

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

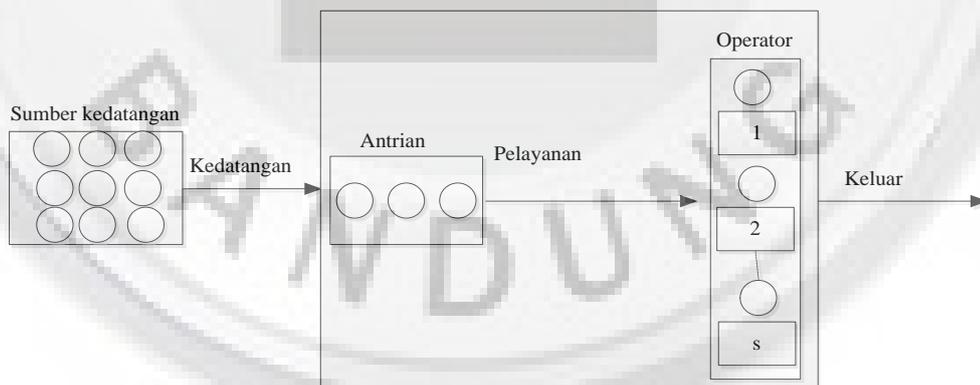
2.1 Teori Antrian

Pada dasarnya, antrian dihasilkan dari permintaan sementara melebihi kapasitas layanan fasilitas, setiap kali pelanggan yang tiba tidak bisa menerima pelayanan segera karena semua server sibuk. Situasi ini adalah hampir selalu terjadi di beberapa waktu dalam setiap sistem yang memiliki kedatangan probabilistik dan pola layanan (Jensen dan Bard, 2003).

Teori antrian adalah teori yang menyangkut studi matematis dan baris-baris penungguan. Formasi ini merupakan fenomena yang sering terjadi jika kebutuhan akan sesuatu pelayanan yang tersedia untuk menyelenggarakan pelayanan tersebut (Dimiyati, 1992).

Proses antrian (*queueing process*) adalah suatu proses yang berhubungan dengan kedatangan konsumen pada suatu fasilitas pelayanan, kemudian menunggu dalam suatu barisan (antrian) bila fasilitas pelayanan sedang sibuk konsumen tersebut akan menunggu dan konsumen akan meninggalkan fasilitas pelayanan tersebut apabila sudah mendapatkan pelayanan.

Komponen dasar proses antrian adalah kedatangan, pelayanan dan antri disajikan pada gambar 2.1.



Gambar 2. 1 Komponen Sistem Antrian

Sumber : Jensen dan Bard (2002)

Karakteristik dalam sistem antrian menurut Heizer dan Render (2004) adalah sebagai berikut:

1. Kedatangan atau input ke sistem. Ini memiliki karakteristik seperti ukuran populasi, perilaku dan distribusi statistik.
2. Antrian disiplin, atau antrian itu sendiri. Karakteristik antrian termasuk apakah itu terbatas atau tidak terbatas panjang dan disiplin orang atau barang di dalamnya.
3. Fasilitas layanan. Karakteristiknya meliputi desain dan distribusi statistik layanan.

Disiplin antrian adalah suatu aturan dimana para pelanggan dilayani, atau disiplin pelayanan (*service discipline*) yang memuat urutan (*order*) para pelanggan menerima layanan. Aturan pelayanan menurut urutan kedatangan dapat didasarkan pada:

1. Pertama Masuk Pertama Keluar (FIFO)

First In First Out (FIFO) merupakan suatu peraturan dimana yang akan dilayani terlebih dahulu adalah pelanggan yang datang terlebih dahulu. FIFO ini sering disebut juga FCFS (*First Come First Served*), contohnya dapat dilihat pada antrian loket-loket penjualan karcis kereta api.

2. Terakhir Masuk Pertama Keluar (LIFO)

Last In First Out (LIFO) merupakan antrian dimana yang datang paling akhir adalah yang dilayani paling pertama. LIFO ini sering disebut juga LCFS (*Last Come First Served*), contohnya adalah pada sistem bongkar muat barang dalam truk, dimana barang yang masuk terakhir justru akan keluar terlebih dahulu.

3. Pelayanan Dalam Urutan *Random* (SIRO)

Service In Random Order (SIRO) dimana pelayanan dilakukan secara *random*. Contohnya pada arisan, dimana pelayanan atau *service* dilakukan berdasarkan undian (*random*).

4. Pelayanan Berdasarkan Prioritas (PS)

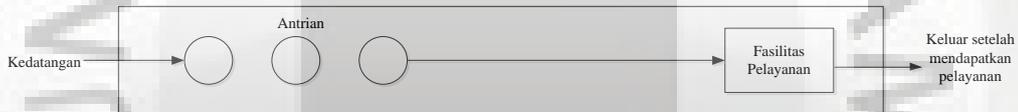
Priority Service (PS) dimana pelayanan jenis ini didasarkan pada prioritas khusus. Contohnya dalam suatu pesta dimana tamu-tamu yang dikategorikan VIP akan dilayani terlebih dahulu.

Fasilitas pelayanan adalah cara untuk menentukan apakah antrian tersebut memiliki jalur pelayanan yang tunggal atau berganda. Menurut Heizer dan Render (2004) fasilitas pelayanan dapat digolongkan menjadi seperti berikut:

1. *Single - Channel, Single - Phase System*

Single channel berarti hanya ada satu jalur yang memasuki sistem pelayanan atau ada satu fasilitas pelayanan. *Single phase* berarti hanya ada satu fasilitas pelayanan. Contohnya adalah sebuah kantor pos yang hanya mempunyai satu loket pelayanan dengan jalur satu antrian, supermarket yang hanya memiliki satu kasir sebagai tempat pembayaran, dan lain-lain.

single - channel, single - phase system akan dijelaskan pada gambar 2.2.



