BAB III

PEMBAHASAN

Dalam interaksi makhluk hidup yang selalu bergantung kepada makhluk hidup yang lain, tiap individu akan selalu berhubungan dengan individu lain yang sejenis atau lain jenis, baik individu dalam satu populasi atau individu-individu dari populasi lain. Dalam hal ini interaksi yang terjadi adalah adanya hubungan antara *prey* dan *predator*.

Dalam hal ini model *predator-prey* tipe Holling II dengan faktor pemanenan adalah sebagai berikut:

$$f(x,y) = \frac{dx}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{\alpha xy}{ay+x} - Ex$$

$$g(x,y) = \frac{dy}{dt} = \frac{\alpha bxy}{ay+x} - dy \tag{3.1}$$

3.1 Titik Kesetimbangan pada Model *Predator-Prey* Tipe Holling II dengan Faktor Pemanenan

Untuk memcari titik kesetimbangan maka tahap pertama yang harus dilakukan adalah dengan men-nol-kan ruas kiri pada sistem persamaan (3.1), maka akan didapat persamaan sebagai berikut:

$$rx\left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{\alpha xy}{ay+x} - Ex = 0 \tag{3.2}$$

$$\frac{\alpha bxy}{ay+x} - dy = 0 \tag{3.3}$$

Adapun untuk memperoleh titik kesetimbangan ini diperoleh satu persatu kemudian ada yang disubstitusikan pada persamaan-persamaan yang berikutnya. Dengan tahapan-tahapan sebagai berikut.

3.1.1 Titik Kesetimbangan Kepunahan *Predator*

Titik setimbang kepunahan *predator* adalah suatu kondisi saat *predator* tidak ada atau punah, yaitu pada saat $y = 0$ dan $x \neq 0$. Misalkan titik kesetimbangan kepunahan *predator* dinotasikan dengan $A = (x, y) = (x_1, 0)$.

Dengan menggunakan syarat $f(x, y) = g(x, y) = 0$, $y = 0$ dan $x \neq 0$ maka didapat kondisi sebagai berikut.

Dari persamaan (3.2) diproleh :

$$rx\left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{\alpha xy}{ay + x} - Ex = 0$$

$$rx\left(1 - \frac{x}{K}\right) - Ex = 0$$

$$rx - \frac{rx^2}{K} - Ex = 0$$

$$r - \frac{rx}{K} - E = 0$$

$$r - E = \frac{rx}{K}$$

$$r - E = \frac{r}{K}x$$

$$x = \frac{r - E}{\frac{r}{K}}$$

$$x = (r - E)\frac{K}{r}$$

$$x = \frac{K}{r}(r - E) \qquad (3.4)$$

Berdasarkan persamaan (3.4), maka didapatkan titik setimbang yaitu

$$A = (x, y) = \left(\frac{K}{r}(r - E), 0\right).$$

3.1.2 Titik Kesetimbangan Kedua Spesies Hidup Berdampingan

Titik kesetimbangan kedua spesies hidup berdampingan adalah kondisi saat *predator* dan *prey* hidup bersamaan atau keduanya tidak punah, yaitu pada saat $x \neq 0$ dan $y \neq 0$. Misalkan titik kesetimbangan kedua spesies hidup berdampingan dinotasikan dengan $B = (x, y) = (x_2, y_2)$.

Dengan menggunakan syarat $f(x, y) = g(x, y) = 0$, $x \neq 0$ dan $y \neq 0$ maka didapat kondisi sebagai berikut.

Dari persamaan (3.2) diperoleh

$$\frac{dx}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{\alpha xy}{ay + x} - Ex = 0$$

$$r\left(1 - \frac{x}{K}\right) - E = \frac{\alpha y}{ay + x} \tag{3.5}$$

Dari persamaan (3.3) diperoleh

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\alpha bxy}{ay + x} - dy = 0$$

$$\frac{\alpha bxy}{ay + x} = dy$$

$$\frac{\alpha y}{ay + x} = \frac{dy}{bx} \tag{3.6}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\alpha bxy}{ay + x} - dy = 0$$

$$\frac{\alpha bxy}{ay + x} = dy$$

$$\frac{\alpha bxy}{(ay+x)d} = y$$

$$\alpha bxy = yd(ay + x)$$

$$\alpha bxy = y^2 ad + ydx$$

$$\alpha bx = yda + dx$$

$$\alpha bx - dx = yda$$

$$(\alpha b - d)x = yda$$

$$\frac{(\alpha b-d)x}{da} = y$$

$$y = \frac{(\alpha b-d)x}{d(a)} \tag{3.7}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{(\alpha b-d)}{d(a)} \tag{3.8}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.8) ke (3.6) maka diperoleh

