

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA 2009

PROSIDING



Editor : Kiswara A Santoso



FAKULTAS MIPA
UNIVERSITAS JEMBER

ISBN : 979-8176-66-9

Desain Cover : Sandi Agus & Yoyok Yulianto

Seminar Nasional Matematika (2009 : Jember)

Prosiding seminar nasional matematika, Jember 28 Pebruari 2009

Penyunting, Kiswara A Santoso. - - Jember : Jurusan Matematika

1127 hlm; illus.;. 27 cm

Termasuk Bibliografi dan Indeks

ISBN : 979-8176-66-9

I. MATEMATIKA – KONGRES DAN KONVENSI

II. Seminar Nasional Matematika 2009

III. SANTOSO, Kiswara Agung

IV. Universitas Jember, Fakultas MIPA, Jurusan Matematika

510 SEM s

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, karena atas rahmatNya Prosiding Seminar Nasional Matematika 2009 dapat diterbitkan. Prosiding ini merupakan kumpulan dari sebagian besar artikel ilmiah yang disajikan pada Seminar Nasional Matematika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember pada tanggal 28 Pebruari 2009.

Ucapan terima kasih kami sampaikan kepada editor prosiding dan seluruh panitia seminar yang telah bekerja keras menyusun prosiding Seminar Nasional Matematika 2009. Semoga dokumentasi yang terdapat didalamnya dapat bermanfaat bagi para pembaca

Jember, Maret 2009

Ketua Panitia,

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si

DARI EDITOR

Untuk menghasilkan penelitian yang baik perlu adanya konsep dan teori yang jelas serta dukungan dari penelitian-penelitian yang telah ada sebelumnya. Buku ini merupakan hasil penelitian dari sebagian besar makalah yang disajikan dalam Seminar nasional Matematika 2009 yang diselenggarakan oleh Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember

Bidang-bidang khusus yang menjadi topik bahasan dalam seminar ini adalah Matematika Terapan, Analisis, Kombinatorik, Statistika, dan Keguruan. Artikel yang disajikan dalam prosiding ini diharapkan dapat menjadi sumbangan pengetahuan bidang Matematika bagi masyarakat pada umumnya dan para peneliti pada khususnya.

Prosiding ini selain dicetak dalam bentuk hardcopy juga diberikan kepada para peserta yang berminat dalam bentuk CD dengan file yang berupa Pdf. Selanjutnya buku ini diharapkan dapat menjadi acuan pengembangan maupun peningkatan kualitas penelitian ke depan.

Jember, Maret 2009

Editor

DAFTAR ISI

	Halaman
PRAKATA	i
DARI EDITOR	ii
DAFTAR ISI	iii
BIDANG ANALISIS	
<u>Studi Komprehensif Terhadap Sebuah Bukti Tidak Langsung Dari Teorema Basis Hilbert</u> Adi Mesya.....	1
<u>Karakteristik Transmisi Gelombang Optik Pada Grating Linear Sinusoidal Tak-Homogen</u> Agus Suryanto	7
<u>Algoritma Kode Grup Pada Gaussian Channel Dengan Pemrograman Geometrik</u> Agustina Pradjaningsih	19
<u>Sistem Persamaan Linear Overdetermined</u> Alfanuha Yushida, Irawati.....	30
<u>Pelabelan Graceful pada Graph Bintang Rangkap dan Tp Trees</u> Budi Rahadjeng, Inung Auliya	44
<u>Grup Homologi Pada Simplicial Complex</u> Ema Carnia, Sri Wahyuni, Irawati, Setiadji	50
<u>Kajian Perkalian Antara Dua Matriks Alternating</u> Hendarto, Irawati	60
<u>Magic Square Dan Dekomposisi Jumlah Langsung Magic Square And Direct Sum Decomposition</u> Nurul Afifah, Irawati	69
<u>Himpunan Kritis Pada Graf Cycle Caterpillar</u> Chairul Imron.....	78
<u>Kajian Seputar N-Homomorfisma</u> Indah Emilia Wijayanti	91

<u>Beberapa Sifat Ideal Fuzzy Semigrup Yang Dibangun Oleh Subhimpunan Fuzzy</u>	
Karyati, Sri Wahyuni, Budi Surodjo, Setiadji	103
<u>Dekomposisi Qr Dengan Menggunakan Eliminasi Gauss</u>	
Marhayati, Irawati.....	112
<u>Identifikasi Operator Linear Yang Dapat Didiagonalkan</u>	
Michrun Nisa Ramli , Irawati	122
<u>Teorema Spektral Tanpa Determinan</u>	
Nabilah Faizah, Irawati	133
<u>Kaitan Antara Nilai Singular Dan Nilai Eigen Dari Suatu Matriks Persegi</u>	
Pesma Diana, Irawati	149
<u>Analisis Kinerja Algoritma Matching Maksimum Dan Aplikasinya Pada Masalah Penugasan (Assignment Problem)</u>	
Sapti Wahyuningsih.....	155
<u>Aplikasi Metode Faktorisasi Masalah Cauchy Degenerate Pada Masalah Sistem Control Abstrak Degenerate</u>	
Susilo Hariyanto, Salmah	166
<u>The Super Edge-Magic Deficiency Of Disconnected Complete Bipartite Graphs</u>	
A.A.G. Ngurah.....	177
<u>Sobolev Spaces of Functions on the Unit Square</u>	
Abdul Rouf Alghofari.....	182
BIDANG STATISTIKA	
<u>Memprediksi Interval Reliabilitas Produk Dengan Metode Bootstrap Persentil</u>	
Akhmad Fauzy.....	188
<u>Ketakonvergenan Dalam Model Log-Binomial: Regresi Risiko Relatif Dengan Pendekatan Poisson Dan Metode Copy</u>	
Alfian Futuhul Hadi, Netti Herawati	195
<u>Negative-Binomial Regression In The Prespective Of Generalized Linear Models: Canonical Link Vs Logaritmik Link Function</u>	
Alfian Futuhul Hadi, Khairil Anwar Notodiputro	206

