

## BAB II

### LANDASAN TEORI

#### 2.1 Hukum Kekekalan Massa

Hukum kekekalan massa atau dikenal juga sebagai hukum Lomonosov-Lavoiser adalah suatu hukum yang menyatakan massa dari suatu sistem tertutup akan konstan meskipun terjadi berbagai macam proses di dalam sistem tersebut atau dengan kata lain dalam sistem tertutup massa zat sebelum dan sesudah reaksi adalah sama (konstan).

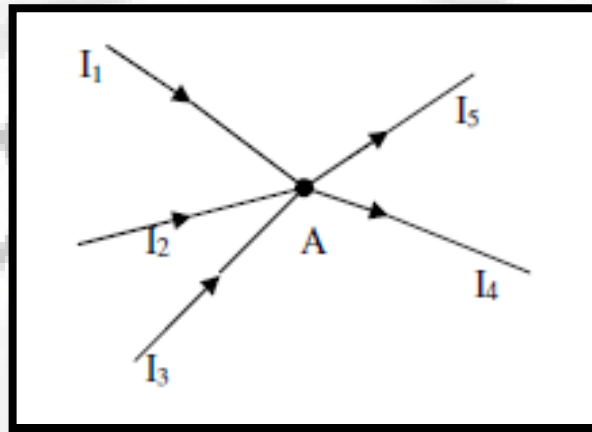
Dalam fluida yang mengalir pada pipa dimungkinkan terjadi reaksi fisika (seperti perubahan fasa) ataupun reaksi kimia yang dapat mempengaruhi karakteristik dari fluida tersebut (seperti volume fluida, massa jenis fluida, kekentalan fluida, dan lain-lain).

#### 2.2 Hukum Kirchoff I

Hukum Kirchoff digunakan untuk menganalisa suatu jaringan yang kompleks. Hukum ini disebut pula hukum Kirchoff tentang arus listrik (*Kirchoff Current Law = KCL*). Hukum Kirchoff I menyatakan bahwa jumlah arus yang menuju suatu titik cabang jaringan listrik adalah jumlah arus yang meninggalkan titik cabang tersebut. Hukum ini dilandasi oleh hukum kekekalan muatan listrik. Pada peristiwa ini jumlah muatan yang terlibat tidak bertambah ataupun berkurang.

Untuk arus listrik dikawat ke  $I$  yaitu  $I_i$  dari sejumlah hingga arus yang menuju ke titik cabang maka  $KCL$  secara matematis dapat ditulis :

$$\sum I_{\text{menuju titik cabang}} = \sum I_{\text{meninggalkan titik cabang}} \quad (2.1)$$



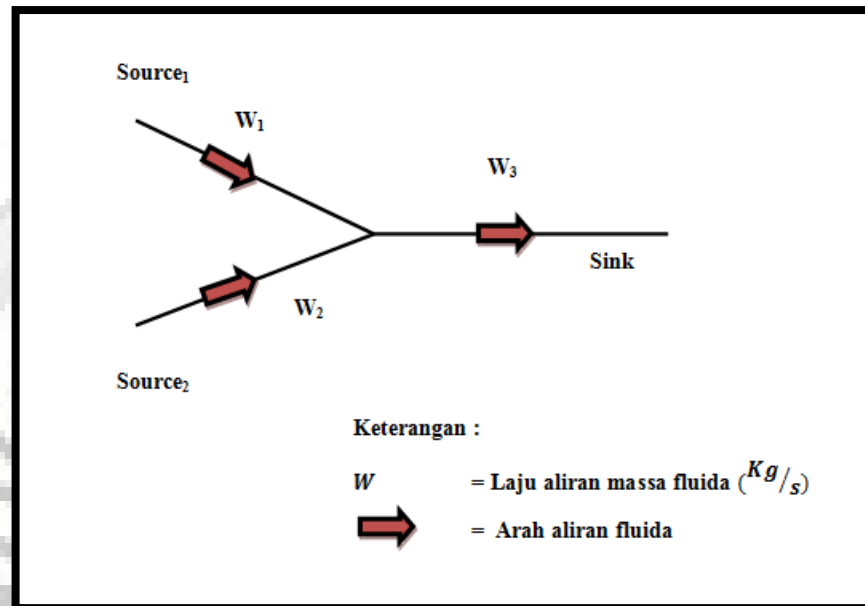
Gambar 2.1 Arus-Arus pada Titik Cabang

Pada Gambar 2.1 arus  $I_1$ ,  $I_2$ , dan  $I_3$  menuju titik cabang A. Sedangkan arus  $I_4$  dan  $I_5$  meninggalkan titik cabang A. Maka pada titik cabang A berlaku persamaan :