$$\frac{\alpha y}{ay + x} = \frac{(d)}{b}\frac{(\alpha b - d)}{da}$$

$$= \frac{(\alpha b-d)}{ab} \tag{3.9}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.9) ke (3.5) diperoleh

$$r\left(1 - \frac{x}{K}\right) - E = \frac{\alpha y}{ay+x}$$

$$r\left(1 - \frac{x}{K}\right) - E = \frac{(\alpha b-d)}{ab}$$

$$r\left(1 - \frac{x}{K}\right) = \frac{(\alpha b-d)}{ab} + E$$

$$1 - \frac{x}{K} = \frac{(\alpha b-d)}{abr} + \frac{E}{r}$$

$$-\frac{x}{K} = \frac{(\alpha b - d)}{abr} + \frac{E}{r} - 1$$

$$-x = \left(\frac{(\alpha b - d)}{abr} + \frac{abE}{abr} - \frac{abr}{abr}\right)K$$

$$-x = \frac{K(\alpha b - d + abE - abr)}{abr}$$

$$x = \frac{K(abr - \alpha b + d - abE)}{abr} \qquad (3.10)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.10) ke (3.7) diperoleh

$$y = \frac{(\alpha b - d)x}{(d)a}$$

$$y = \frac{(\alpha b - d)}{(d)a} \cdot \frac{K(abr - \alpha b + d - abE)}{abr}$$

$$y = \frac{K(\alpha b - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{a^2 brd} \qquad (3.11)$$

Berdasarkan (3.10) dan (3.11) didapatkan titik kesetimbangan kedua spesies hidup berdampingan, yaitu

$$B = \left(\frac{K(abr - \alpha b + d - abE)}{abr}, \frac{K(\alpha b - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{a^2 brd}\right)$$

Karena $x \neq 0$ dan $y \neq 0$ dan $x > 0$ maupun $y > 0$, maka titik keseimbangan ada jika

$$\frac{K(abr - \alpha b + d - abE)}{abr} > 0$$

$$\frac{(abr - \alpha b + d - abE)}{abr} > 0$$

$$\frac{(abr - \alpha b + d)}{abr} > \frac{abE}{abr}$$

$$\frac{(abr - \alpha b + d)abr}{abr} > abE$$

$$(abr - \alpha b + d) > abE$$

$$\frac{(abr-\alpha b+d)}{ab} > E$$

$$\frac{(abr-\alpha b+d)}{ab} > 0$$

$$(abr - \alpha b + d) > 0$$

Dan

$$\frac{K(\alpha b-d)(abr-\alpha b+d-abE)}{a^2brd} > 0 \qquad \text{maka}$$

$$(\alpha b - d)(abr - \alpha b + d - abE) > 0$$

$$\alpha ab^2r - \alpha^2b^2 + \alpha bd - \alpha ab^2E - abdr + \alpha bd - d^2 + abdE > 0$$

$$\alpha(ab^2r - \alpha b^2 + 2bd) - abdr - d^2 + abdE - \alpha ab^2E > 0$$

$$\alpha ab^2E - abdE < \alpha(ab^2r - \alpha b^2 + 2bd) - abdr - d^2$$

$$E(\alpha ab^2 - abd) < \alpha(ab^2r - \alpha b^2 + 2bd) - abdr - d^2$$

$$E < \frac{\alpha(ab^2r - \alpha b^2 + 2bd) - abdr - d^2}{(\alpha ab^2 - abd)}$$

Misalkan $\alpha_1 = \frac{abr+d}{b}$; $E_1 = \frac{abr-\alpha b+d}{ab}$ dan $E_2 = \frac{\alpha(ab^2r-\alpha b^2+2bd)-abdr-d^2}{(\alpha ab^2-abd)}$, maka titik kesetimbangan B dijamin ada jika $\alpha < \alpha_1$ dan $E_1 < E < E_2$.

3.2 Analisis Kestabilan di Titik Kesetimbangan pada Model Predator-*Prey* Tipe Holling II dengan Faktor Pemanenan

Setelah didapatkan titik kesetimbangan A dan B kemudian akan dilakukan analisis kestabilan lokal dari masing-masing titik kesetimbangan.