<u>Teknik Pemulusan Log-Spline : Suatu Pendekatan Non-Parametrik Pada Pendugaan Fungsi Kepekatan Peluang</u>	
Aunuddin, Alfian Futuhul Hadi	216
<u>Spline Estimator In Multi-Response Nonparametric Regression Model</u>	
Budi Lestari, I Nyoman Budiantara, Sony Sunaryo, Muhammad Mashuri	226
<u>Model Thin Plate Spline (Tpspline) Dan Perbandingannya Dengan Model Alternating Conditional Expectations (Ace) Untuk Menduga Fungsi Respon Pergerakan Nilai Tukar Dollar</u>	
Dewi Retno Sari Saputro, Winita Sulandari	238
<u>Pengaturan Kedatangan Eksternal Optimal Pada Antrian Jaringan Jackson</u>	
Gumgum Darmawan.....	250
<u>Indeks Stabilitas Ammi Untuk Penentuan Stabilitas Genotipe Pada Percobaan Multilokasi</u>	
Halimatus Sa'diyah, Ahmad Ansori Mattjik	259
<u>Transformasi Box-Cox Pada Kasus Distribusi Heavy-Tailed</u>	
Herni Utami, Subanar, Dedi Rosadi	275
<u>Visualisasi Data Melalui Analisis Komponen Utama (Pca) Dibandingkan Dengan Analisis Komponen Utama Kernel (Kpca)</u>	
Ismail Djakaria, Suryo Guritno, Sri Haryatmi Kartiko.....	289
<u>Model Probit Pada Respons Biner Multivariat Menggunakan Smle</u>	
Jaka Nugraha, Suryo Guritno, Sri Haryatmi.....	302
<u>Similarity Based On Entropy For Binary Data</u>	
Kariyam	315
<u>Metode Statistik Pada Pengukuran Aktivitas Ilmiah Indonesia Dekade Terakhir Sebagai Aplikasi Dari Metode Bibliometrik</u>	
Sri Rahayu, Prakoso Bhairawa Putera	323
<u>Pendeteksian Outlier Model Linear Multivariat Pada Produksi Gula Dan Tetes Tebu</u>	
Makkulau, Susanti Linuwih, Puhadi, dan Muhammad Mashuri.....	334
<u>Interpolasi Spasial Cokriging bagi Pemetaan Fosfor Tanah Sawah</u>	
Mohammad Masjkur.....	351
<u>Perbandingan Model Respon Pemupukan Nitrogen Pada Padi Sawah</u>	
Mohammad Masjkur, Maman Rusman	368

<u>Estimasi Parameter Dan Pengujian Hipotesis Model Linier Spatial Univariat Dengan Metode Maksimum Likelihood Terboboti</u>	
Sri Harini, Puhadi, Muhammad Mashuri, Sony Sunaryo	385
<u>Value at Risk pada Varianasi Minimum dengan Volatilitas tak Konstan</u>	
Sukono, Subanar, Dedi Rosadi	393
<u>Volatilitas Model FIGARCH Untuk Perhitungan Value at Risk</u>	
Sukono, Subanar & Dedi Rosadi	405
<u>OLS, LASSO and PLS Methods on Correlated Data</u>	
Yuliani Setia Dewi.....	417
<u>Analisis Ragam Peubah Ganda (Manova) Pada Rancangan Acak Lengkap(Ral) Pola Faktorial</u>	
Yuliani S.Dewi , Kensiwi Atiulloh.....	432
<u>Implementasi Open Source Software (OSS) R Pada Model Regresi Nonparametrik Dengan Error Lognormal Berdasarkan Estimator Robust Least Median Squares (LMS)</u>	
Nur Chamidah, Toha Saifudin, I Made Tirta, Budi Lestari.....	443
BIDANG TERAPAN	
<u>Peredaman Getaran Berekstasi Sendiri Menggunakan Eksitasi Parametrik</u>	
Abadi.....	455
<u>Algoritma Untuk Membangkitkan Data Sensor Kanan</u>	
Aceng Komarudin Mutaqin	466
<u>Distribusi Outstanding Claims Liability Berdasarkan Data Klaim Individu: Studi Kasus Di Asuransi Mobil</u>	
Aceng Komarudin, Dumaria R, Tampubolon, Sutawanir Darwi	474
<u>Peramalan Tingkat Suku Bunga Sertifikat Bank Indonesia Berdasarkan Data Fuzzy Time Series Multivariat</u>	
Agus Maman Abadi, Subanar, Widodo, Samsubar Saleh.....	487
<u>Penentuan Waktu Awal Tercepat Pada Jaringan Kabur Dengan Menggunakan Aljabar Max-Plus Bilangan Kabur</u>	
M. Andy Rudhito, Sri Wahyuni, Ari Suparwanto, F. Susilo	500
<u>Simulasi Penyebaran Aliran Debris 1 Dimensi Dengan Metoda Beda Hingga</u>	
Bandung Arry Sanjoyo, Dieky Adzkiya,Lantip Trisunarno.....	510

<u>Penerapan Model Kriging Untuk Memodelkan Fenomena Teknik Aerodinamika</u>	
Budhi Handoko	521
<u>Analisis Terhadap Tingkat Kepuasan Pelanggan Restoran “Dundee” Delta Plaza Surabaya</u>	
Destri Susilaningrum	530
<u>Penentuan Rute Terpendek Pada <i>Traveling Salesmen Problem</i> Dengan <i>Simulated Annealing</i></u>	
Dian Savitri	544
<u>Pemanfaatan Fungsi Spline Linear Pada <i>Stereo Vision</i></u>	
Dwiretno Istiyadi Swasono, Handayani Tjandrasa	555
<u>Factors That Influenced To The Satisfaction Of Skin Treatment Services To Customers</u>	
Edy Widodo, Dewi Suryaningrum	570
<u>Analysis Value At Risk (Var) Of Portofolio With Variance Covariance Methode</u>	
Edy Widodo & Halimatus Sa’adah.....	585
<u>Estimasi Penyebaran Polutan Di Udara</u>	
E. Apriliani, L. Hanafi, N. Wahyuningsih.....	599
<u>The Application Of Gap Analysis In Improving The Quality Of Transportation Services Trans Jogja</u>	
Kariyam, Ramdhani, B.E. , Wahyuni, A.T, Iswahyudi, H.	612
<u>Penentuan Kriteria Sistem Persediaan Dengan Pelayanan Dan <i>Retrial Of Customers</i> Pada <i>Current Inventory Level</i></u>	
Soehardjoepri	624
<u>Perancangan Dan Simulasi Sistem Kontrol Posisi Panel Surya Dengan Metode <i>Sliding Mode Control (Smc)</i></u>	
Mardlijah, M Arif Junaidi.....	637
<u>Model Inflasi Nasional Dengan Peredaran Mata Uang Dan Nilai Tukar Rupiah Terhadap Dolar</u>	
Nuri Wahyuningsih, Fitri Meita Sari	649
<u>Optimasi Pemilihan Tanaman Atau Ikan Yang Sesuai Dengan Potensi Suatu Daerah</u>	
Sulistiyo, Anisah.....	669

