BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pendahuluan

Sebelum melakukan pembahasan mengenai permasalahan dari skripsi ini, pada Bab II akan diuraikan beberapa teori penunjang yang diperkirakan dapat membantu di dalam pembahasan bab-bab selanjutnya.

Pembahasan pada Bab II ini akan dijelaskan materi-materi yaitu teori kredit, analisis regresi logistik, dan analisis regresi logistik *rare event*.

2.2 Teori Kredit

2.2.1 Pengertian Kredit

Kata "kredit" berasal dari bahasa Romawi yaitu *Credere* yang artinya "percaya". Apabila hal tersebut dihubungkan dengan tugas bank, maka memiliki pengertian bahwa bank selaku kreditur percaya untuk meminjamkan sejumlah uang kepada nasabah (debitur) karena debitur dapat dipercaya kemampuannya untuk membayar lunas pinjamannya setelah jangka waktu yang ditentukan.

Pengertian mengenai kredit perbankan di Indonesia terdapat dalam ketentuan Pasal 1 angka 11 UU Perbankan Indonesia 1992/1998. Undang-undang tersebut menetapkan: "Kredit adalah penyediaan uang atau tagihan yang dapat disamakan dengan bentuk kredit berdasarkan persetujuan atau kesepakatan pinjam-meminjam antara bank dengan pihak lain yang mewajibkan pihak peminjam untuk melunasi utangnya setelah jangka waktu tertentu dengan pemberian bunga."

Menurut Bahsan (2012), suatu pinjam-meminjam uang akan dikatakan sebagai kredit perbankan selama memenuhi unsur-unsur sebagai berikut:

1. Adanya penyediaan uang atau tagihan yang dapat dipersamakan dengan penyediaan uang.

2. Adanya persetujuan atau kesepakatan pinjam-meminjam antara bank dengan pihan lain.
3. Adanya kewajiban melunasi utang.
4. Adanya jangka waktu tertentu.
5. Adanya pemberian bunga kredit.

2.2.2 Kredit Macet

Para nasabah yang telah memperoleh fasilitas kredit dari bank tidak seluruhnya dapat mengembalikan utangnya dengan lancar sesuai dengan waktu yang telah diperjanjikan. Pada kenyataannya di dalam praktik selalu ada sebagian nasabah yang tidak dapat mengembalikan kredit kepada bank yang telah meminjaminya. Akibat nasabah tidak dapat membayar lunas utangnya, maka akan tergambar perjalanan kredit menjadi macet atau terhenti.

Keadaan yang demikian apabila ditinjau dari segi hukuman perdata disebut wanprestasi atau ingkar janji. Sebagaimana yang telah diketahui bahwa pemberian kredit merupakan perjanjian pinjam meminjam uang dan pngembalian kredit atau membayar angsuran kredit disebut sebagai prestasi. Apabila debitur tidak dapat membayar lunas utangnya setelah jangka waktu pembelian tersebut terlewati, maka perbuatannya disebut perbuatan wanprestasi.

Dari segi macam-macamnya terdapat lima macam yang dikenal selama ini adalah:

1. Debitur tidak melaksanakan sama sekali apa yang telah diperjanjikan.
2. Debitur melaksanakan sebagian apa yang telah diperjanjikan.
3. Debitur terlambat melaksanakan sebagian apa yang telah diperjanjikan.
4. Debitur menyerahkan sesuatu yang tidak diperjanjikan, atau
5. Debitur melakukan perbuatan yang dilarang dalam perjanjian.

Menurut Supramono (2009), apabila macam-macam wanprestasi dihubungkan dengan kredit macet, maka ada tiga macam perbuatan yang tergolong wanprestasi, yaitu:

1. Nasabah sama sekali tidak dapat membayar angsuran kredit (beserta bunganya).
2. Nasabah membayar sebagian angsuran kredit (beserta bunganya).
3. Nasabah membayar lunas kredit (beserta bunganya) setelah jangka waktu yang diperjanjikan berakhir.

Dari uraian pembahasan di atas kredit macet dapat diberi pengertian, adalah kredit atau utang yang tidak dapat dilunasi oleh debitur karena sesuatu alasan sehingga bank selaku kreditur harus menyelesaikan masalahnya kepada pihak ketiga atau melakukan eksekusi barang jaminan.

2.3 Regresi Logistik

Regresi logistik pertama kali digunakan pada penelitian biomedis, tetapi 20 tahun terakhir sudah banyak yang menggunakan regresi logistik dalam penelitian ilmu sosial dan pemasaran. Baru-baru ini, regresi logistik telah menjadi alat populer dalam aplikasi bisnis (Agresti, 2002).