Untuk menentukan sifat kestabilan asimtosis lokal dari titik kesetimbangan maka perlu dicari dahulu nilai eigennya. Karena model ini berbentuk nonlinear maka perlu dilakukan pelinearan dengan menggunakan matriks jacobian. Dengan menggunakan Definisi 2.1 maka matriks Jacobian dari sistem persamaan (3.1) akan dilakukan pelinearan dengan menggunakan matriks Jacobian yang berordo 2×2 kemudian matriks jacobian akan disimbolkan dengan *J*.

Persamaan (3.1) beserta penyederhanaannya

$$\frac{\partial f}{\partial x} = r - \frac{2rx}{K} - \frac{\alpha a y^2}{(ay+x)^2} - E$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{-\alpha y^2}{(ay+x)^2}$$

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\alpha a b y^2}{(ay+x)^2}$$

$$\frac{\partial g}{\partial y} = \frac{\alpha b x^2}{(ay+x)^2} - d$$

Maka matriks Jacobian dari model *predator-prey* tipe Holling II dengan faktor pemanenan dinyatakan sebagai

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} \end{pmatrix}$$

$$J = \begin{pmatrix} r - \frac{2rx}{K} - \frac{\alpha a y^2}{(ay+x)^2} - E & \frac{-\alpha x^2}{(ay+x)^2} \\ \frac{\alpha a b y^2}{(ay+x)^2} & \frac{\alpha b x^2}{(ay+x)^2} - d \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Kemudian akan dilakukan analisis kestabilan di setiap titik kesetimbangan dari model *predator prey* tipe Holling II dengan fakktor pemanenan.

3.2.1 Kestabilan Lokal di Titik Kesetimbangan Kepunahan *Predator*

Matriks Jacobi dari titik kesetimbangan kepunahan *predator* $A = (K, 0)$ adalah sebagai berikut:

$$J_1 = \begin{pmatrix} -r - E & -\alpha \\ 0 & \alpha b - d \end{pmatrix} \tag{3.13}$$

Berdasarkan matriks jacobi (3.12) dapat dibentuk persamaan karakteristik matriks (3.13) dengan menggunakan rumus $\det(\lambda I - J_1) = 0$, yaitu

$$\det(\lambda I - J_1) = 0$$

$$\det\left[\left(\lambda\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right) - \begin{pmatrix} -r - E & -\alpha \\ 0 & \alpha b - d \end{pmatrix}\right] = 0$$

$$\det\left[\begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\mathrm{r} - \mathrm{E} & -\alpha \\ 0 & \alpha\mathrm{b} - \mathrm{d} \end{pmatrix}\right] = 0$$

$$\det\left[\begin{pmatrix} \lambda + \mathrm{r} + \mathrm{E} & \alpha \\ 0 & \lambda - \alpha\mathrm{b} + \mathrm{d} \end{pmatrix}\right] = 0$$

$$[(\lambda + r + E)(\lambda - \alpha b + d)] = 0 \tag{3.14}$$

Dari persamaan (3.14) akan diperoleh persamaan karakteristik, begitu juga dari persamaan karakteristik akan diperoleh suatu nilai eigen, dengan tahapan sebagai berikut:

$$(\lambda + r + E) = 0$$

$$\lambda_1 = -r - E$$

dan

$$(\lambda - \alpha b + d) = 0$$

$$\lambda_2 = \alpha b - d$$

Nilai eigen $\lambda_1 = -r - E = -(r + E)$ bernilai negatif, karena $r > 0$. Berdasarkan teorema 2.6, syarat agar titik kesetimbangan kepunahan *predator* stabil asimtotis, nilai eigen λ keduanya harus real dan negatif, oleh karena itu maka $\lambda_2 < 0$ jika dan hanya jika $\alpha b - d < 0$ dan $\alpha < \frac{d}{b}$.

Akibatnya, titik kesetimbangan kepunahan *predator* $A = (K, 0)$ stabil asimtotis jika $\alpha < \alpha_2$ dan $E > E_2$ dengan $E_2 = -r$ dan $\alpha_2 = \frac{d}{b}$.