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5 \quad (2.2)$$

Berdasarkan Hukum Kekekalan Massa, jika jaringan pipa tertutup yang terdiri dari dua buah *source* menuju sebuah *sink* yang di dalamnya mengalir tiga buah fasa yaitu gas-minyak-pasir tidak mengalami perubahan massa ketika mengalir di sepanjang pipa alir, maka dengan menggunakan prinsip Hukum Kirchoff I laju aliran massa fluida yang masuk ( $W_{\text{masuk}}$ ) dan laju aliran massa fluida yang keluar ( $W_{\text{keluar}}$ ) dari setiap cabang harus nol atau dengan kata lain :

$$\sum W_{masuk} = \sum W_{keluar} \quad (2.3)$$



**Gambar 2.2 Laju Aliran Massa Fluida pada Titik Cabang**

Pada Gambar 2.2 laju aliran massa fluida dari *source<sub>1</sub>* dan *source<sub>2</sub>* masing-masing adalah  $W_1$ , dan  $W_2$  menuju *sink*. Sedangkan besarnya laju aliran massa ( $W_3$ ) di *sink* adalah sebagai berikut :

$$\sum W_{source} = \sum W_{sink} \quad (2.4)$$

$$W_1 + W_2 = W_3 \quad (2.5)$$

### 2.3 Aliran Fluida

Fluida dapat mengalir disepanjang pipa alir karena adanya kecepatan. Besarnya kecepatan akan mempengaruhi banyaknya fluida yang mengalir dalam

suatu pipa. Kecepatan fluida yang mengalir di suatu pipa alir terdiri dari kecepatan aktual dan kecepatan superfisial aliran fluida tersebut.

### 2.3.1 Rasio Laju Aliran Massa dan Laju Aliran Volume

Jumlah dari aliran fluida dinyatakan sebagai volume atau massa fluida dengan masing-masing ditunjukkan sebagai laju aliran volume fluida ( $m^3/s$ ) dan laju aliran massa fluida ( $Kg/s$ ). Laju aliran volume ( $Q$ ) untuk fluida dirumuskan sebagai berikut :

$$Q = \frac{V}{t} \quad (2.6)$$

dengan  $Q$  menyatakan laju aliran volume fluida ( $m^3/s$ ),  $V$  menyatakan volume fluida ( $m^3$ ) dan  $t$  menyatakan waktu ( $s$ ). Laju aliran volume fluida ( $Q$ ) memiliki dimensi besaran dengan  $[L^3]$  adalah dimensi untuk volume dan  $[T]$  adalah dimensi untuk waktu. Secara matematis dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$Q = \frac{[L^3]}{[T]} \quad (2.7)$$

Sedangkan laju aliran massa fluida ( $W$ ) dirumuskan sebagai berikut :

$$W = \frac{m}{t} \quad (2.8)$$

dengan  $W$  menyatakan laju aliran massa fluida ( $Kg/s$ ) dan  $m$  menyatakan massa fluida ( $Kg$ ). Laju aliran massa fluida ( $W$ ) memiliki dimensi besaran dengan  $[M]$  adalah dimensi untuk massa dan  $[T]$  adalah dimensi untuk waktu.

Secara matematis dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$W = \frac{[M]}{[T]} \quad (2.9)$$

Dengan membandingkan dimensi dari suatu besaran yang digunakan pada persamaan (2.7) dan persamaan (2.9) diperoleh hubungan antara laju aliran fluida ( $Q$ ) dengan laju aliran massa fluida ( $W$ ) adalah sebagai berikut :

$$\frac{W}{Q} = \frac{[M]}{[L^3]} \quad (2.10)$$

Perbandingan antara laju aliran fluida ( $Q$ ) dengan laju aliran massa fluida ( $W$ ) adalah massa per satuan volume.

Massa jenis sebuah fluida didefinisikan sebagai massa fluida per satuan volume. Massa jenis fluida biasanya digunakan untuk mengkararakteristikan massa sebuah sistem fluida yang dituliskan dengan persamaan sebagai berikut :