<u>Manajemen Traffic Light Berdasarkan Panjang Antrian Menggunakan Algoritma Genetik</u>	
Kiswara Agung S, Subanar	683
<u>Valuation Of Health Insurance Products Under Market-Consistent Approach</u>	
Adhitya Ronnie Effendie	696
<u>Pemodelan Dampak Tumbuhan Beracun Pada Dinamika Tumbuhan Herbivora</u>	
Nur Kolis	700
BIDANG KEGURUAN	
<u>Peningkatan Kualitas Pembelajaran Matematika Melalui Kolaborasi Lesson Study Dan Metakognitif</u>	
Akhsanul In'am	710
<u>Proses Berpikir Analogi Siswa Dalam Memecahkan Masalah Matematika</u>	
Tatag Yuli Eko Siswono, Suwidiyanti.....	722
<u>Karakteristik Penanaman Nilai Disiplin Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika</u>	
Bambang Suharjo.....	726
<u>Karakteristik Abstraksi Reflektif Dalam Pemecahan Masalah Matematika</u>	
Binur Panjaitan, M.....	753
<u>Penerapan Pendekatan <i>Open-Ended</i> untuk meningkatkan hasil belajar</u>	
Edy Wihardjo, Christine Wulandari, Yulianti	768
<u>Penggunaan Kriptografi Pada Pembelajaran Matriks Di Kelas XII</u>	
Ella Nurfalih, Intan Muchtadi	780
<u>Praktikum Untuk Kalkulus</u>	
Endah Asmawati, Joice Ruth Juliana.....	791
<u>Wacana Pengembangan Profesi Guru Matematika</u>	
Gerzon Seran, Santje M. Salajang	800
<u>Aktivitas Siswa dalam Pembelajaran Matematika menurut Model STAD</u>	
Gerzon Seran & Santje M. Salajang	811

<u>karakteristik Pemahaman Konsep Mahasiswa Fi</u> Herry Agus Susanto	823
<u>Konstruktivisme Dan Pemahaman Konsep</u> Herry Agus Susanto	837
<u>Desain Pembelajaran Matematika Realistik (Pmri) Dengan Setting Cooperative Learning Serta Pengaruhnya Terhadap Aktivitas Dan Hasil Belajar Siswa Sltip Kelas I, II, Dan III Di Kabupaten Jember</u> Hobri	847
<u>Penghalusan Pertanyaan Mahasiswa Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah</u> I Nengah Parta	890
<u>Tanggapan Siswa Terhadap Kegiatan Lesson Study Tahap Do (Pelaksanaan)</u> Indriati Nurul Hidayah.....	900
<u>Pemecahan Masalah Matematika Oleh Siswa</u> Janet Trineke Manoy	911
<u>Metode Belajar Semi-Mandiri Berbasis Kombinasi Belajar Individu Dan Kerja Kelompok Dalam Praktek Dan Teori</u> Joice Ruth Juliana, Endah Asmawati.....	922
<u>Identifikasi Proses Berpikir Anak Autis Dalam Menyelesaikan Soal Matematika</u> Kamid	930
<u>Aktifitas Metakognisi Dalam Memecahkan Masalah Matematika Formal Dan Kontekstual</u> Mustamin Anggo, Mikarna Haryani.....	944
<u>Alur Berpikir Mahasiswa Berkemampuan Sedang Dalam Memecahkan Masalah Matematika Berdasarkan Langkah-Langkah Polya</u> Nurdin	958
<u>Cara Mengetahui Metakognisi Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Pemecahan Masalah Matematika</u> Pradnyo Wijayanti	967
<u>Kemampuan Siswa “Camper” Di Kelas VII Sekolah Menenga Pertama Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika</u> Sudarman, Akina	986

<u>Peningkatan Kemampuan Koneksi Matematika Mahasiswa Program Studi Fisika Tahun Pertama dengan Model Pembelajaran Pendekatan <i>Open Ended</i> pada Matematika Dasar</u>	
Suharto, Arika, Susanto	999
<u>Proses Kognitif Pada Anak Tunanetra Dalam Menyelesaikan Permasalahan Persegi Panjang</u>	
Susanto.....	1010
<u>Proses Metakognisi Siswa Sma Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau Dari Perbedaan Gender</u>	
Theresia Kriswianti Nugrahaningsih	1024
<u>Pembelajaran Aljabar Linier Elementer Dengan Problem Posing</u>	
Tri Hapsari Utami, Indriati Nurul Hidayah	1044
<u>Visualisasi Ungkapan Geometris Siswa Smp</u>	
I Wayan Ponter	1053
<u>Profil Proses Kognitif Siswa Sd Dalam Pemecahan Masalah Matematika Yang Terkait Dengan Sifat Komutatif Penjumlahan Bilangan Cacah</u>	
Wilmintjie Mataheru.....	1068
<u>Strategi <i>Bermain Dengan Alam</i> Dalam Pembelajaran Konsep Geometri Dimensi Tiga Untuk Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Dan <i>Soft Skillss</i> Siswa Kelas X MM SMK Negeri 1 Jember</u>	
Priwahyu Hartanti	1083
<u>Membelajarkan Matematika Untuk Membangun Bangsa Unggulan Dalam Sains, Teknologi, Dan Industri</u>	
Abdur Rahman As'ari.....	1095
<u>INDEKS PENULIS</u>	1106
<u>INDEKS SUBYEK</u>	1110

DISTRIBUSI *OUTSTANDING CLAIMS LIABILITY* BERDASARKAN DATA KLAIM INDIVIDU: STUDI KASUS DI ASURANSI MOBIL**Aceng K. Mutaqin^{1,2)}, Dumaria R. Tampubolon²⁾, dan Sutawanir Darwis²⁾**

