jika titik ekuilibrum $x \in \mathbb{R}^n$ stabil dan terdapat $a_0 > 0$ sedemikian sehingga untuk setiap solusi $x(t)$ yang memenuhi $\|x(t_0) - x\| < a_0$ berlaku $\lim_{t\to\infty} x(t) = x$.

   Berikut ini merupakan teorema yang berhubungan dengan titik kesetimbangan yang bersifat stabil asimtotis.

   Teorema 2.6:

   Sistem $\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t)$ *stabil asimtotis jika dan hanya jika semua nilai eigen dari A, yakni* $\lambda_i(A)$ *mempunyai bagian real negatif dan dinotasikan sebagai*

$$Re\big(\lambda_i(A)\big) < 0$$

3. Tidak stabil jika titik ekuilibrium $x \in \mathbb{R}^n$ tidak memenuhi 1.

(Wiggins, 1990).