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (2.11)$$

dengan  $\rho$  adalah kerapatan fluida ( $\text{Kg}/\text{m}^3$ ). Dengan melihat dimensi dari suatu besaran yang digunakan pada persamaan (2.10) dapat disimpulkan bahwa perbandingan laju aliran fluida ( $Q$ ) dengan laju aliran massa fluida ( $W$ ) adalah massa jenis fluida ( $\rho$ ) yang dituliskan dengan persamaan sebagai berikut :

$$\rho = \frac{W}{Q} \quad (2.12)$$

Pada skripsi ini fluida yang mengalir di pipa alir merupakan aliran tiga fasa yaitu gas-minyak-pasir, sehingga persamaan (2.12) menjadi :

$$\rho_m = \frac{W_m}{Q_T} \quad (2.13)$$

$$Q_T = \frac{W_m}{\rho_m} \quad (2.14)$$

dengan  $Q_T$  adalah laju aliran volume fluida total ( $m^3/s$ ),  $W_m$  adalah laju aliran massa campuran fasa gas-minyak-pasir ( $Kg/s$ ) dan  $\rho_m$  adalah massa jenis campuran fasa gas-minyak-pasir ( $Kg/m^3$ ).

### 2.3.2 Kecepatan Aktual Aliran Fluida

Kecepatan aktual aliran fluida ( $u$ ) adalah rasio dari laju aliran fluida dari masing-masing fasa ( $Q$ ) terhadap luas penampang ( $A$ ) pipa alir dikalikan dengan massa jenis fluida ( $\rho$ ) (Bello, 2008). Secara matematis ditulis sebagai berikut :

$$u_L = \frac{Q_L}{\rho_L A} \quad (2.15)$$

$$u_G = \frac{Q_G}{\rho_G A} \quad (2.16)$$

$$u_S = \frac{Q_S}{\rho_S A} \quad (2.17)$$

dengan  $u_L$  adalah kecepatan aktual aliran fluida fasa likuid ( $m/s$ ),  $u_G$  adalah kecepatan aktual aliran fluida fasa gas ( $m/s$ ) dan  $u_S$  adalah kecepatan aktual aliran fluida fasa solid ( $m/s$ ).

### 2.3.3 Kecepatan Superfisial Aliran Fluida

Kecepatan superfisial aliran fluida ( $u_s$ ) dari masing-masing fasa adalah rasio dari laju aliran volume suatu fasa ( $Q$ ) terhadap luas penampang pipa alir ( $A$ ) (Menon, E. Sashi, 2005).

Secara matematis ditulis sebagai berikut :

$$u_{SL} = \frac{Q_L}{A} \quad (2.18)$$

$$u_{SG} = \frac{Q_G}{A} \quad (2.19)$$

$$u_{SS} = \frac{Q_S}{A} \quad (2.20)$$

dengan  $u_{SL}$  adalah kecepatan superfisial aliran fluida fasa likuid ( $m/s$ ),  $u_{SG}$  adalah kecepatan superfisial aliran fluida fasa gas ( $m/s$ ) dan  $u_{SS}$  adalah kecepatan superfisial aliran fluida fasa solid ( $m/s$ ).

#### 2.3.4 Fraksi Volumetrik

Fraksi volumetrik fluida disebut juga dengan istilah *holdup* adalah rasio dari laju alir fluida suatu fasa dengan laju alir total (Bello, 2008). Fraksi volumetrik untuk sebarang fasa A dapat dinyatakan dalam persamaan berikut :

$$H_{fasa\ A} = \frac{Q_A}{Q_T} \quad (2.21)$$

Pada skripsi ini fluida yang mengalir di pipa alir merupakan aliran tiga fasa yaitu gas-minyak-pasir, sehingga fraksi volumetrik untuk masing-masing fasa adalah sebagai berikut :

$$H_L = \frac{Q_L}{Q_T} \quad (2.22)$$

$$H_G = \frac{Q_G}{Q_T} \quad (2.23)$$

$$H_S = \frac{Q_S}{Q_T} \quad (2.24)$$

dengan  $H_L$  adalah fraksi volumetrik fluida fasa likuid,  $H_G$  adalah fraksi volumetrik fluida fasa gas,  $H_S$  adalah fraksi volumetrik fluida fasa solid dan  $Q_T$  adalah laju aliran volume total. Laju aliran volume total adalah penjumlahan laju aliran volume dari masing-masing fasa. Secara matematis dapat ditulis sebagai berikut :

$$Q_T = Q_G + Q_L + Q_S \quad (2.25)$$

dengan penjumlahan fraksi volumetrik dari masing-masing fasa adalah satu. Secara matematis dapat ditulis sebagai berikut :

$$1 = H_G + H_L + H_S \quad (2.26)$$

#### 2.4 Model Aliran Tiga Fasa (Gas-Minyak-Pasir) Bello

Model matematika dengan total penurunan tekanan aliran tiga fasa (gas-minyak-pasir) di segmen pipa horizontal (Bello, O., 2010) adalah perubahan tekanan fasa campuran minyak dan gas terhadap panjang pipa ditambah perubahan tekanan fasa campuran minyak dan pasir terhadap panjang pipa dikurangi perubahan tekanan fasa minyak terhadap panjang pipa. Secara matematis dapat ditulis sebagai berikut :