Gambar 2. 2 *Single - Channel, Single – Phase System*

Sumber : Heizer dan Render (2002)

2. *Single – Channel, Multiphase System*

Sistem antrian jalur tunggal dengan tahapan berganda ini atau menunjukkan ada dua atau lebih pelayanan yang dilaksanakan secara berurutan. Sebagai contoh adalah pencucian mobil, tukang cat mobil, dan sebagainya. *Single – channel, multiphase system* akan dijelaskan pada gambar 2.3.

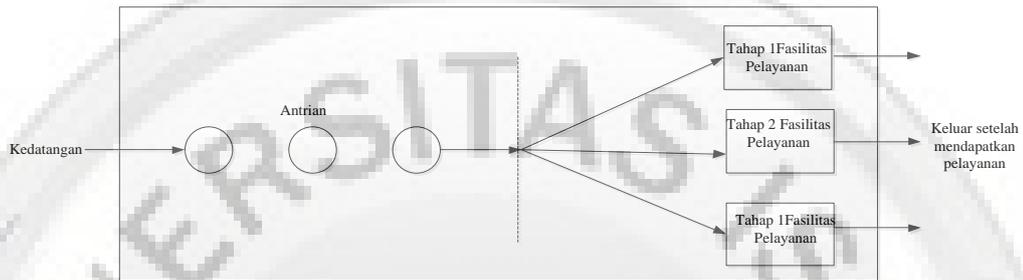


Gambar 2. 3 *Single - Channel, Multiphase System*

Sumber : Heizer dan Render (2002)

3. *Multichannel, Single – Phase System*

Sistem *multichannel, single – phase system* terjadi di mana ada dua atau lebih fasilitas pelayanan dialiri oleh antrian tunggal. Contohnya adalah antrian pada sebuah bank dengan beberapa teller, pembelian tiket atau karcis yang dilayani oleh beberapa loket, pembayaran dengan beberapa kasir, dan lain-lain. *Multichannel, single – phase system* akan dijelaskan pada gambar 2.4.

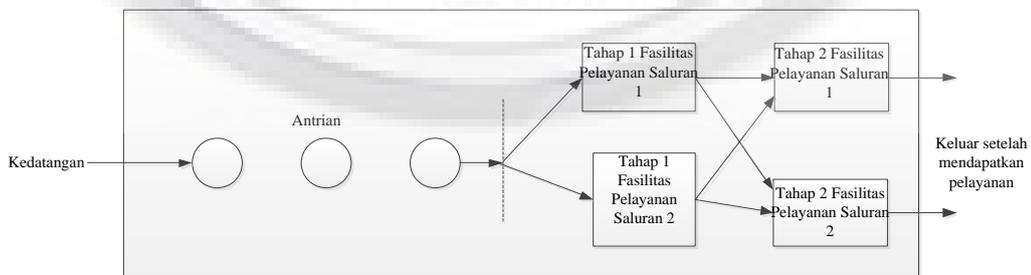


Gambar 2. 4 *Multichannel, Single – Phase System*

Sumber : Heizer dan Render (2002)

4. *Multichannel, Multiphase System*

Sistem *multichannel, multiphase system* ini menunjukkan bahwa setiap sistem mempunyai beberapa fasilitas pelayanan pada setiap tahap sehingga terdapat lebih dari satu pelanggan yang dapat dilayani pada waktu bersamaan. Contoh pada model ini adalah pada pelayanan yang diberikan kepada pasien di rumah sakit dimulai dari pendaftaran, diagnose, tindakan medis, sampai pembayaran, registrasi ulang mahasiswa baru pada sebuah universitas, dan lain-lain. *Multichannel, multiphase system* akan dijelaskan pada gambar 2.5.



Gambar 2. 5 *Multichannel, Multiphase System*

Sumber : Heizer dan Render (2002)

Model antrian dapat membantu para manajer untuk membuat keputusan, dengan cara menganalisis antrian lalu akan mendapat perolehan banyak ukuran kinerja sebuah antrian yang menurut Heizer dan Render (2004) meliputi:

1. Waktu rata-rata yang dihabiskan oleh pelanggan dalam antrian.
2. Rata-rata antrian panjang.
3. Waktu rata-rata yang dihabiskan oleh pelanggan dalam sistem (waktu tunggu ditambah waktu pelayanan).
4. Jumlah pelanggan rata-rata dalam sistem.
5. Probabilitas fasilitas pelayanan akan kosong.
6. Faktor utilisasi sistem.
7. Probabilitas sejumlah pelanggan berada dalam sistem.

Untuk mengoptimalkan waktu pelayanan, kita dapat menentukan waktu pelayanan, jumlah saluran antrian, jumlah pelayan yang tepat menggunakan model-model antrian. Ada empat model yang paling sering digunakan oleh Heizer dan Render (2004) dengan menggunakan asumsi kedatangan distribusi Poisson, penggunaan aturan FIFO, dan pelayanan satu tahap. Keterangan asumsi tersebut diringkas pada tabel 2.1.