Regresi logistik merupakan salah satu metode statistika yang digunakan untuk menganalisis hubungan beberapa faktor dengan sebuah variabel respon yang bersifat dikotomus (biner).

Misalkan kita memiliki *k* variabel bebas $X_1, X_2, \ldots, X_k$ dan satu variabel respon Y yang bersifat dikotomi. Nilai variabel Y = 1 menyatakan kejadian sukses dan Y = 0 menyatakan kejadian gagal. Menurut Hosmer dan Lemeshow (1989) model regresi logistik yang dipengaruhi oleh *k* variabel bebas dapat dinyatakan sebagai nilai harapan dari *Y* dengan diberikan nilai *x*

$$E(Y \mid x) = \pi_i = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k)} \tag{2.1}$$

dengan $0 \le E(Y \mid x) \le 1$ dan Y mempunyai nilai 0 atau 1. Nilai $E(Y \mid x)$ merupakan peluang sukses, dengan β_k koefisien regresi variabel bebas x_k. Dari model (2.1) akan didapat:

$$\pi_i = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k)}$$

$$1 - \pi_i = 1 - \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k)}$$

$$= \frac{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k)} - \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k)}$$

$$= \frac{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k) - \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k)}$$

$$= \frac{1}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k)} \tag{2.2}$$

Transformasi logit diterapkan pada model regresi logistik,

$$logit\ (\pi_i) = g(x) = \ln\left[\frac{\pi_i}{1 - \pi_i}\right] \tag{2.3}$$

Transformasi logit bertujuan untuk memperoleh fungsi yang linear supaya dapat dilihat hubungan antara variabel respon (Y) dengan variabel bebas (X). Fungsi *g*(*x*) linear terhadap parameter dan memiliki range (−∞, ∞) tergantung dari range variabel bebas *X*.

Pembuktian persamaan (2.3) adalah sebagai berikut:

Dari persamaan (2.1) dan (2.2) adalah:

$$\frac{\pi_i}{1-\pi_i} = \frac{\dfrac{\exp(\beta_0+\beta_1 x_1+...+\beta_k x_k)}{1+\exp(\beta_0+\beta_1 x_1+...+\beta_k x_k)}}{\dfrac{1}{1+\exp(\beta_0+\beta_1 x_1+...+\beta_k x_k)}}$$

$$\frac{\pi_i}{1-\pi_i} = \exp(\beta_0+\beta_1 x_1+...+\beta_k x_k)$$

$$\ln\left[\frac{\pi_i}{1-\pi_i}\right] = \ln[\exp(\beta_0+\beta_1 x_1+...+\beta_k x_k)]$$

$$\ln\left[\frac{\pi_i}{1-\pi_i}\right] = \beta_0+\beta_1 x_1+...+\beta_k x_k \qquad (2.4)$$

2.3.1 Penaksiran Parameter Model

Metode penaksiran parameter yang biasa digunakan dalam regresi logistik adalah metode MLE (*Maximum Likelihood Estimation*). Setiap observasi untuk model regresi logistik adalah variabel random dari distribusi Bernoulli. Variabel respon Y memiliki sebaran Bernoulli dengan parameter π_i dan fungsi sebaran peluangnya adalah:

$$P(y_i \mid x_i) = \begin{cases} \pi_i^{\,y_i}[1-\pi_i]^{1-y_i} & , untuk\; y_i = 0\; atau\; 1 \\ 0 & , untuk\; y_i\; yang\; lain \end{cases}$$

Menurut Hosmer dan Lemeshow (1989), fungsi *likelihood* distribusi Bernoulli untuk *n* sampel bebas adalah

$$l(\beta) = \prod_{i=1}^{n} \pi_i^{\,y_i}(1-\pi_i)^{1-y_i} \qquad (2.5)$$

Untuk memudahkan mencari nilai $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, ..., \hat{\beta}_k$ yang memaksimumkan fungsi *likelihood* digunakan bentuk logaritma natural dari fungsi *likelihood*, yang disebut sebagai fungsi *log-likelihood*. Logaritma natural fungsi peluang bersamanya dapat ditulis sebagai berikut:

$$L(\beta) = \ln l(\beta) = \ln \prod_{i=1}^{n} \pi_i^{\,y_i} (1-\pi_i)^{1-y_i}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \ln(\pi_i)^{y_i} + \sum_{i=1}^{n} \ln[1-\pi_i]^{1-y_i}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \{y_i \ln \pi_i + (1-y_i)\ln[1-\pi_i]\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \{y_i \ln \pi_i - y_i \ln[1-\pi_i] + \ln[1-\pi_i]\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left\{ y_i \ln\left(\frac{\pi_i}{1-\pi_i}\right) + \ln[1-\pi_i] \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \{y_i (\beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_k x_k) + \ln[1-\pi_i]\} \qquad (2.6)$$