3.2.2 Kestabilan Lokal di Titik Kesetimbangan Kedua Spesies Hidup Berdampingan

Adapun untuk analisis kestabilan titik keseimbangan B tahapan-tahapannya sama seperti titik keseimbangan *A*, yaitu dengan pelinearan menggunakan matriks jacobian berordo 2×2 disimbolkan dengan *J*. Matriks jacobian dari titik kesetimbangan kedua spesies hidup berdampingan adalah sebagai berikut:

$$B = \left(\frac{K(abr - \alpha b + d - abE)}{abr}, \frac{K(\alpha b - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{a^2 brd} \right)$$

$$J_2 = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \tag{3.15}$$

Selanjutnya dapat dibentuk persamaan karakteristik dari matriks (3.15) dengan menggunakan $det(\lambda I - J_2) = 0$.

$$\det(\lambda I - J_2) = 0$$

$$\det\left[\left(\lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) - \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \right] = 0$$

$$\det\left[\begin{pmatrix}\lambda & 0\\ 0 & \lambda\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}A & B\\ C & D\end{pmatrix}\right] = 0$$

$$\det\left[\begin{pmatrix}\lambda - A & -B\\ -C & \lambda - D\end{pmatrix}\right] = 0$$

$$\left[\left((\lambda - A)(\lambda - D)\right) - \left((-B)(-C)\right)\right] = 0$$

$$[(\lambda^2 - \lambda D - \lambda A + AD) - (BC)] = 0$$

$$[\lambda^2 - \lambda(A + D) + AD - BC] = 0$$

$$\lambda^2 + \lambda a_1 + a_2 = 0 \qquad (3.16)$$

Dengan

$$-(A + D) = a_1$$

dan

$$AD - BC = a_2$$

Dimana

$$A = r - \frac{2r\,\frac{K(abr - \alpha b + d - abE)}{abr}}{K} - \frac{\alpha a\left[\frac{K(\alpha b - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{a^2brd}\right]^2}{\left(a\left[\frac{K(\alpha b - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{a^2brd}\right] + \frac{K(abr - \alpha b + d - abE)}{abr}\right)^2} - E$$

$$B = \frac{-\alpha\,\frac{K(abr - \alpha b + d - abE)^2}{abr}}{\left(a\left[\frac{K(\alpha b - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{a^2brd}\right] + \frac{K(abr - \alpha b + d - abE)}{abr}\right)^2}$$

$$C = \frac{\alpha ab\left[\frac{K(\alpha b - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{a^2brd}\right]^2}{\left(a\left[\frac{K(\alpha b - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{a^2brd}\right] + \frac{K(abr - \alpha b + d - abE)}{abr}\right)^2}$$

$$D=\frac{\alpha b\left[\frac{K(\alpha b-d)(abr-\alpha b+d-abE)}{a^2brd}\right]^2}{\left(a\left[\frac{K(\alpha b-d)(abr-\alpha b+d-abE)}{a^2brd}\right]+\frac{K(abr-\alpha b+d-abE)}{abr}\right)^2}-d$$

Dari hasil tersebut diperoleh :

$-(A+D)=a_1$

$$\Leftrightarrow -\left(r-\frac{2r\frac{K(abr-\alpha b+d-abE)}{abr}}{K}\right.$$

$$-\frac{\alpha a\left[\frac{K(\alpha b-d)(abr-\alpha b+d-abE)}{a^2brd}\right]^2}{\left(a\left[\frac{K(\alpha b-d)(abr-\alpha b+d-abE)}{a^2brd}\right]+\frac{K(abr-\alpha b+d-abE)}{abr}\right)^2}-E$$

$$\left.+\frac{\alpha b\left[\frac{K(\alpha b-d)(abr-\alpha b+d-abE)}{a^2brd}\right]^2}{\left(a\left[\frac{K(\alpha b-d)(abr-\alpha b+d-abE)}{a^2brd}\right]+\frac{K(abr-\alpha b+d-abE)}{abr}\right)^2}-d\right)=a_1$$

dan

$AD-BC=a_2$

$$\Leftrightarrow \left[\left(\left(r-\frac{2r\frac{K(abr-\alpha b+d-abE)}{abr}}{K}-\frac{\alpha a\left[\frac{K(\alpha b-d)(abr-\alpha b+d-abE)}{a^2brd}\right]^2}{\left(a\left[\frac{K(\alpha b-d)(abr-\alpha b+d-abE)}{a^2brd}\right]+\frac{K(abr-\alpha b+d-abE)}{abr}\right)^2}-E\right)\right.\right.$$

$$\left.\left.\left(\frac{\alpha b\left[\frac{K(\alpha b-d)(abr-\alpha b+d-abE)}{a^2brd}\right]^2}{\left(a\left[\frac{K(\alpha b-d)(abr-\alpha b+d-abE)}{a^2brd}\right]+\frac{K(abr-\alpha b+d-abE)}{abr}\right)^2}-d\right)\right)\right.$$

$$-\left(\left(\frac{-\alpha\dfrac{K(abr-\alpha b+d-abE)^2}{abr}}{\left(a\left[\dfrac{K(\alpha b-d)(abr-\alpha b+d-abE)}{a^2brd}\right]+\dfrac{K(abr-\alpha b+d-abE)}{abr}\right)^2}\right)\right.$$

$$\left.\left(\frac{\alpha ab\left[\dfrac{K(\alpha b-d)(abr-\alpha b+d-abE)}{a^2brd}\right]^2}{\left(a\left[\dfrac{K(\alpha b-d)(abr-\alpha b+d-abE)}{a^2brd}\right]+\dfrac{K(abr-\alpha b+d-abE)}{abr}\right)^2}\right)\right)\Bigg] = a_2$$