Tabel 2. 1 Model Antrian

Model	Nama	Contoh	Jumlah Jalur	Pola Jumlah Tahapan	Pola Tingkat Kedatangan	Waktu Pelayanan	Ukuran Antrian	Aturan
A	Sistem sederhana (M/M/1)	Meja informasi di departemen store	Tunggal	Tunggal	Poisson	Eksponensial	Tidak terbatas	FIFO
B	Jalur berganda (M/M/S)	Loket tiket penerbangan	Berganda	Tunggal	Poisson	Eksponensial	Tidak terbatas	FIFO
C	Pelayanan konstan (M/D/1)	Tempat pencucian mobil otomatis	Tunggal	Tunggal	Poisson	Konstan	Tidak terbatas	FIFO
D	Populasi terbatas	Bengkel yang hanya memiliki selusin mesin yang dapat rusak	Tunggal	Tunggal	Poisson	Eksponensial	Terbatas	FIFO

Sumber : Heizer dan Render (2002)

Sumber input yang menghasilkan kedatangan atau pelanggan untuk layanan sistem memiliki tiga karakteristik utama. Penting untuk mempertimbangkan ukuran populasi, pola kedatangan di sistem antrian, dan perilaku kedatangan. Menurut Render, Stair dan Hanna (2008) ada tiga karakteristik kedatangan dalam antrian, yaitu:

1. Ukuran Populasi

Ukuran populasi bisa berasal dari populasi tidak terbatas (*unlimited / infinite*) atau populasi terbatas (*limited / finite*). Ketika jumlah pelanggan atau kedatangan pada saat tertentu adalah hanya sebagian kecil dari kedatangan potensial, populasi dianggap terbatas. Untuk contoh praktis, contoh populasi tidak terbatas termasuk mobil tiba di pintu tol jalan tol, pembeli tiba di supermarket, atau siswa datang untuk mendaftar untuk kelas di sebuah universitas besar. Kebanyakan model antrian mengasumsikan populasi tersebut tak terbatas. Ketika hal ini tidak terjadi, pemodelan menjadi jauh lebih kompleks. Contoh populasi terbatas adalah sebuah toko dengan hanya delapan mesin yang mungkin rusak dan membutuhkan layanan.

2. Pola Kedatangan Sistem Antrian

Pelanggan sampai pada fasilitas pelayanan menurut beberapa jadwal (misalnya, satu pasien setiap 15 menit atau satu siswa untuk dinasihati setiap setengah jam) atau mereka tiba secara acak. Kedatangan dianggap acak ketika mereka independen satu sama lain dan terjadinya mereka tidak dapat diprediksi dengan tepat. Dalam antrian sering terjadi masalah, jumlah kedatangan per unit waktu dapat diperkirakan oleh distribusi probabilitas yang dikenal sebagai distribusi Poisson. Untuk setiap tingkat kedatangan seperti dua pelanggan per jam, atau empat truk per menit, distribusi Poisson diskrit dapat dibuat dengan menggunakan rumus:

$$P(X) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^X}{X!}, \text{ untuk } X = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \dots \dots (2-1)$$

3. Perilaku Kedatangan

Model antrian berasumsi bahwa tiba pelanggan adalah pelanggan pasien. Pelanggan pasien adalah orang-orang atau mesin yang menunggu dalam antrian sampai mereka dilayani dan tidak beralih di antara baris.

Sayangnya, kehidupan dan analisis kuantitatif ini dipersulit oleh kenyataan orang telah diketahui menolak atau membatalkan. Penolakan mengacu kepada pelanggan untuk menolak untuk bergabung ke baris yang menunggu karena terlalu lama sesuai dengan kebutuhan atau kepentingan mereka. Pembatalan pelanggan masuk antrian tetapi kemudian menjadi tidak sabar dan pergi tanpa menyelesaikan transaksi mereka. Sebenarnya, kedua situasi ini hanya melayani untuk menonjolkan kebutuhan teori antrian dan menunggu analisis jalur.

2.2 Distribusi Poisson dan Distribusi Eksponensial

Distribusi Poisson adalah percobaan yang menghasilkan peubah *random* yang bernilai numerik, yaitu banyaknya hasil selama selang waktu tertentu atau dalam daerah tertentu (Walpole dan Myers, 1995).

Suatu percobaan Poisson mendapat namanya dari proses Poisson dan memiliki sifat berikut:

1. Banyaknya hasil yang terjadi dalam suatu selang waktu atau daerah tertentu tidak terpengaruh oleh (bebas dari) apa yang terjadi pada selang waktu atau daerah lain yang terpisah. Dalam hubungan ini proses Poisson dikatakan tak punya ingatan.
2. Peluang terjadinya suatu hasil (tunggal) dalam selang waktu yang amat pendek atau dalam daerah yang kecil sebanding dengan panjang selang waktu atau besarnya daerah dan tidak tergantung pada banyaknya hasil yang terjadi di luar selang waktu atau daerah tersebut.
3. Peluang terjadinya lebih dari satu hasil dalam selang waktu yang pendek atau daerah yang sempit tersebut dapat diabaikan.

Menurut Walpole dan Myers (1995) distribusi eksponensial adalah kegunaan yang jelas dari fungsi pembangkit momen ialah menentukan momen distribusi. Bila fungsi pembangkit momen suatu peubah *random* memang ada, fungsi itu dapat dipakai untuk membangkitkan atau menemukan sebuah momen dari peubah *random* tersebut, dengan menurunkan fungsi pembangkit momen hingga n kali. Dapat diketahui bahwa turunan pertamanya adalah rata-rata dan turunan keduanya adalah variansinya.

2.3 Proses Kedatangan Konsumen dan Proses Pelayanan Konsumen

Pada bagian ini akan dijelaskan mengenai proses kedatangan dan proses pelayanan menurut Taha (2002) yaitu:

1. Proses kedatangan

Menetapkan

$P_0(t)$ = probabilitas tidak ada kedatangan selama periode waktu t mengingat bahwa waktu antar kedatangan eksponensial dan bahwa tingkat kedatangan adalah pelanggan λ per satuan waktu,

$$\begin{aligned} P_0(t) &= P \{ \text{waktu antar kedatangan} \geq t \} \\ &= 1 - P \{ \text{waktu antar kedatangan} < t \} \\ &= 1 - (1 - e^{-\lambda t}) \\ &= e^{-\lambda t} \dots\dots\dots(2-1) \end{aligned}$$