¹⁾ Program Studi Statistika Fakultas MIPA Universitas Islam Bandung
Jln. Purnawarman No. 63 Bandung 40116, e-mail: s307_aceng@students.itb.ac.id

²⁾ Kelompok Keahlian Statistika Fakultas MIPA, Institut Teknologi Bandung
Jln. Ganesha No. 10 Bandung 40132

e-mail: dumaria@math.itb.ac.id, and sdarwis@math.itb.ac.id

Abstrak

Dalam bisnis asuransi umum, ada dua metodologi untuk menaksir total *outstanding claims liability* (OCL), yaitu berdasarkan data klaim *aggregate* dan data klaim individu. Makalah ini membahas suatu metodologi untuk menaksir distribusi OCL menggunakan data klaim individu, yang dibangun oleh Wright pada tahun 1997. Metodologi ini memerlukan data banyaknya klaim dan data besarnya klaim untuk masing-masing klaim yang dilaporkan. Ada tiga tahapan dalam metodologi ini: (i) menentukan distribusi peluang untuk banyaknya pembayaran klaim; (ii) menentukan distribusi peluang untuk besarnya pembayaran klaim; dan (iii) menggunakan distribusi peluang yang diperoleh di tahap (i) dan (ii) untuk mendapatkan distribusi OCL. Metodologi diilustrasikan dengan menggunakan data klaim individu asuransi mobil. Hasilnya menunjukkan bahwa bentuk distribusi total OCL adalah *skewed-to-the-right* dengan taksiran rata-rata total OCL sekitar Rp. 909 juta; taksiran simpangan baku total OCL sekitar Rp. 144 juta; dan taksiran persentil ke-75 dari distribusi OCL sekitar Rp. 1,01 miliar.

Kata Kunci: *Outstanding claims liability, individual data, run-off triangle data, mixture distribution, compound distribution.*

1. Pendahuluan

Menaksir total cadangan uang di masa datang untuk membayar klaim-klaim yang telah dan akan terjadi merupakan pekerjaan penting bagi perusahaan asuransi. Pertanggungjawaban perusahaan terhadap klaim-klaim yang telah terjadi dan belum dibayarkan tersebut disebut *outstanding claims liability* (OCL). Disebut *outstanding claims* karena adanya rentang waktu antara terjadinya klaim sampai klaim tersebut diselesaikan, sehingga klaim baru bisa diselesaikan setelah menunggu waktu yang lama sejak klaim terjadi.

Perhitungan OCL biasanya diselesaikan dengan menggunakan metode stokastik. Ini terjadi karena total uang dan waktu pembayaran klaim bersifat acak, hal

ini membuat ketidakpastian mengenai OCL. Derajat ketidakpastiannya tergantung pada kelas bisnis yang diambil. Secara umum ada dua kelas bisnis, yaitu *short-tail* dan *long-tail* (Olofsson, 2006). Kelas bisnis *short-tail* adalah suatu bisnis dimana penundaan antara terjadinya klaim dan waktu penyelesaiannya singkat, seringkali kurang dari satu tahun. Contoh dari kelas bisnis *short-tail* adalah asuransi kebakaran, asuransi gempa bumi, dan asuransi kerusakan fisik mobil. Kelas bisnis *long-tail* adalah suatu bisnis dimana penundaan antara terjadinya klaim dan waktu penyelesaiannya lama, mungkin lebih dari satu tahun (seringkali lebih dari lima tahun (Atkins, 2001)). Contoh dari kelas bisnis *long-tail* adalah asuransi pertanggung jawaban pihak ketiga, asuransi pesawat terbang, asuransi malpraktik medis, reasuransi, dan asuransi laut.

Umumnya penaksiran OCL terbagi dalam dua bagian besar, yaitu berdasarkan data klaim *aggregate (run-off triangle data)* dan berdasarkan data klaim individu. England & Verrall (2002) menyatakan bahwa hasil yang berdasarkan pada data klaim individu akan lebih baik dan bermanfaat dibandingkan dengan metode *aggregate*. Sementara itu Taylor *et al.* (2003) menyatakan bahwa awal berkembangnya metode *aggregate* karena adanya keterbatasan dalam masalah komputasi.

Metode *aggregate* seringkali layak digunakan jika bentuk *run-off triangle*-nya stabil (De Alba, 2006). Wright (2007) menyatakan bahwa pada kenyataannya pemodelan data *aggregate* secara probabilistik rumit karena distribusinya tergantung pada frekuensi dan total pembayaran klaim individu. Alternatifnya adalah dengan memodelkan klaim-klaim individu secara langsung. Wright (2007) menyatakan bahwa analisis klaim individu sangat bermanfaat (i) untuk *run-off triangle* yang tidak stabil, (ii) jika banyaknya klaimnya sedikit, (iii) jika ada kovariat kontinu.

Salah satu metodologi penaksiran OCL berdasarkan data klaim individu dibangun oleh Wright (1997). Wright memodelkan data klaim individu yang dibayarkan menggunakan prinsip *collective risk model* untuk menghasilkan distribusi peluang dari total OCL. Secara umum ada tiga tahapan penting yang dilakukan:

- (i) membangun distribusi untuk banyaknya pembayaran klaim di masa datang.
- (ii) membangun distribusi untuk total pembayaran klaim di masa datang pada tingkat individu pemegang polis menggunakan konsep *mixture distribution*.
- (iii) mengkombinasikan distribusi pada tahap (i) dan (ii), untuk mendapatkan distribusi total OCL.

Pemodelan yang dilakukan oleh Wright hanya dapat digunakan jika setiap klaim diselesaikan dalam sekali pembayaran. Tujuan dari makalah ini adalah menaksir distribusi dari taksiran OCL menggunakan pendekatan yang dibangun oleh Wright (1997) untuk data klaim produk asuransi mobil di perusahaan asuransi PT XYZ.

Sisa dari makalah ini disusun sebagai berikut. OCL dibahas pada Bagian 2. Uraian mengenai data klaim asuransi mobil PT XYZ ditampilkan dalam Bagian 3. Bagian 4 menguraikan *compound distribution* dari OCL. Sedangkan bagian terakhir berisikan aplikasi *compound distribution* untuk data klaim di PT XYZ.