Dari (3.16) diperoleh dua nilai eigen sebagai berikut :

$$\lambda_1 = \frac{-a_1+\sqrt{a_1^2-4a_2}}{2}$$

$$\lambda_2 = \frac{-a_1-\sqrt{a_1^2-4a_2}}{2}$$

Dari hasil nilai eigen di atas maka akan muncul dua kondisi yaitu saat nilai eigen berbentuk real ($a_1^2-4a_2 \geq 0$) dan bentuk bilangan kompleks ($a_1^2-4a_2 < 0$). Berdasarkan teorema 2.6, syarat agar titik setimbang stabil asimtotis adalah kedua nilai eigen berbentuk real dan keduanya bernilai negatif.

1. Jika nilai eigen berbentuk real ($a_1^2-4a_2 > 0$) maka akan muncul syarat dan kondisi berikut
   a. Syarat jika nilai eigen berbentuk real

$$a_1^2-4a_2 \geq 0$$

$$a_1^2 \geq 4a_2 \tag{3.17}$$

b. Agar $\lambda_1 < 0$ dan $\lambda_2 < 0$ maka

$$\lambda_1 = \frac{-a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2} < 0$$

$$\sqrt{a_1^2 - 4a_2} < a_1$$

Karena $a_1^2 - 4a_2 \geq 0$ maka $\sqrt{a_1^2 - 4a_2} \geq 0$ sehingga

$$a_1 > 0 \qquad (3.18)$$

Dari (3.17) diperoleh

$$a_1^2 - 4a_2 \geq a_1^2$$

$$a_2 > 0 \qquad (3.19)$$

Karena $a_1 > 0$ dan $a_1^2 - 4a_2 \geq 0$

$$\lambda_2 = \frac{-a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2} < 0$$

Dari (3.18) dan (3.19) diperoleh kondisi kedua nilai eigen berbentuk real dan negatif sebagai berikut

$$a_1 > 0 \text{ dan } a_2 > 0$$

2. Jika $(a_1^2 - 4a_2 \leq 0)$ maka nilai eigen berbentuk bilangan kompleks akan muncul syarat dan kondisi berikut :

a. Syarat jika nilai eigen berbentuk bilangan kompleks

$$a_1^2 - 4a_2 < 0$$

$$a_1^2 < 4a_2 \qquad (3.20)$$

b. Agar $Re(\lambda_1) < 0$ dan $Re(\lambda_2) < 0$ maka

$$Re(\lambda_{1,2}) = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2} < 0$$

Karena $-a_1$ adalah bilangan real dan harus bernilai negatif maka

$$-a_1 < 0$$

$$a_1 > 0 \qquad (3.21)$$

Dari persamaan (3.20) diperoleh

$$0 < a_1^2 < 4a_2$$

$$a_2 > 0 \qquad (3.22)$$

Dari (3.21) dan (3.22) diperoleh kondisi nilai eigen berbentuk real dan negatif sebagai berikut :

$$a_1 > 0 \text{ dan } a_2 > 0$$

Dari kondisi di atas yaitu jika nilai eigen berbentuk real ataupun berbentuk bilangan kompleks diperoleh $\lambda_1 < 0$ dan $\lambda_2 < 0$ jika dan hanya jika $a_1 > 0$ dan $a_2 > 0$.