Untuk interval waktu yang cukup kecil $h > 0$, kita memiliki

$$P_0(h) = e^{-\lambda h} = 1 - \lambda h + \frac{(\lambda h)^2}{2!} - \dots = 1 - \lambda h + 0(h)^2 \dots\dots\dots(2-2)$$

Distribusi eksponensial didasarkan pada asumsi bahwa selama $h > 0$, paling banyak satu acara (kedatangan) dapat terjadi. Demikian dengan $h \rightarrow 0$,

$$P_1(h) = 1 - P_0(h) \approx \lambda h \dots\dots\dots(2-3)$$

Hasil menunjukkan bahwa probabilitas kedatangan selama h berbanding lurus dengan h , dengan tingkat kedatangan, λ menjadi konstanta proporsionalitas.

untuk memperoleh distribusi jumlah kedatangan selama periode t , mengingat bahwa waktu antar kedatangan eksponensial dengan rata-rata $\frac{1}{\lambda}$, mendefinisikan

$P_n(t)$ = probabilitas kedatangan n selama t
untuk $h > 0$

$$P_n(t+h) \approx P_n(t)(1 - \lambda h) + P_{n-1}(t) \lambda h, n > 0 \dots\dots\dots(2-4)$$

$$P_0(t+h) \approx P_0(t)(1 - \lambda h), \quad n = 0 \dots\dots\dots(2-5)$$

Dalam persamaan pertama, n kedatangan akan terwujud selama $t + h$ jika ada pendatang n selama t dan tidak ada kedatangan selama h , atau $n - 1$ kedatangan selama t dan satu kedatangan selama h . semua kombinasi lainnya tidak diperbolehkan karena menurut distribusi eksponensial paling banyak satu kedatangan dapat terjadi selama periode h sangat kecil. hukum

produk probabilitas berlaku untuk sisi kanan dari persamaan karena kedatangan independen. Untuk persamaan kedua, nol kedatangan selama $t + h$ dapat terjadi hanya jika ada pendarang terjadi selama t dan h .

menata ulang syarat dan mengambil batas sebagai $h \rightarrow 0$, kita mendapatkan

$$P'n(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{Pn(t+h) - Pn(t)}{h} = -\lambda Pn(t) + \lambda Pn + 1(t), \quad n > 0 \dots (2-6)$$

$$P'o(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{Pn(t+h) - Pn(t)}{h} = -\lambda P_o(t), \quad n = 0 \dots (2-7)$$

Dimana $P'n(t)$ adalah turunan pertama $Pn(t)$ terhadap t .

solusi dari perbedaan diferensial sebelumnya persamaan hasil

$$Pn(t) = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}, \quad n = 0, 1, 2 \dots (2-8)$$

Ini adalah distribusi poisson dengan rata-rata $E\{n(t)\} = \lambda t$ kedatangan selama t .

hasil sebelumnya menunjukkan bahwa jika waktu antara kedatangan eksponensial dengan rata-rata $\frac{1}{\lambda}$ maka jumlah kedatangan selama t periode tertentu adalah Poisson dengan rata-rata λt .

2. Proses pelayanan

Dalam kebanyakan situasi antrian, kedatangan pelanggan terjadi secara benar-benar acak. keacakan berarti bahwa terjadinya suatu peristiwa (kedatangan pelanggan atau penyelesaian layanan) tidak dipengaruhi oleh lamanya waktu yang telah berlalu sejak terjadinya peristiwa terakhir.

Kedatangan antar acak dan layanan kali dijelaskan secara kuantitatif dalam model antrian dengan distribusi eksponensial, yang didefinisikan sebagai

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad t > 0 \dots (2-9)$$

bagian menunjukkan bahwa untuk distribusi eksponensial

$$E\{t\} = \frac{1}{\lambda}$$

$$P\{t \leq T\} = \int_0^T \lambda e^{-\lambda t} dt = 1 - e^{-\lambda T} \dots (2-10)$$

Mengingat distribusi eksponensial $f(t)$ mewakili waktu t , antara peristiwa yang berurutan. jika S adalah interval sejak terjadinya peristiwa terakhir, maka menyiratkan bahwa

$$P\{t > T + S | t > S\} = P\{t > T\} \dots\dots\dots(2-11)$$

untuk membuktikan hasil ini, kami mencatat bahwa untuk rata-rata eksponensial $\frac{1}{\lambda}$

demikian,

$$\begin{aligned} P\{t > T + S | t > S\} &= \frac{P\{t > T + S, t > S\}}{P\{t > S\}} = \frac{P\{t > T + S\}}{P\{t > S\}} \\ &= \frac{e^{-\lambda(T+S)}}{e^{-\lambda s}} \\ &= e^{-\lambda t} \\ &= P\{t > T\} \dots\dots\dots(2-12) \end{aligned}$$

2.4 Fasilitas Sistem Antrian

Kapasitas sistem antrian merupakan jumlah maksimum pelanggan, mencakup yang sedang dilayani dan yang berada dalam antrian, yang dapat ditampung oleh fasilitas pelayanan pada saat yang sama. Sebuah sistem yang tidak membatasi jumlah pelanggan di dalam fasilitas pelayanannya dikatakan memiliki kapasitas tak terhingga, sedangkan suatu sistem yang membatasi jumlah pelanggan dikatakan memiliki kapasitas yang terbatas.

Untuk berbagai keadaan antrian, barisan antrian akan berkembang jika rata-rata laju kedatangan (*input*) melebihi rata-rata laju pelayanan (*output*). Jika hal ini terjadi, maka barisan penungguan akan terus terbentuk dan tidak akan selesai sampai ada interval waktu yang muncul, dimana laju *output* lebih besar dari laju *input* sehingga sistem memiliki kapasitas pengosongan. Seperti telah disebutkan sebelumnya, notasi untuk rata-rata *input* dalam sistem antrian dinyatakan sebagai λ dan rata-rata *output* meninggalkan sistem dinyatakan dengan μ . Perbandingan $\frac{\lambda}{\mu}$ adalah perbandingan pengosongan dari sistem. Perbandingan ini secara matematika dinyatakan sebagai ρ (rho), dimana $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$. Jika $\rho > 1$, maka rata-rata laju kedatangan pelanggan lebih besar dari laju rata-rata pelayanan, yang berarti barisan penungguan akan berkembang tanpa halangan (Bronson dan Wospaknk, 1988).