2. Outstanding Claims Liability

Misalkan D_{ij} menyatakan peubah acak dalam bentuk *incremental* (bisa berupa banyaknya klaim atau total pembayaran klaim) untuk klaim-klaim yang terjadi pada *accident period* i dan dibayarkan pada *development period* j , dimana $1 \leq i \leq n$, dan $1 \leq j \leq n$. Peubah acak D_{ij} mempunyai pengamatan jika $i + j \leq n + 1$ (*run-off triangle data*), lainnya merupakan pengamatan-pengamatan yang akan datang (*outstanding claims*) dan berada dalam *future triangle* (Olofsson, 2006). Umumnya satuan dari *period* adalah tahun, tapi mungkin juga kuartal (lihat Taylor & McGuire (2004)).

Tabel 1 mengilustrasikan *run-off triangle data* dan *future triangle data* dalam bentuk *incremental*. *Run-off triangle data* adalah sel-sel D_{ij} yang berwarna putih sedangkan *future triangle data* adalah sel-sel D_{ij} yang berwarna abu-abu.

Outstanding claims liability untuk *accident period* i (R_i) didefinisikan sebagai

$$R_i = \sum_{k=n+2-i}^n D_{ik} ; \text{ untuk } i = 2, \dots, n \quad (1)$$

Sedangkan total *outstanding claims liability* (R) adalah

$$R = \sum_{i=2}^n \sum_{k=n+2-i}^n D_{ik}$$

(2)

Tabel 1.

Run-off Triangle Data dan Future Triangle Data dalam Bentuk Incremental

Accident Period	Development Period						
	1	2	...	j	...	$n-1$	n
1	D_{11}	D_{12}	...	D_{1j}	...	$D_{1,n-1}$	D_{1n}
2	D_{21}	D_{22}	...	D_{2j}	...	$D_{2,n-1}$	D_{2n}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\ddots	\vdots
i	D_{i1}	D_{i2}	...	D_{ij}	\ddots	$D_{i,n-1}$	D_{in}
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\ddots	\vdots	\vdots	\vdots
$n-1$	$D_{n-1,1}$	$D_{n-1,2}$	\ddots	$D_{n-1,j}$...	$D_{n-1,n-1}$	$D_{n-1,n}$
n	$D_{n,1}$	$D_{n,2}$...	$D_{n,j}$...	$D_{n,n-1}$	$D_{n,n}$

3. Compound Distribution dari OCL

Misalkan S , menyatakan total pembayaran klaim di masa datang (atau OCL), yaitu jumlah dari suatu peubah acak, N , pembayaran individu X_1, X_2, \dots, X_N . Oleh karenanya,

$$S = X_1 + X_2 + \dots + X_N; \text{ untuk } N = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

dimana $S = 0$, ketika $N = 0$.

Klugman *et al.* (2004) mendefinisikan bahwa *collective risk model* mempunyai bentuk seperti pada Persamaan (3) dimana X_j merupakan peubah acak yang saling bebas dan berdistribusi identik (*independent and identically distributed – iid*), kecuali selainnya ditetapkan. Asumsi-asumsinya adalah:

1. Bersyarat pada $N = n$, peubah acak X_1, X_2, \dots, X_n adalah iid.
2. Bersyarat pada $N = n$, distribusi dari peubah acak X_1, X_2, \dots, X_n tidak tergantung pada n .
3. Distribusi dari N tidak tergantung pada nilai-nilai dari X_1, X_2, \dots

Pendekatan untuk membangun distribusi dari S adalah melalui tahapan berikut:

1. Membangun distribusi untuk N berdasarkan data.
2. Membangun distribusi untuk X_j berdasarkan data.
3. Menggunakan kedua distribusi di atas, untuk membangun distribusi dari S .

Peubah acak S yang ada pada Persamaan (3) mempunyai fungsi distribusi

$$\begin{aligned} F_S(x) &= \Pr(S \leq x) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n F_X^{*n}(x) \end{aligned} \quad (4)$$

dimana $F_X(x) = \Pr(X \leq x)$ adalah fungsi distribusi dari X_j dan $p_n = \Pr(N = n)$. Dalam Persamaan (5), $F_X^{*n}(x)$ adalah “ n -fold convolution” dari fungsi distribusi kumulatif peubah acak X . Distribusi pada Persamaan (4) disebut sebagai *compound distribution* dan fungsi peluang untuk distribusi total pembayaran klaim di masa datang adalah

$$f_S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n f_X^{*n}(x) \quad (5)$$

Ekspektasi dari variansi dari peubah acak S adalah

$$\begin{aligned} E(S) &= E(N)E(X) \\ (6) \\ \text{Var}(S) &= E(N)\text{Var}(X) + \text{Var}(N)[E(X)]^2 \end{aligned} \quad (7)$$

4. Data Klaim Asuransi Mobil

Data yang akan digunakan untuk studi kasus dalam makalah ini adalah data klaim produk asuransi mobil yang ada di perusahaan asuransi PT XYZ di Bandung, Jawa Barat. Data yang menjadi perhatian adalah data klaim yang terjadi pada tahun 2005 hingga 2007. Peubah-peubah yang terdapat dalam data klaim tersebut adalah (i) nomor polis, (ii) nama tertanggung, (iii) nomor klaim, (iv) tanggal kejadian, (v) nilai kerugian, dan (vi) tanggal pembayaran. Data banyaknya pembayaran klaim dapat disajikan dalam Tabel 2.

Tabel 2.

Data Banyaknya Pembayaran Klaim

Banyaknya Pembayaran Klaim		Development Period			Total
		0	1	2	
Accident Period	2005	71	51	3	125
	2006	191	118		309
	2007	231			231
Total		493	169	3	665

Maksud dari data di atas adalah sebagai berikut. Sebagai contoh, perhatikan data untuk *accident period* 2005. Banyaknya klaim yang terjadi di tahun 2005 dan dibayarkan di tahun 2005 adalah 71 klaim. Banyaknya klaim yang terjadi di tahun 2005 dan dibayarkan di tahun 2006 adalah 51 klaim. Banyaknya klaim yang terjadi di tahun 2005 dan dibayarkan di tahun 2007 adalah 3 klaim.