Selanjutnya dihitung turunan pertama dari $L(\beta)$ masing-masing terhadap $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, ..., \hat{\beta}_p$ kemudian disyaratkan sama dengan nol.

$$\frac{dL(\beta)}{d\beta_0} = \frac{d}{d\beta_0} \sum_{i=1}^{n} \{y_i (\beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_k x_k) + \ln[1-\pi_i(\beta)]\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left\{ y_i + \frac{\delta \ln(1-\pi_i)}{\delta \pi_i} \times \frac{\delta \pi_i(\beta)}{\delta \beta_0} \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left\{ y_i - \frac{1}{1-\pi_i} \times \frac{\delta \pi_i(\beta)}{\delta \beta_0} \right\}$$

Dari model (2.4) akan didapat:

$$\ln\left(\frac{\pi_i}{1-\pi_i}\right) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_k x_k$$

$$\frac{\ln\left(\frac{\pi_i}{1-\pi_i}\right)}{\delta \beta_0} = 1 \ dan \qquad \frac{\ln\left(\frac{\pi_i}{1-\pi_i}\right)}{\delta \beta_1} = x_1$$

$$\frac{\delta \ln\left(\frac{\pi_i}{1-\pi_i}\right)}{\delta \beta_0} = \frac{\delta \ln\left(\frac{\pi_i}{1-\pi_i}\right)}{\delta \pi_i} \times \frac{\delta \pi_i}{\delta \beta_0}$$

Turunan dari $\ln\left(\frac{\pi_i}{1-\pi_i}\right)$ terhadap π_i

$$\frac{\delta \ln\left(\frac{\pi_i}{1-\pi_i}\right)}{\delta \pi_i} = \frac{1}{\frac{\pi_i}{1-\pi_i}} \times \frac{\delta\left(\frac{\pi_i}{1-\pi_i}\right)}{\delta \pi_i}$$

$$\begin{aligned}\frac{\delta \ln\left(\frac{\pi_i}{1-\pi_i}\right)}{\delta \pi_i} &= \frac{\delta\left(\pi_i(1-\pi_i)^{-1}\right)}{\delta \pi_i} \\ &= (1-\pi_i)^{-1} + \pi_i(1-\pi_i)^{-2} \\ &= \frac{1}{1-\pi_i} + \frac{\pi_i}{(1-\pi_i)^2} \\ &= \frac{1}{(1-\pi_i)^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\delta \ln\left(\frac{\pi_i}{1-\pi_i}\right)}{\delta \pi_i} &= \frac{1-\pi_i}{\pi_i} \times \frac{1}{(1-\pi_i)^2} \\ &= \frac{1}{\pi_i(1-\pi_i)}\end{aligned}$$

Sehingga didapatkan hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned}1 &= \frac{1}{\pi_i(1-\pi_i)} \times \frac{\delta \pi_i}{\delta \beta_0} \\ \frac{\delta \pi_i}{\delta \beta_0} &= \pi_i(1-\pi_i)\end{aligned}$$

Jadi,

$$\begin{aligned}\frac{dL(\beta)}{d\beta_0} &= \frac{d}{d\beta_0}\sum_{i=1}^{n}\{y_i(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_k x_k) + \ln[1-\pi_i(\beta)]\} \\ &= \sum_{i=1}^{n}\left\{y_i - \frac{1}{1-\pi_i} \times \pi_i(1-\pi_i)\right\} \\ &= \sum_{i=1}^{n}\{y_i - \pi_i\} \qquad (2.7)\end{aligned}$$

$$\frac{dL(\beta)}{d\beta_1} = \frac{d}{d\beta_1}\sum_{i=1}^{n}\{y_i(\beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k) + \ln[1-\pi_i(\beta)]\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_{1i}[y_i - \pi_i] = 0 \qquad (2.8)$$

.

.

.

$$\frac{dL(\beta)}{d\beta_k} = \frac{d}{d\beta_p}\sum_{i=1}^{n}\{y_i(\beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k) + \ln[1-\pi_i(\beta)]\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_{ki}[y_i - \pi_i] = 0 \qquad (2.9)$$

Dari persamaan (2.7), (2.8), dan (2.9) masih terkandung y_i, dari turunan pertama di atas sulit untuk dihitung secara manual oleh sebab itu digunakan bantuan *software*.

Selanjutnya akan dihitung turunan kedua, turunan kedua ini akan dilihat apakah ada solusi yang unik atau tidak.