Barisan penungguan yang terus berkembang, untuk mengatasinya maka sistem antrian dapat direncanakan dengan merubah laju pelayanan atau menambah

tempat pelayanan (S) yang diharapkan mempunyai batasan $\frac{\lambda}{S \cdot \mu} < 1$. Batasan ini menunjukkan bahwa keadaan pelayanan telah memiliki rata-rata total kapasitas pelayanan lebih besar dari laju rata-rata kedatangan. Dengan demikian, proses kedatangan pelanggan dan pelayanan akan berjalan dalam kondisi sementara (*transient*) dan secara bertahap akan mencapai kondisi tetap (*steady state*) setelah melampaui waktu yang cukup lama.

Pada kondisi sementara, sistem antrian terus-menerus tergantung pada waktu. Sedangkan pada kondisi tetap, proses antrian berlangsung dalam keadaan yang sudah stabil dengan $\frac{\lambda}{S \cdot \mu} < 1$ sehingga semua kedatangan dapat dilayani. Tetapi sebaliknya, jika rata-rata laju kedatangan lebih besar dari laju pelayanan, maka sistem antrian tidak akan pernah mencapai kondisi tetap berapapun waktu yang dilaluinya, bila ukuran antrian bertambah sejalan dengan waktu (Mulayono, 2004).

2.5 Model Sistem Antrian

Menurut Taha (2002) terdapat notasi yang digunakan untuk perhitungan antrian yaitu notasi Kendall dengan notasi sebagai berikut:

$$(a/b/c) : (d/e/f)$$

Dimana:

- a = Distribusi kedatangan
- b = Distribusi waktu pelayanan
- c = Jumlah server
- d = Disiplin antrian
- e = Jumlah maksimum (terbatas atau tak terbatas) diperbolehkan dalam sistem (dalam antrian ditambah layanan)
- f = Ukuran sumber (terbatas atau tak terbatas)

Notasi standar untuk mewakili kedatangan dan pelayanan (simbol a dan b) adalah:

- M = Markov (atau Poisson) kedatangan atau distribusi pelayanan (atau ekuivalen eksponensial atau waktu pelayanan distribusi)
- D = Waktu konstan (deterministik)

E_k = Erlang atau distribusi gamma (atau ekuivalen jumlah distribusi eksponensial independen)

GI = Distribusi umum waktu antar kedatangan

G = Distribusi umum waktu pelayanan

Pada bagian ini akan disajikan pendekatan analitis untuk menentukan langkah-langkah penting kinerja dalam sistem pelayanan khas menurut Dimiyati (1992) yaitu:

1. Model Antrian *Single Channel* Dengan Kedatangan Poisson dan Pelayanan Eksponensial (M/M/1)

λ = Jumlah kedatangan per periode waktu

μ = Jumlah orang atau barang-barang yang dilayani per waktu

a. Kemungkinan bahwa tepat ada n *calling unit* dalam sistem antrian

$$P_n = (1 - \rho)\rho^n \dots\dots\dots(2-13)$$

Dengan $\rho = \lambda/\mu \dots\dots\dots(2-14)$

b. Ekspektasi waktu menunggu dalam sistem (termasuk waktu pelayanan)

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda} \dots\dots\dots(2-15)$$

c. Ekspektasi panjang antrian

$$L_q = \frac{\rho^2}{\mu(\mu - \rho)} \dots\dots\dots(2-16)$$

d. Ekspektasi waktu menunggu dalam antrian (tidak termasuk waktu pelayanan)

$$W_q = \frac{\rho}{\mu(1 - \rho)} \dots\dots\dots(2-17)$$

e. Ekspektasi panjang garis

$$L_s = \frac{\rho}{1 - \rho} \dots\dots\dots(2-18)$$

f. Kemungkinan pelayanan kosong

$$P_0(1 + \rho + \rho^2 + \dots) = 1 \dots\dots\dots(2-19)$$

$$P_0 = 1 - \rho \text{ dengan syarat } \rho < 1$$

2. Model Antrian *Multiple Channel* Dengan Kedatangan Poisson dan Pelayanan Eksponensial (M/M/m)

λ = Jumlah kedatangan per periode waktu

μ = Jumlah orang atau barang-barang yang dilayani per waktu

m = Jumlah saluran yang tersedia

a. Kemungkinan pelayanan kosong

$$P_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \sum_{n=c}^{\infty} \left(\frac{\rho}{c}\right)^{n-c} \right\}^{-1} \dots\dots\dots(2-20)$$

$$P_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \left(\frac{1}{1-\frac{\rho}{c}}\right) \right\}^{-1} \text{ jika } \frac{\rho}{c} < 1 \dots\dots\dots(2-21)$$

b. Kemungkinan bahwa tepat ada n *calling unit* dalam sistem antrian

$$P_n = \begin{cases} \frac{(\rho)^n}{n!} P_0 & \text{jika } n < c \dots\dots\dots(2-22) \end{cases}$$

$$\frac{(\rho)^n}{c!c^{n-c}} P_0 & \text{jika } n \geq c \dots\dots\dots(2-23)$$

Dengan $\rho = \lambda/\mu \dots\dots\dots(2-24)$

c. Ekspektasi panjang antrian

$$L_q = \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!(c-\rho)^2} P_0 \dots\dots\dots(2-25)$$

d. Ekspektasi panjang garis

$$L_s = L_q + \rho \dots\dots\dots(2-26)$$

e. Ekspektasi waktu menunggu dalam antrian (tidak termasuk waktu pelayanan)