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_{Tot} = \left(\frac{dp}{dx}\right)_{LG} + \left(\frac{dp}{dx}\right)_{LS} - \left(\frac{dp}{dx}\right)_L \quad (2.27)$$

dengan  $P$  adalah tekanan ( $Pa$ ),  $x$  adalah panjang pipa ( $m$ ),  $L$  adalah fasa likuid (minyak),  $G$  adalah fasa gas dan  $S$  adalah fasa solid atau padatan (pasir).



Model perubahan tekanan terhadap panjang pipa untuk fasa tunggal dan fasa campuran meliputi :

#### 2.4.1 Model Aliran Minyak pada Pipa Horizontal

Aliran minyak sepanjang pipa alir akan mengalami gesekan dengan dinding dalam pipa. Model persamaan faktor gesekan minyak ( $f_L$ ) pada pipa horizontal untuk fasa tunggal (Seines, 1993) adalah sebagai berikut :

Jika  $Re_L < 2000$  adalah aliran laminar maka faktor gesekan minyak ( $f_L$ ) adalah sebagai berikut :

$$f_L = \frac{64}{Re_L} \quad (2.28)$$

Jika  $Re_L > 4000$  adalah aliran turbulen maka faktor gesekan minyak ( $f_L$ ) adalah sebagai berikut :

$$f_L = \frac{1}{\left[1.8 \log_{10} \left( \frac{6.9}{Re_L} + \left( \frac{k}{3.7D} \right)^{10/9} \right)\right]^2} \quad (2.29)$$

Diameter bagian dalam pipa dinotasikan sebagai  $D$ , koefisien bagian dalam pipa yang kasar dinotasikan sebagai  $k$  dan bilangan Reynold untuk fasa minyak dinotasikan sebagai  $Re_L$ . Bilangan Reynold digunakan untuk mengidentifikasi jenis aliran fluida pada pipa alir. Ada dua jenis aliran fluida, yaitu :

a. Aliran laminar

Aliran laminar adalah aliran fluida yang bergerak dengan kondisi lapisan-lapisan yang membentuk garis-garis alir dan tidak berpotongan satu sama lain. Alirannya relatif mempunyai kecepatan rendah dan fluidanya bergerak

sejajar (laminar). Aliran laminar adalah aliran fluida tanpa arus turbulen (pusaran air). Partikel fluida mengalir atau bergerak dengan bentuk garis lurus dan sejajar. Aliran laminar mempunyai bilangan Reynold lebih kecil dari 2000.

b. Aliran turbulen

Aliran turbulen adalah aliran fluida yang partikel-partikelnya bergerak secara acak dan tidak stabil dengan kecepatan berfluktuasi yang saling interaksi. Aliran turbulen mempunyai bilangan Reynold yang lebih besar dari 4000.

Model perubahan tekanan terhadap panjang pipa untuk fasa minyak dituliskan sebagai berikut :

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_L = g\rho_L \sin \theta + \frac{1}{2}\left(\frac{f_L}{D}\right) \rho_L u^2_{SL} \quad (2.30)$$

dengan  $\theta$  adalah sudut kemiringan pipa dan  $g$  adalah gaya gravitasi bumi.

#### 2.4.2 Model Aliran Minyak-Gas pada Pipa Horizontal

Aliran minyak dan gas yang mengalir di sepanjang pipa alir akan mengalami gesekan satu sama lain.

Model persamaan faktor gesekan pada pipa horizontal untuk campuran fasa minyak dan gas ( $f_{tp}$ ) pada aliran turbulen (Ouyang & Aziz, 2000) adalah sebagai berikut :

$$f_{tp} = f_L [1 + 0.04304 Re_W^{0.3978}] \quad (2.31)$$

persamaan faktor gesekan minyak dinotasikan sebagai  $f_L$  dan bilangan Reynold untuk fasa minyak dan gas dinotasikan sebagai  $Re_W$  didefinisikan pada persamaan berikut :

$$Re_W = \frac{\rho_{lm} u_{lm} D}{\mu_{lm}}, \quad (2.32)$$

Diameter bagian dalam pipa dinotasikan sebagai  $D$ , massa jenis untuk campuran fasa minyak dan gas dinotasikan sebagai  $\rho_{lm}$  dan massa jenis untuk fasa gas dinotasikan sebagai  $\rho_G$  yang didefinisikan pada persamaan berikut:

$$\rho_{lm} = \rho_L H_L + \rho_G H_G, \quad (2.33)$$

Kekentalan (viskositas) untuk fasa minyak dan gas dinotasikan sebagai  $\mu_{lm}$ . Viskositas adalah gaya gesekan yang terjadi antara lapisan-lapisan yang bersisian pada fluida pada waktu lapisan-lapisan tersebut bergerak melewati lainnya. Viskositas fasa likuid dinotasikan sebagai  $\mu_L$  dan viskositas fasa gas dinotasikan sebagai  $\mu_G$ . Viskositas untuk campuran fasa minyak dan gas ( $\mu_{lm}$ ) dinyatakan pada persamaan berikut :

$$\mu_{lm} = \mu_L H_L + \mu_G H_G, \quad (2.34)$$

Model persamaan untuk menghitung nilai  $\varepsilon$  (Wolddesemayat & Ghajar , 2007) adalah sebagai berikut :

$$\varepsilon = \frac{u_{SG}}{u_{SG} \left[ 1 + \left( \frac{u_{SL}}{u_{SG}} \right) \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{0.1} \right] + 2.9 \left[ \frac{g D \sigma (1 + \cos \theta) (\rho_L - \rho_G)}{(\rho_L)^2} \right]^{0.25} + [1.22 + 1.22 \sin \theta] \frac{P_A}{P_{sistem}}}}, \quad (2.35)$$

Gaya tegangan permukaan dinotasikan sebagai  $\sigma$ , tekanan atmosfer dinotasikan sebagai  $P_A$  dan tekanan sistem dinotasikan sebagai  $P_{sistem}$ .

Perubahan tekanan terhadap panjang pipa untuk campuran fasa gas dan minyak pada pipa horizontal diberikan pada persamaan dibawah ini :

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_{LG} = g[\rho_L(1-\varepsilon) + \rho_G\varepsilon]\sin\theta + \frac{1}{2}\left(\frac{f_{tp}}{D}\right)\rho_{tp}u_{tp}^2, \quad (2.36)$$

dengan  $\theta$  adalah sudut kemiringan pipa dan  $g$  adalah gaya gravitasi bumi.

#### 2.4.3 Model Aliran Minyak-Pasir pada Pipa Horizontal

Konservasi momentum untuk campuran minyak dan pasir ditulis sebagai berikut :

$$\frac{\partial(\rho_{LS}u_{LS})}{\partial t} + u_{LS}\frac{\partial(\rho_{LS}u_{LS})}{\partial x} = -\left(F_k - \frac{dp}{dx}\right) \quad (2.37)$$

Persamaan (2.37) menggambarkan penjumlahan dari perubahan massa jenis campuran dengan kecepatan campuran dari waktu ke waktu dan perubahan massa dengan momentum adalah penjumlahan perubahan tekanan fasa minyak dan pasir dengan gaya total per volume pada fasa campuran minyak dan pasir. Massa jenis untuk campuran fasa minyak-pasir dinotasikan sebagai  $\rho_{LS}$ , kecepatan campuran untuk fasa minyak-pasir dinotasikan sebagai  $u_{LS}$ .  $\partial t$  dan  $\partial x$  masing-masing adalah turunan parsial terhadap waktu dan jarak. Secara matematis dapat ditulis sebagai berikut :

$$F_k = F_{IM} + F_{WM} + F_{PM} + F_{GM} + F_{TM} = 0 \quad (2.38)$$

Pada kondisi tunak, perubahan massa dan momentum atau yang lebih dikenal dengan istilah fluks dapat diabaikan. Aliran tunak (*steady state*) merupakan aliran

dimana kecepatannya tidak terpengaruh oleh perubahan waktu, sehingga kecepatan konstan pada setiap titik (tidak mempunyai percepatan).

Persamaan (2.39) dan (2.40) menjadi seperti di bawah ini :

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_{LS} - F_{IM} - F_{WM} - F_{PM} - F_{GM} - F_{TM} = 0 \quad (2.39)$$

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_{LS} = F_{IM} + F_{WM} + F_{PM} + F_{GM} + F_{TM} \quad (2.40)$$

Pada aliran pasir dalam minyak terdapat beberapa gaya atau gaya total per satuan volume ( $F_k$ ) yang terdiri dari gaya drag ( $F_{IM}$ ), gaya gesekan dinding ( $F_{WM}$ ), gaya interaksi antar partikel ( $F_{PM}$ ), gaya gravitasi ( $F_{GM}$ ) dan gaya aliran turbulen pada partikel minyak ( $F_{TM}$ ).