Selain data banyaknya pembayaran klaim, data total pembayaran klaim juga menjadi perhatian yang menjadi perhatian. Sebagian dari data total pembayaran klaim tersebut disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3.

Contoh Data Total Pembayaran Klaim

No.	Accident Period	Development Period	Total Pembayaran Klaim
1	2005	2005	400.000,00
2	2005	2005	7.225.000,00
⋮	⋮	⋮	⋮
71	2005	2005	10.600.000,00
72	2005	2006	1.149.999,00
⋮	⋮	⋮	⋮
664	2007	2007	2.365.000,00
665	2007	2007	476.000,00

5. Aplikasi Compound Distribution untuk Data Klaim Asuransi Mobil

5.1 Distribusi Peluang Banyaknya Pembayaran Klaim di Masa Datang

Berdasarkan data banyaknya pembayaran klaim pada Tabel 2 dapat dihitung taksiran banyaknya pembayaran klaim di masa datang. Dengan menggunakan metode chain ladder deterministik (Mack, 1993), maka hasil taksirannya (sel-sel yang berwarna abu-abu) disajikan dalam Tabel 4.

Berdasarkan Tabel 4, terlihat bahwa taksiran banyaknya klaim yang terjadi di tahun 2006 dan dibayarkan di tahun 2008 ada 7,6 klaim; taksiran banyaknya klaim yang terjadi di tahun 2007 dan dibayarkan di tahun 2008 ada 149 klaim; dan taksiran banyaknya klaim yang terjadi di tahun 2007 dan dibayarkan di tahun 2009 ada 9,3 klaim.

Tabel 4.

Taksiran Banyaknya Pembayaran Klaim

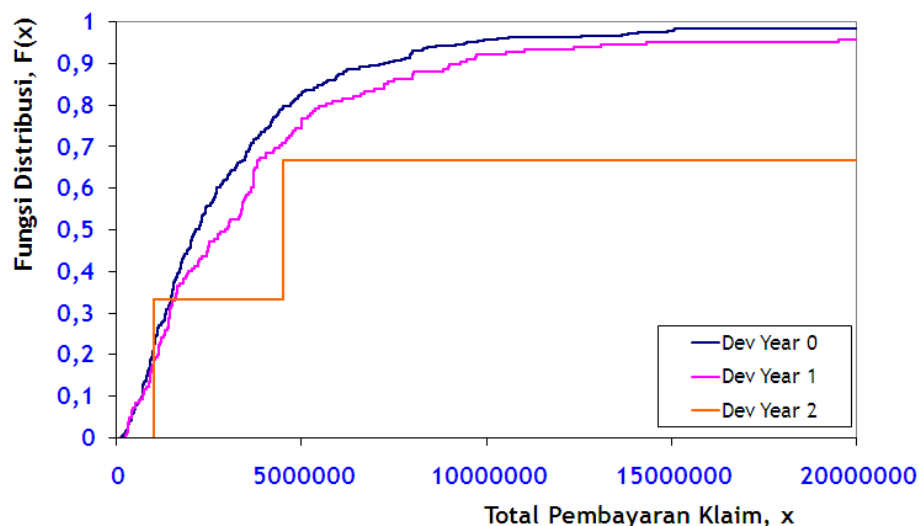
Banyaknya Pembayaran Klaim		Development Period			Total
		0	1	2	
<i>Accident Period</i>	2005	71	51	3	
	2006	191	118	7,6	
	2007	231	149	9,3	
Total dalam Run-off Triangle		493	169	3	665,0
Taksiran Total dalam Future Triangle		0	149	16,9	165,9
Proporsi Taksiran Total		0	0,898	0,102	1
Bobot		0	0,882	5,65	

Catatan: proporsi, $p_1 = 149/165,9 = 0,898$, $p_2 = 16,9/165,9 = 0,102$

dan bobot, $w_1 = 149/169 = 0,882$, $w_2 = 16,9/3 = 5,65$

Wright (1997) memodelkan banyaknya pembayaran klaim di masa datang oleh distribusi binomial negatif. Ada dua alasan yang dikemukakan oleh Wright

(lihat Wright (1997)). Dalam makalah ini distribusi binomial negatif juga akan digunakan sebagai model untuk banyaknya pembayaran klaim di masa datang. Bentuk fungsi peluang untuk distribusi binomial negatifnya adalah yang ada pada Klugman *et al.* (2004, halaman 645). Taksiran parameternya menggunakan metode momen, dimana taksiran rata-rata banyaknya pembayaran klaim di masa datangnya merupakan taksiran yang diperoleh melalui metode chain ladder yaitu 165,9 (lihat Tabel 4), sedangkan taksiran variansinya adalah dua kali taksiran rata-ratanya (Wright, 1997) yaitu 331,8. Hasil taksiran parameternya adalah $\hat{\beta} = 1$, dan $\hat{r} = 165,9$.



Gambar 1.

Fungsi Distribusi Empirik Setiap *Development Year*

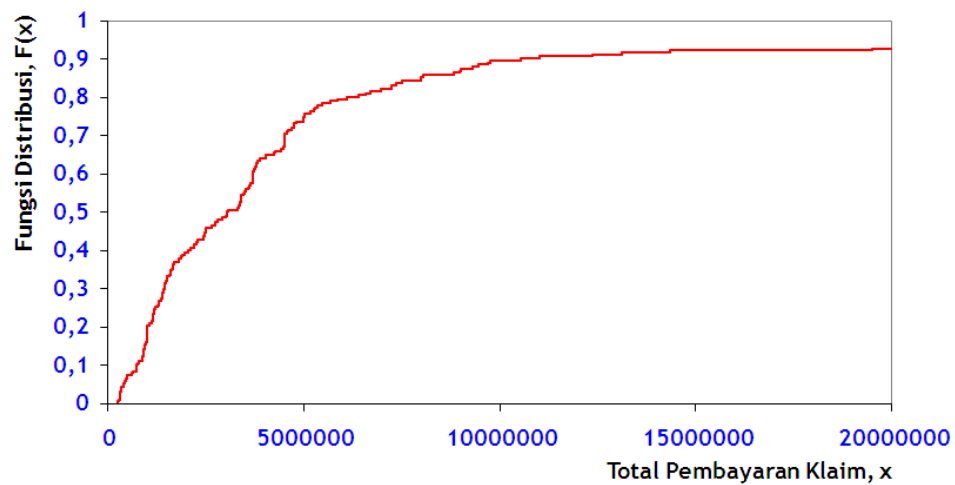
5.2 Distribusi Peluang Total Pembayaran Klaim di Masa Datang