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \dots\dots\dots(2-27)$$

f. Ekspektasi waktu menunggu dalam sistem (termasuk waktu pelayanan)

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} \dots\dots\dots(2-28)$$

2.5.1 Model Tingkat Aspirasi

Model tingkat aspirasi didefinisikan sebagai batas nilai hasil pengukuran konflik antara harga parameter yang diharapkan dapat menunjukkan suatu kondisi yang optimal dari sistem dioperasikan. Parameter yang digunakan sebagai ukuran adalah waktu menunggu konsumen dan persentase waktu menganggur fasilitas

pelayanan. Jika ingin menentukan jumlah fasilitas pelayanan optimal dalam suatu sistem pelayanan, maka dari hasil konflik dua parameter ini diharapkan diperoleh suatu nilai dari jumlah fasilitas pelayanan yang paling sesuai untuk dioperasikan.

Didalam model antrian Poisson dengan fasilitas lebih dari satu, dimana yang akan ditentukan adalah jumlah fasilitas pelayanan optimal, maka hasil pengukuran konflik parameter-parameter yang diambil harga-harga sebagai berikut:

1. Rata-rata waktu menunggu dalam sistem (W_s).
2. Waktu menganggur (X).

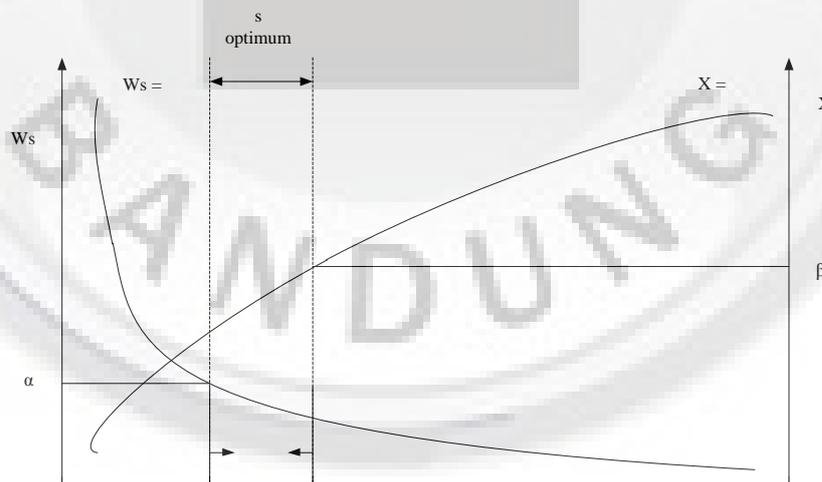
Waktu menganggur pelayanan atau waktu kelonggaran diberikan untuk tiga hal yaitu:

1. Menghilangkan rasa *fatigue*.
2. Kebutuhan pribadi.
3. Hambatan-hambatan yang tak terhindarkan.

Untuk menentukan jumlah server yang optimal adalah $W_s \leq \alpha$ dan $X \leq \beta$, dimana α dan β ditentukan oleh pengambil keputusan. Ekspektasi untuk W_s diketahui dari hasil analisis model antrian dan ekspektasi untuk X diketahui dari

$$X = \frac{c-\bar{c}}{c} x100 = \frac{c-(Ls-Lq)}{c} x100 = 1 - \frac{\lambda_{eff}}{c\mu} x100 \dots\dots\dots(2-29)$$

Berikut ini adalah grafik model tingkat aspirasi dapat dilihat pada gambar 2.6.



Gambar 2. 6 Grafik Model Tingkat Aspirasi

2.6 Pengujian Hasil Pengumpulan Data

2.6.1 Pengujian Bentuk Distribusi

Dalam memecahkan masalah antrian menggunakan teori antrian, salah satu syarat yang harus diketahui adalah bentuk distribusi kedatangan dan waktu pelayanan pelanggan. Tujuannya adalah untuk menentukan model antrian yang akan digunakan, untuk menganalisis bentuk distribusi tes hipotesis *Goodness of Fit*. Sebelum dilakukan pengujian bentuk distribusi, sebaiknya perlu diketahui gambaran data hasil pengamatan dalam bentuk distribusi frekuensi.

2.6.2 Uji Kesesuaian (*Goodness of Fit Test*)

Uji kesesuaian adalah suatu cara untuk memeriksa apakah suatu himpunan data mentah tertentu dengan cara membandingkan secara grafik distribusi empiris kumulatif dengan fungsi kepadatan kumulatif yang bersesuaian dengan distribusi yang bersangkutan. Jika kedua fungsi tersebut tidak memperlihatkan deviasi berlebihan maka terdapat kemungkinan yang cukup besar bahwa distribusi teoritis itu sesuai dengan data mentah tersebut.

Uji *Chi Square* berlaku untuk variabel acak diskrit kontinu yang didasari oleh perbandingan fungsi kepadatan probabilitas, dari pada fungsi kepadatan kumulatif yang pengukuran jumlah deviasi antara fungsi kepadatan empiris dan teoritis. Langkah – langkah uji *Chi Square* adalah sebagai berikut:

1. Menentukan hipotesis awal H_0 melawan H_1

Dimana:

Untuk pengujian distribusi kedatangan:

H_0 : distribusi kedatangan pada interval waktu hasil pengamatan mengikuti distribusi Poisson.

H_1 : distribusi kedatangan pada interval waktu hasil pengamatan tidak mengikuti distribusi Poisson.

Untuk pengujian distribusi pelayanan:

H_0 : distribusi kedatangan pada interval waktu hasil pengamatan mengikuti distribusi eksponensial.

H_1 : distribusi kedatangan pada interval waktu hasil pengamatan tidak mengikuti distribusi eksponensial.