Bentuk turunan parsial kedua dari fungsi *log-likelihood* adalah:

$$\frac{\delta^2 L(\beta)}{\delta\beta_0^2} = -\sum_{i=1}^{n}\pi_i(1-\pi_i)$$

$$\frac{\delta^2 L(\beta)}{\delta\beta_1\delta\beta_0} = -\sum_{i=1}^{n}\pi_i(1-\pi_i)x_{1i}$$

$$\frac{\delta^2 L(\beta)}{\delta\beta_k\delta\beta_0} = -\sum_{i=1}^{n}\pi_i(1-\pi_i)x_{ki}$$

$$\frac{\delta^2 L(\beta)}{\delta\beta_1\delta\beta_k} = -\sum_{i=1}^{n}\pi_i(1-\pi_i)x_{1i}x_{ki}$$

$$\frac{\delta^2 L(\beta)}{\delta\beta_k^2} = -\sum_{i=1}^{n}\pi_i(1-\pi_i)x_{ki}^{\ 2}$$

Bentuk umum dari turunan parsial kedua fungsi *log-likelihood* adalah:

$$\frac{\delta^2 L(\beta)}{\delta\beta_k^2} = -\sum_{i=1}^{n} x_{ki}{}^2 \pi_i (1-\pi_i) < 0$$

$$\frac{\delta^2 L(\beta)}{\delta\beta_r \delta\beta_k} = -\sum_{i=1}^{n} x_{ki.ri} \pi_i (1-\pi_i) < 0$$

dimana *i*, *j = 0*, *1*, *2*, *...*, *p*. Dan penaksir matriks variansnya adalah

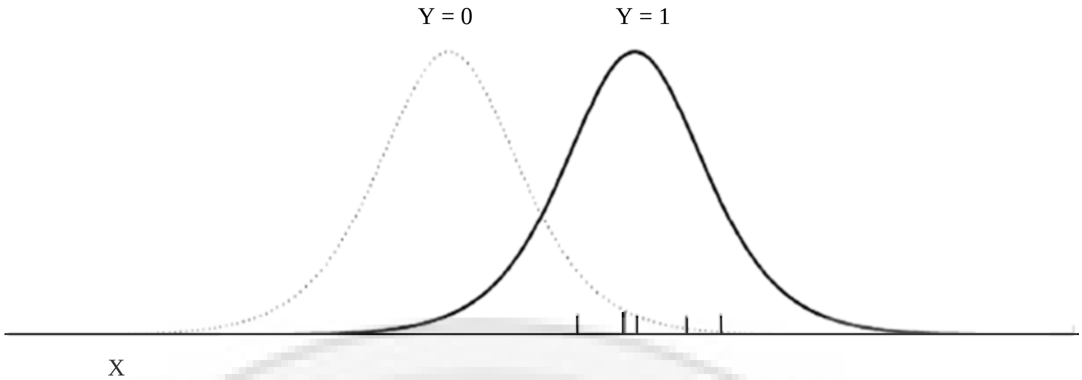
$$V(\hat{\beta}) = \left[\sum_{i=1}^{n} \pi_i (1-\pi_i) x_i^{'} x_i \right]^{-1} \qquad (2.10)$$

dimana π_i adalah peluang sukses, 1-π_i adalah peluang gagal dan x_i adalah variabel bebas dengan *i* = 1, 2, ..., *k*.

2.4 Regresi Logistik pada Data *Rare Event*

Misalkan variabel respon $Y_1, Y_2, ...Y_i, ...Y_n$ merupakan sampel acak yang berdistribusi Bernoulli dengan $\pi_i = P(Y = 1)$ dan $1 - \pi_i = P(Y = 0)$ untuk i = 1, 2, ..., *n*. Dalam model regresi logistik peluang π_i adalah fungsi distribusi kumulatif logistik padapersamaan 2.1. Transformasi logit sebagaimana dijelaskan pada bagian regresi logistik yaitu persamaan 2.3.

Metode maksimum likelihood digunakan untuk menaksir parameter β. Kelemahan pada regresi logistik yaitu apabila dihadapkan pada data *rare event*. Data *rare event* menunjukkan bahwa pada variabel respon biner terdapat puluhan hingga ribuan data yang memiliki nilai nol lebih banyak dibandingkan nilai satu. Pada data rare event akan menyebabkan Pr(Y = 1) *underestimates* sedangkan untuk Pr(Y = 0) *overestimates.* Masalah sampel terbatas (*finite sample*) akan menyebabkan penaksiran yang bias. Misalkan, kasus sederhana model regresi logistik dengan hanya satu variabel bebas sebagaimana digambarkan dalam Gambar 3.1.