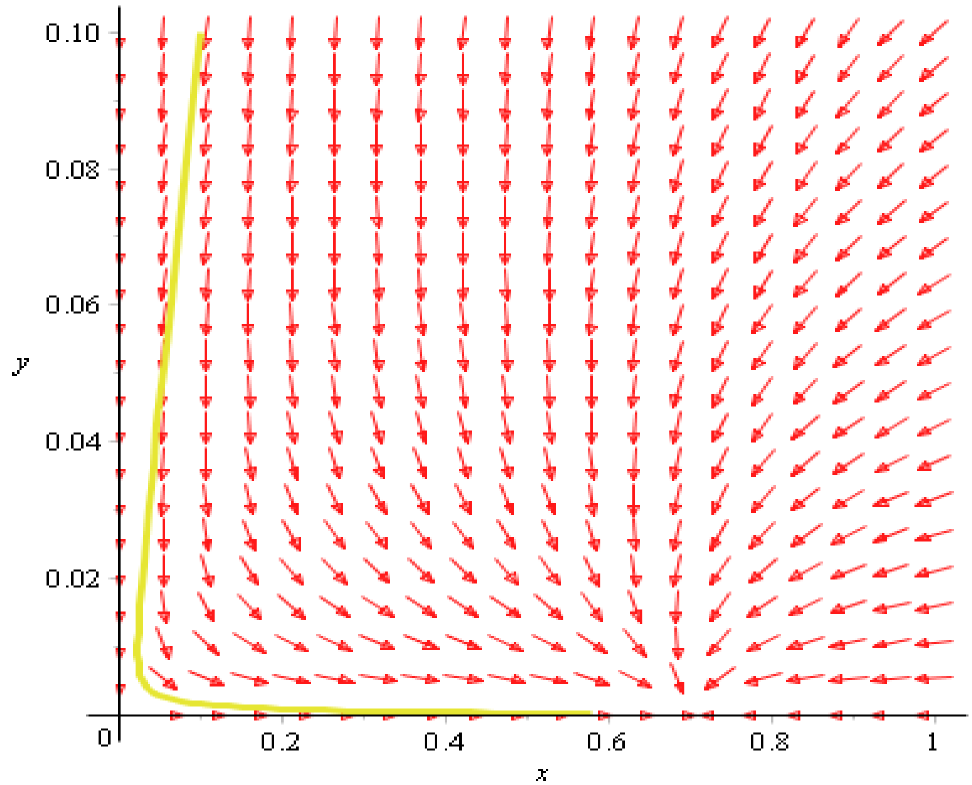
3.3 Simulasi Model *Predator-Prey* Tipe Holling II Dengan Faktor Pemanenan

Pada subbab ini, disimulasikan model *predator-prey* tipe Holling II dengan faktor pemanenan menggunakan program *software* Maple17. Simulasi ini dilakukan dengan memvariasikan parameter-parameter yang mempengaruhi interaksi pada model. Parameter yang akan divariasikan yaitu half-saturation constant (a), laju kematian predator saat tidak ada *prey* (d), laju konversi *predator* (b), laju maksimum konsumsi *prey* (α), kapasitas daya tampung *prey* (K), laju pemanenan *predator* (E). Untuk menganalisis pengaruh parameter-parameter tersebut terhadap interaksi *predator-prey*, maka variasi parameter dilakukan dengan cara menambah nilai parameter-parameter tersebut.

Pada tugas akhir ini, akan diberikan beberapa kasus untuk memvariasikan nilai parameter-parameter tersebut. Ada tiga kasus yang akan disimulasikan dari model *predator-prey* tipe Holling II dengan faktor pemanenan.

a. Kasus Pertama

Untuk kasus pertama, diberikan nilai parameter yang menghasilkan populasi *predator* nol (habis) dan *prey* ada, dengan memberikan nilai parameter $r = 0.62$; $d = 0.42$; $b = 0.56$; $a = 0.3$; $\alpha = 0.5$; $K = 2.1$; dan $E = 0.41$. Simulasi Model *Predator-Prey* Tipe Holling II dengan Faktor Pemanenan dapat dilihat pada grafik berikut ini.