- Menentukan tingkat signifikan / ketelitian tertentu (α)

Simbol dari tipe 1 adalah α dalam pengujian hipotesis artinya adalah menolak hipotesis yang seharusnya diterima. Untuk taraf signifikansi ini biasanya digunakan $\alpha = 0,05$ atau $\alpha = 0,01$.

- Menghitung rata – rata

$$\bar{X} = \frac{\sum xi}{n} \dots\dots\dots(2-30)$$

Dimana:

\bar{X} = rata – rata

xi = jumlah kedatangan atau waktu pelayanan

n = banyaknya data

- Menghitung standar deviasi

$$S = \sqrt{\sum \frac{(xi - \bar{X})^2}{n-1}} \dots\dots\dots(2-31)$$

- Menghitung σ^2

$$\sigma^2 = 2v \dots\dots\dots(2-32)$$

- Menghitung nilai X^2

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \dots\dots\dots(2-33)$$

- Membandingkan X^2 hitung dengan X^2 tabel

Pengujian uji *Chi Square* ini menggunakan derajat kebebasan. Kesesuaian yang baik akan mendukung penerimaan H_0 , sedangkan kesesuaian yang jelek mendukung penolakannya. Daerah kritis akan terjadi pada ujung kanan distribusi *Chi Square*. Untuk taraf keberartian α , ditentukan nilai kritis X^2_α dari tabel maka $X^2 > X^2_\alpha$ menyatakan daerah kritis.

2.7 Industri Jasa

Sektor ekonomi tersier (juga dikenal sebagai sektor jasa atau industri jasa) adalah satu dari tiga sektor ekonomi, yang lainnya adalah sektor sekunder (manufaktur) dan sektor primer (pertambangan, pertanian dan perikanan). Definisi umum sektor tersier adalah menghasilkan suatu jasa daripada produk akhir seperti sektor sekunder. Bisnis sektor jasa yang semakin meningkat berfokus pada ide "ekonomi pengetahuan", dengan memahami apa yang diinginkan konsumen dan bagaimana mengirimkannya dengan cepat dan efisien.

2.8 Jasa

Jasa adalah semua kegiatan atau manfaat yang dapat ditawarkan suatu pihak kepada pihak lain, yang pada dasarnya tak berwujud (*intangible*) dan tidak menghasilkan kepemilikan sesuatu. Contohnya perbankan, hotel, maskapai penerbangan, pengecer, persiapan pajak dan jasa perbaikan rumah (Kotler dan Amstrong, 2008).

Jasa adalah bentuk bentuk produk yang terdiri dari aktivitas, manfaat, atau keputusan yang ditawarkan oleh perusahaan untuk dijual kepada pelanggan yang pada dasarnya tidak berbentuk / tidak berwujud (*intangible*) serta tidak menghasilkan kepemilikan tertentu.

2.8.1 Karakteristik Jasa

Seringkali dikatakan bahwa jasa memiliki karakteristik unik yang membedakannya dari barang atau produk-produk manufaktur. Empat karakteristik yang paling sering dijumpai dalam jasa dan pembeda dari barang pada umumnya menurut Kotler dan Amstrong (2008) adalah:

1. Jasa tidak berwujud (*service intangibility*)

Jasa tidak dapat dilihat, dirasakan, diraba, didengar atau dibau sebelum jasa itu dibeli. Contohnya orang yang sedang menjalani bedah plastik tidak dapat melihat hasilnya sebelum membeli.

2. Jasa tak terpisahkan (*service inseparability*)

Jasa dibuat dan dikonsumsi pada saat yang sama tidak dapat dipisahkan dari penyediannya, tanpa memperdulikan apakah penyedia jasa itu orang atau mesin. Karena pelanggan juga hadir pada saat jasa itu diproduksi, interaksi penyedia jasa pelanggan menjadi fitur khusus pemasaran jasa.

3. Variabilitas jasa (*service variability*)

Kualitas jasa bisa sangat beragam, tergantung pada siapa yang menyediakan dan kapan, dimana dan bagaimana. Contohnya pada hotel Marriot mempunyai reputasi sebagai penyedia jasa yang lebih baik dari pada hotel lain.

4. Jasa dapat musnah (*service perishability*)

Jasa tidak dapat disimpan untuk dijual atau digunakan beberapa saat kemudian. Kemampuan jasa untuk musnah tidak menjadi masalah jika permintaan stabil. Namun, ketika permintaan berfluktuasi, perusahaan jasa sering mendapat masalah sulit. Contohnya beberapa dokter mendenda pasien untuk perjanjian yang tidak ditepati karena ada nilai jasa hanya ada pada saat itu dan hilang ketika si pasien tidak muncul.

2.8.2 Pengertian Pelayanan

Pelayanan adalah setiap tindakan atau kegiatan yang dapat ditawarkan oleh suatu pihak kepada pihak lain, yang pada dasarnya tidak berwujud dan tidak mengakibatkan kepemilikan apapun. Produksinya dapat dikaitkan atau tidak dikaitkan pada satu produk fisik sehingga pelayanan merupakan perilaku produsen dalam rangka memenuhi kebutuhan dan keinginan konsumen demi tercapainya kepuasan pada konsumen sendiri.

2.9 Pelayanan di Rumah Sakit Khusus Gigi dan Mulut

Menurut Peraturan Menteri Kesehatan Republik Indonesia Nomor 1773/Menkes/Per/X/2004 Bab 1 Pasal 1 (9) mengenai pelayanan medik gigi spesialis adalah pelayanan kesehatan gigi dan mulut perorangan dan keluarga yang diberikan oleh tenaga kedokteran gigi sesuai dengan bidang gigi spesialis yang diakui oleh profesi kedokteran gigi dan sesuai dengan standar yang berlaku.