Gambar 2.1 Ilustrasi Bias pada Data *Rare Event*

Apabila nilai $\beta_1 > 0$, maka akan mengakibatkan sebagian besar Y = 0 akan berada di sebelah kiri dan Y = 1 akan ke kanan tetapi ada beberapa bagian yang saling tumpang tindih.

Dalam kasus ini, perlu dicari nilai titik potong maksimum untuk membedakan antara nilai Y = 0 dan Y = 1. Penentuan titik potong ini berkaitan dengan estimasi maksimum *likelihood* dari β_1. Namun, berhubung nilai Y = 0 lebih banyak dibandingkan dengan nilai Y = 1 maka nilai estimasi max(X | Y = 0) akan bagus, tetapi nilai estimasi untuk min(X | Y = 1) akan kurang bagus dikarenakan jumlah pengamatan Y = 1 sangat sedikit. Hal itu disebabkan oleh nilai minimum sampel yang selalu lebih besar atau sama dengan nilai minimum dalam populasi. Sehingga nilai titik potong akan menjadi bias ke arah kanan dan akibatnya Pr(Y = 1) akan kecil (*underestimated*).

2.4.1 Koreksi Bias terhadap Koefisien

Untuk mengoreksi bias $\hat{\beta}$ dapat ditaksir oleh *weighted least-squared*:

$$bias(\hat{\beta}) = \left(X'WX\right)^{-1} X'W\xi \qquad (2.11)$$

dimana

$$\xi_i = 0.5Q_{ii}\left(\left(1+\overline{w}_1\right)\hat{\pi}_i - \overline{w}_1\right) \qquad (2.12)$$

$$Q_{ii} = elemen\ diagonal\ utama \left\{X\left(X'WX\right)^{-1} X'\right\} \qquad (2.13)$$

$$W = diag\{\hat{\pi}_i(1-\hat{\pi}_i)w_i\} \quad (2.14)$$

Dengan vektor pembobot w_i sebagai berikut,

$$w_i = \overline{w}_1 Y_i + \overline{w}_0(1-Y_i) \quad (2.15)$$

dimana $\overline{w}_1 = \frac{\tau}{\overline{y}}$ sebagai pembobot untuk nilai satu dan $\overline{w}_0 = \frac{1-\tau}{1-\overline{y}}$ sebagai pembobot nilai nol. Sedangkan τ adalah proporsi kejadian sukses dalan populasi dan $\overline{y}$ adalah proporsi kejadian sukses dalan sampel. Metode WLS pada regresi logistik rare event mudah untuk diterapkan karena komponennya sama dengan metode WLS pada regresi logistik. Dengan ξ sebagai variabel respon, X sebagai variabel bebas dan W sebagai pembobot. Sedangkan untuk penaksir koreksi biasnya yaitu,

$$\tilde{\beta} = \hat{\beta} - bias(\hat{\beta}) \quad (2.16)$$

2.4.2 Koreksi terhadap P(Y = 1)

Koreksi penaksir bias, $\tilde{\beta}$, akan sedikit bias dan memiliki varians kecil sehingga *mean square error* lebih kecil daripada penaksir $\hat{\beta}$. Untuk mendapatkan prediksi peluang maka bisa dilakukan dengan memasukkan koreksi penaksir bias ($\tilde{\beta}$) ke dalam persamaan logit sebagai berikut:

$$\tilde{\pi} = \Pr(\hat{y}_i = 1 \mid \tilde{\beta}) = \frac{\exp(x_i\tilde{\beta})}{1+\exp(x_i\tilde{\beta})} \quad (2.17)$$

Namun, hal ini tidak optimal karena mengabaikan ketidakpastian pada $\tilde{\beta}$. Oleh karena itu perlu dilakukan koreksi ulang terhadap $\tilde{\pi}_i$. Bentuk koreksi peluangnya sebagai berikut:

$$\Pr(y_i = 1) \approx \tilde{\pi}_i + C_i \quad (2.18)$$

dengan faktor koreksinya adalah

$$C_i = (0.5 - \tilde{\pi}_i)\tilde{\pi}_i(1 - \tilde{\pi}_i)x_i V\left(\tilde{\beta}\right)x_i' \qquad (2.19)$$

dimana

$$V\left(\tilde{\beta}\right) = \left(\frac{n}{(n+k)}\right)^2 V\left(\hat{\beta}\right) \qquad (2.20)$$

dan matriks varians $V\left(\hat{\beta}\right)$ sebagaimana dijelaskan pada bagian penaksiran parameter model regresi logistik.