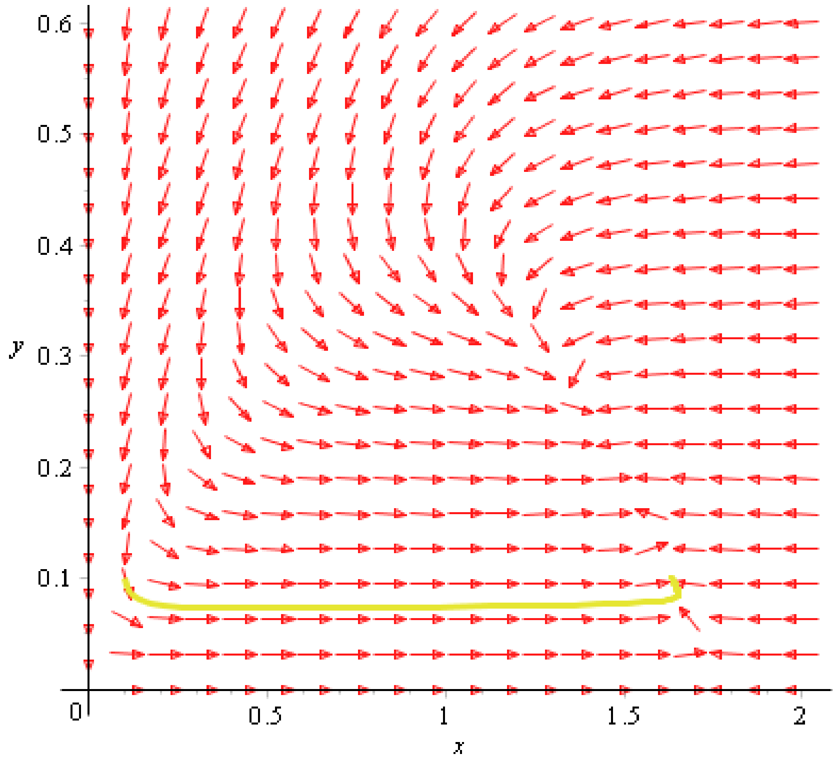
Gambar 3.1 Grafik *Predator-Prey* untuk Kepunahan *Predator*

Pada Gambar 3.1 dapat dijelaskan bahwa, grafik populasi *predator* menurun menuju nol karena pemanenan yang dilakukan pada *predator* dan *prey* cukup besar yang mengakibatkan persaingan antara *predator* mencari makanan, bahkan kepunahan yang terjadi saat populasi *predator* kehilangan makanannya. Grafik populasi *prey* menurun karena adanya *predator* sehingga terjadi tekanan populasi dan karena adanya pemanenan, kemudian naik mencapai laju pertumbuhan maksimum karena tidak ada *predator* (*predator* punah). Dari grafik didapatkan nilai populasi *prey* yaitu 0.7112903226 dan nilai populasi *predator* yaitu 0. Populasi *predator* punah mengikuti syarat titik kesetimbangan kepunahan *predator* yaitu pada saat α

(laju maksimum konsumsi *prey*) kurang dari α_2 dimana α_2 adalah laju kematian *predator* saat tidak ada *prey* dibagi laju konversi predator. E (laju pemanenan *predator*) sama dengan negatif dari laju pertumbuhan intrinsik *pre*y pada saat tidak ada *predator*. Misalkan untuk kasus pertama $\alpha = 0.5$ dan $\alpha_2 = \frac{d}{b} = \frac{0.42}{0.56} = 0.75$ sehingga $0\ .5 < 0.75$, sedangkan $E = 0.41$ dan $E_2 = -r = -0.62$ sehingga $0.41 > -0.62$. Berdasarkan uraian di atas dapat dilihat bahwa populasi *predator* punah mengikuti syarat stabil asimtotis pada titik kesetimbangan kepunahan *predator*

b. Kasus Kedua

Untuk kasus kedua, diberikan beberapa nilai parameter yang menghasilkan populasi *predator* dan *prey* sama-sama ada (hidup berdampingan), dengan memberikan nilai parameter $r = 0.8$; $d = 0.42$; $b = 0.73$; $a = 0.3$; $\alpha = 0.6$; $K = 2.7$; dan $E = 0.28$. Simulasi model *Predator-Prey* Tipe Holling II dengan Faktor Pemanenan dapat dilihat pada grafik berikut ini.



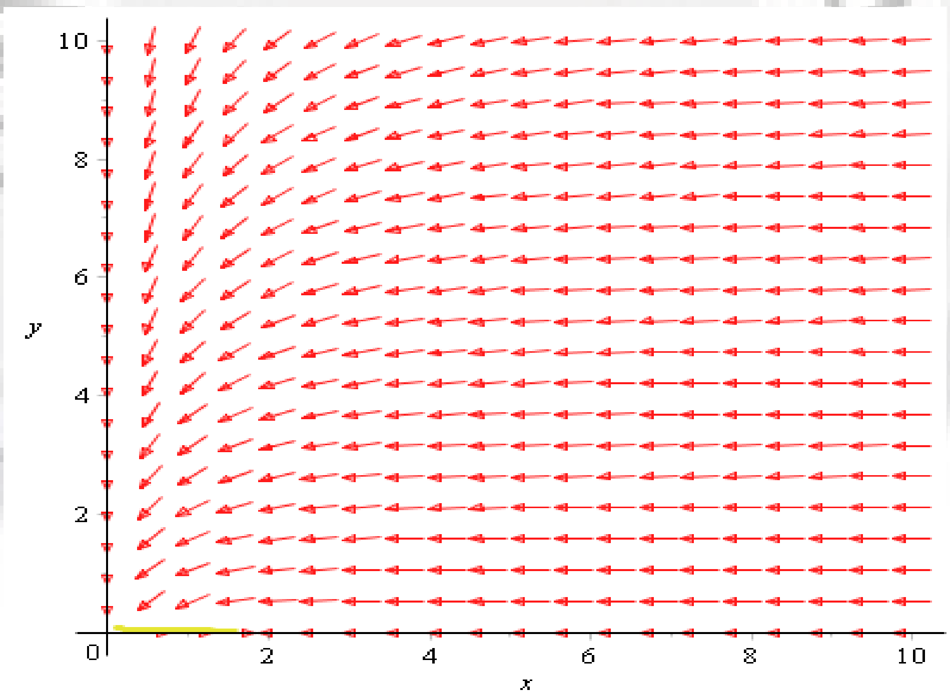
Gambar 3.2 Grafik *Predator-Prey* untuk Kedua Spesies Hidup Berdampingan