Berdasarkan Peraturan Menteri Kesehatan Republik Indonesia Nomor 1773/Menkes/Per/X/2004 Bab 2 Pasal 8 (2) pelayanan penunjang di RSKGM meliputi pelayanan kefarmasian, pelayanan laboratorium yang meliputi laboratorium klinik dan laboratorium teknik gigi, pelayanan radiologi gigi, pelayanan anastesi.

Ketentuan persyaratan minimal sarana dan prasarana RSKGM meliputi ruang rawat jalan, ruang gawat darurat, ruang pemulihan/*recovery room*, ruang operasi, farmasi dan bahan kedokteran gigi, laboratorium klinik, laboratorium teknik gigi, ruang sentral sterilisasi, radiologi, ruang tunggu, ruang administrasi, ruang toilet, dan prasarana yang meliputi tenaga listrik, penyediaan air bersih,

instalasi pembuangan limbah, alat komunikasi, alat pemadam kebakaran dan tempat parkir (Peraturan Menteri Kesehatan Republik Indonesia Nomor 1773/Menkes/Per/X/2004 Bab 2 Pasal 10 (3)).

Ketentuan persyaratan minimal peralatan RSKGM meliputi jumlah dental 50 unit, jumlah dental chair 50 unit, jumlah tempat tidur 3 buah, peralatan medik meliputi 1 unit intra oral camera, 1 unit dental x-ray, 1 unit panoramic x-ray, 1 unit cephalometri x-ray, 1 unit autoclave / 7 unit sterilisator, 1 camera dan 1 digital intra oral (Peraturan Menteri Kesehatan Republik Indonesia Nomor 1773/Menkes/Per/X/2004 Bab 2 Pasal 10 (4)).

Berdasarkan Peraturan Menteri Kesehatan Republik Indonesia Nomor 1773/Menkes/Per/X/2004 Bab 2 Pasal 11 (1), RSKGM harus mempunyai tenaga kerja yang meliputi; tenaga medis kedokteran gigi dokter gigi dokter gigi spesialis yang meliputi: bedah mulut; meratakan gigi (orthodonsi); penguat gigi (konservasi); gigi tiruan (prosthodonti); kedokteran gigi dan anak (pedodonti); penyangga gigi (periodonsi); dan penyakit mulut. Dokter/Spesialis lainnya: dokter dengan pelatihan PPGD, dokter anastesi, dokter penyakit dalam, dan dokter spesialis anak. Tenaga keperawatan: perawat gigi, dan perawat. Tenaga kefarmasian apoteker, analisis farmasi, dan asisten apoteker. Tenaga keteknisian medis radiografer, teknisi gigi, analis kesehatan, dan perekam medis. Tenaga non kesehatan administrasi, dan kebersihan.

2.10 Pengertian Model

Model adalah suatu representasi atau formalisasi dalam bahasa tertentu dari suatu sistem nyata. Adapun suatu sistem nyata adalah sistem yang sedang berlangsung dalam kehidupan, sistem dijadikan titik perhatian dan dipermasalahkan. Dengan demikian, pemodelan adalah proses membangun atau membentuk sebuah model dari suatu sistem nyata dalam bahasa formal tertentu (Simatupang, 1994).

Model adalah kerangka utama informasi tentang sistem yang akan diamati / dipelajari untuk mempelajari sistem tersebut. Informasi-informasi tersebut berupa elemen-elemen penting dari persoalan sistem nyata. Elemen-elemen penting tersebut adalah proses penyederhanaan karena jika model terlalu kompleks akan

tidak memungkinkan. Hasil akhir dari pemodelan adalah suatu representasi data kualitatif / data kuantitatif dari proses yang dilakukan.

Model dapat dibagi menjadi 2 yaitu model deterministik dan model probabilistik, berikut ini adalah penjelasan dari model deterministik dan model probabilistik:

1. Model Deterministik

Model Deterministik adalah model matematika dimana gejala-gejala dapat diukur dengan derajat kepastian yang cukup tinggi. Jika variabel yang dipakai adalah variabel jelas menggambarkan perilaku sistem nyata maka digolongkan model deterministik. Contoh model deterministik adalah masalah transportasi, masalah penugasan, masalah *transshipment*, dan model jaringan dimana metode ini umumnya merupakan pengembangan dari metode simpleks yang merupakan metode dasar semua masalah program linear.

2. Model Probabilistik

Model Probabilistik adalah model simulasi yang mengandung input-input probabilistik (*random*) dan *output* yang dihasilkan pun sifatnya *random* atau model yang mendasarkan pada teknik peluang dan memperhitungkan ketidakmenentuan (*uncertainty*). Klasifikasi ini masih berdasarkan variabel, jika variabel yang dipakai melibatkan proses probabilitas maka model yang dihasilkan adalah probabilistik. Misalnya model kedatangan calon penumpang kereta, nilai kedatangan calon penumpang tidak dapat ditentukan secara pasti.

2.11 Pengertian Optimasi

Optimasi atau optimum adalah suatu hasil yang mencapai tujuan terbaik di antara seluruh alternatif yang fisibel. Optimasi atau optimum didapat dengan menggunakan program linier dan didalamnya terdapat variabel keputusan, fungsi tujuan dan pembatas (Dimiyati, 1992).

Untuk mendapatkan optimum dalam teori antrian, maka ada beberapa hal yang diperhatikan yaitu variabel keputusan, fungsi tujuan dan pembatas. Variabel keputusan adalah variabel yang menguraikan secara lengkap keputusan-keputusan

yang akan dibuat. Lalu fungsi tujuan adalah merupakan fungsi dari variabel keputusan yang akan dimaksimumkan (untuk pendapatan atau keuntungan) atau diminimumkan (untuk ongkos). Kemudian pembatas adalah merupakan kendala yang dihadapi sehingga kita tidak bisa menentukan variabel keputusan secara sembarangan.