Tahap pertama adalah membentuk distribusi empirik total pembayaran klaim di masa datang yang merupakan campuran (*mixture*) dari distribusi total pembayaran klaim pada *development year* 1 dan 2. Distribusi empirik tersebut bentuknya adalah

$$F(x) = \sum_{i=1}^2 p_i F_i(x) \quad (8)$$

dimana p_i menyatakan proporsi banyaknya pembayaran klaim di masa datang pada *development year* i (nilainya ada pada baris kedua terakhir di Tabel 4), dan $F_i(x)$

menyatakan fungsi distribusi empirik untuk total pembayaran klaim pada *development year i* (lihat Gambar 1). Fungsi $F(x)$ disajikan pada Gambar 2.



Gambar 2.

Fungsi Distribusi Empirik Campuran

Fungsi distribusi empirik campuran di atas dicocokkan dengan fungsi distribusi teoritik yang umumnya digunakan untuk memodelkan total pembayaran klaim. Dalam makalah ini, kandidat distribusi teoritikny adalah distribusi gamma, Weibull, dan lognormal (lihat Klugman *et al.* (2004)). Pencocokan distribusinya menggunakan data total pembayaran klaim individu dan bobot pada Tabel 4 baris terakhir. Bobotnya digunakan dalam fungsi *log-likelihood*, yaitu

$$L = \sum_j w_j \ln(f(x_j|\theta)) \quad (9)$$

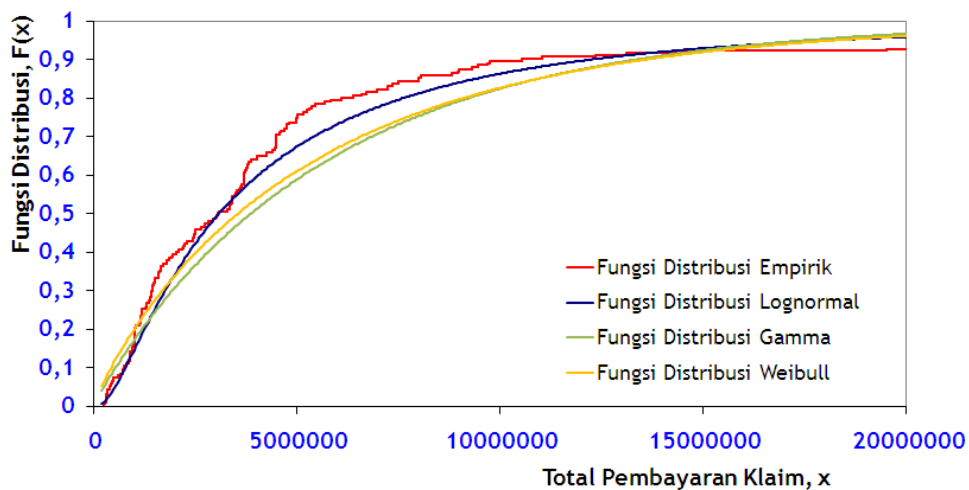
dimana w_j menyatakan bobot untuk pengamatan ke- j , $f(x_j|\theta)$ menyatakan fungsi densitas (gamma, Weibull, atau lognormal), dan θ menyatakan parameter dari fungsi densitas tersebut (mungkin satu atau lebih parameter). Data total pembayaran klaim pada *development year 1* diberi bobot sama yaitu w_1 , sedangkan data total pembayaran klaim pada *development year 2* diberi bobot sama yaitu w_2 . Hasil taksiran parameter untuk distribusi gamma, Weibull, dan lognormal dan nilai *log-likelihood*-nya disajikan pada Tabel 5. Pencocokan fungsi distribusi teoritikny diilustrasikan pada Gambar 3.

Tabel 5.

Taksiran Parameter dan Log-likelihood Distribusi Kandidat

Distribusi	Log-likelihood	$\hat{\alpha}$	$\hat{\theta}$	$\hat{\tau}$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Gamma	-2426,0771	0,9469	6017819,115			
Weibull	-2424,3212		5336198,601	0,8963		
Lognormal	-2407,9004				14,942	1,0721

Dengan bantuan *software* MINITAB 15, hasil uji kecocokan distribusi Anderson-Darling (Klugman *et al.*, 2004) menunjukkan bahwa distribusi lognormal paling cocok memodelkan distribusi total pembayaran klaim di masa datang (lihat Tabel 6).



Gambar 3.

Pencocokan Distribusi

Tabel 6.

Uji Kecocokan Anderson-Darling

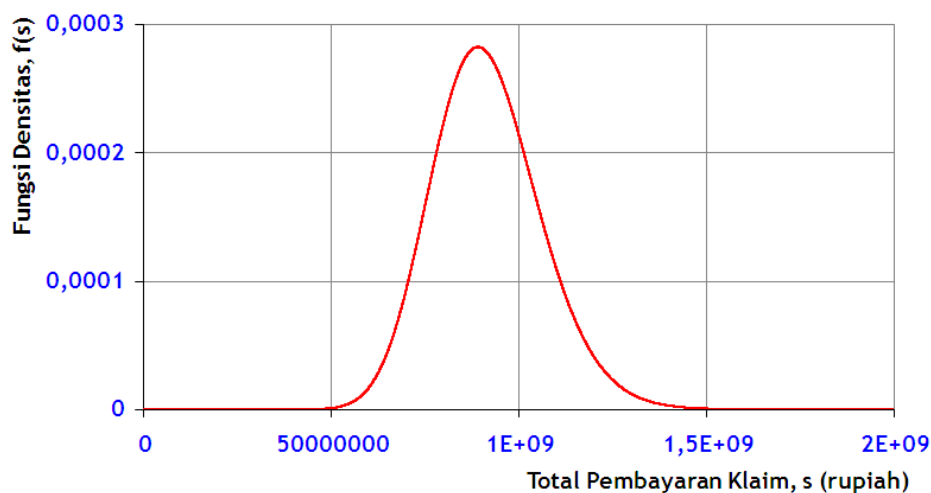
Distribusi	Nilai AD	<i>p-value</i>
Gamma	4,963	0,004
Weibull	4,151	0,008