Pada Gambar 3.2 dapat dijelaskan bahwa dengan memberikan nilai parameter didapatkan populasi *predator* dan populasi *prey* sama-sama ada. Grafik populasi *prey* cenderung stabil karena populasi *predator* juga terlihat stabil. Untuk grafik populasi *predator* mulanya menurun kemudian terlihat stabil. Dari grafik didapatkan nilai populasi *prey* yaitu 1.477602740 dan nilai populasi *predator* yaitu 0.2110861057. Populasi *predator* dan *prey* mengikuti syarat titik kesetimbangan kedua spesies hidup berdampingan yaitu pada saat $a_1 > 0$ dan $a_2 > 0$. Didapatkan $a_1 = -(A + D) = 0.603$ dan $a_2 = (AD - BC) = 0.087$ sehingga $0.603 > 0$ dan $0.087 > 0$.

Berdasarkan uraian di atas dapat dilihat bahwa populasi *predator* dan *prey* hidup berdampingan mengikuti syarat stabil asimtotis pada titik kesetimbangan kedua spesies hidup berdampingan.

c. Kasus Ketiga

Untuk kasus ketiga, diberikan beberapa nilai parameter yang menghasilkan populasi *predator* dan *prey* sama-sama tidak ada (punah), dengan memberikan nilai parameter $r = 0.8$; $d = 0.42$; $b = 0.6$; $a = 0.3$; $\alpha = 0.6$; $K = 2.7$; dan $E = 0.32$. Simulasi model *Predator-Prey* Tipe Holling II dengan Faktor Pemanenan dapat dilihat pada grafik berikut ini.



Gambar 3.3 Grafik *Predator-Prey* untuk Keduanya punah

Pada Gambar 3.3 dapat dijelaskan bahwa dengan memberikan nilai parameter didapatkan populasi *predator* dan populasi *prey* sama-sama tidak ada atau keduanya punah. Grafik populasi *prey* dan populasi *predator* menurun menuju nilai nol sehingga keduanya punah. Berdasarkan uraian tersebut semakin besar nilai E (besarnya pemanenan) yang dimasukkan maka kedua populasi *predator* dan *prey* akan punah. Populasi *predator* dan *prey* tidak mengikuti syarat stabil asimtotis pada titik kesetimbangan kepunahan *predator* yaitu pada saat $\alpha < \alpha_2$ dan $E > E_2$, dengan $E_2 = -r$ dan $\alpha_2 = \frac{d}{b}$. Didapatkan $\alpha = 0.6$ dan $\alpha_2 = \frac{d}{b} = \frac{0.42}{0.56} = 0.6$ sehingga $0.6 = 0.6$ tidak memenuhi syarat $\alpha < \alpha_2$, sedangkan $E = 0.32$ dan $E_2 = -r = -0.8$ sehingga $0.32 > -0.8$ dan tidak mengikuti syarat stabil asimtotis pada titik kesetimbangan kedua spesies hidup berdampingan yaitu pada saat $a_1 > 0$ dan $a_2 > 0$. Didapatkan $a_1 = -(A + D) = 0.96$ dan $a_2 = (AD - BC) = -0.23$ sehingga $0.96 > 0$ dan $-0.23 < 0$. Berdasarkan uraian dapat dilihat bahwa populasi *predator* dan *prey* tidak mengikuti kedua syarat stabil asimtotis di atas sehingga predator dan prey keduanya punah.