Lognormal	0,759	>0,250
-----------	-------	--------

5.3 Distribusi Peluang Total OCL

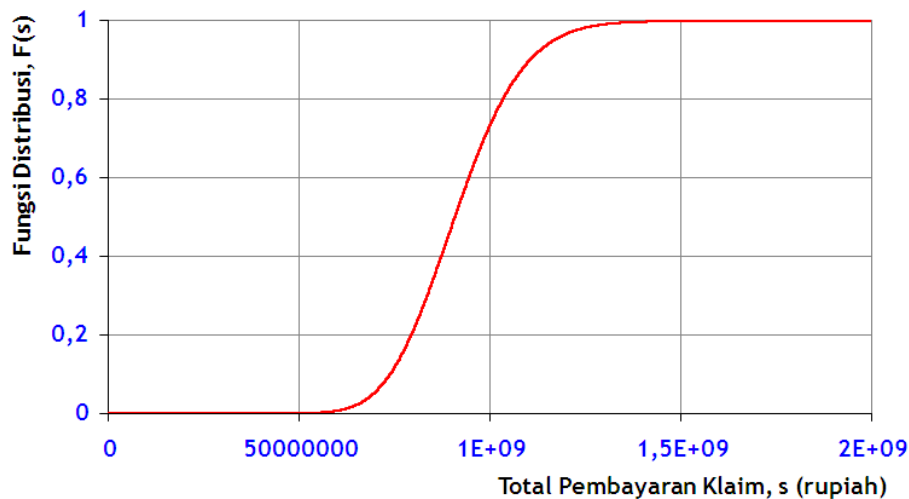
Distribusi peluang total OCL (S) diaproksimasi menggunakan Persamaan (5), dimana peubah acak N , banyaknya pembayaran klaim di masa datang mengikuti distribusi binomial negatif dengan taksiran parameter $\hat{\beta} = 1$, dan $\hat{r} = 165,9$, dan peubah acak X , total pembayaran klaim di masa datang mengikuti lognormal dengan taksiran parameter $\hat{\mu} = 14,942$, dan $\hat{\sigma} = 1,0721$. Sebelum menggunakan Persamaan (5), terlebih dahulu dilakukan pendiskritan untuk total pembayaran klaim di masa datang. Pendiskritan dilakukan dengan jalan membuat selang-selang dalam rentang 0 – 300.000.000, dimana masing-masing selang lebarnya 100.000. Dengan demikian ada sebanyak 3.000 selang.

Dengan mengkombinasikan distribusi binomial negatif dan distribusi lognormal akan diperoleh distribusi total OCL yang gambar fungsi densitas dan fungsi distribusinya masing-masing diilustrasikan pada Gambar 4 dan 5.



Gambar 4.

Fungsi Densitas untuk Distribusi Total OCL



Gambar 5.

Fungsi Distribusi Total OCL

Taksiran rata-rata distribusi total OCL adalah Rp. 909.207.957,58, dan taksiran simpangan bakunya adalah Rp. 143.910.718,47. Taksiran persentil ke-75 dari distribusi total OCL adalah sekitar Rp. 1.009.000.000,00. Terlihat bahwa distribusi dari total OCL adalah *skewed-to-the-right* (condong ke kiri atau ekornya di kanan).

Daftar Pustaka

- Atkins, G. 2001. The Role of Modelling Long Tail Classes of Business Risk in Managing Capital. *Proceedings of the 2001 Conference on Enhancing Shareholder Value through Capital Risk Management*: 41-72.
- De Alba, E. 2006. Claim Reserving When There are Negative Values in Runoff Triangle: Bayesian Analysis Using the Three-Parameter Log-Normal Distribution. *North American Actuarial Journal* Vol. 10, No. 3: 45–59.
- England, P. D., dan Verrall, R. J. 2002. *Stochastic Claims Reserving in General Insurance*. <http://www.actuaries.org.uk/files/pdf/sessional/sm0201.pdf>. [7 Oktober 2007].
- Klugman, S. A., Panjer, H. H., Willmot, G. E. 2004. *Loss Models: From Data to Decisions*. John Wiley & Sons: New Jersey.
- Mack, T. 1993. Distribution-free Calculation of the Standard Error of Chain Ladder Reserves Estimates. *ASTIN BULLETIN*, Vol. 23, No. 2: 213–225.
- Olofsson, M. 2006. *Stochastic Loss Reserving Testing the New Guidelines from the Australian Prudential Regulation Authority (APRA) on Swedish Portfolio Data Using a Bootstrap Simulation and Distribution-Free Method by Thomas Mack*. <http://www.math.su.se/mathstat/reports/serieb/2006/rep13/report.pdf>. [7 Oktober 2007].

- Taylor, G., dan McGuire, G. 2004. *Loss Reserving with GLMs: a Case Study*. Casualty Actuarial Society 2004 Discussion Paper Program, 327-392. Paper ini dipresentasikan pada CAS Spring 2004 Meeting, Colorado Spring, CO, May 16-19 2004. <http://www.casact.org/pubs/dpp/dpp04/04dpp327.pdf>. [24 Desember 2007].
- Taylor, G., McGuire, G., dan Greenfield, A. 2003. *Loss Reserving: Past, Present and Future*. Invited Lecture untuk the XXXIV ASTIN Colloquium, Berlin, 24-27 August 2003. Diproduksi ulang pada The Research Paper Series of the Centre for Actuarial Studies, University of Melbourne. <http://www.economics.unimelb.edu.au/SITE/actwww/html/n0109.pdf>. [24 Desember 2007].
- Wright, T. S. 1997. *Probability Distribution of Outstanding Liability from Individual payments Data*. Insitute of Actuaries Claims Reserving Manual, Section D7. www.actuaries.org.uk.
- Wright, T. S. 2007. *Using Individual Claim Data*. Dipresentasikan pada Stochastic Reserving Seminar. http://www.actuaries.org.uk/data/assets/pdf_file/0011/103205/11_Wright.pdf. [26 Januari 2008].