BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pendahuluan

Control chart pertama kali dikenalkan oleh *Dr. Walter Andrew Shewhart* dari *Bell Telephone Laboratories* Amerika Serikat pada tahun 1924. *Control chart* adalah sebuah grafik yang memberi gambaran tentang perilaku sebuah proses. *Control chart* ini digunakan untuk memantau dan memeriksa proses produksi. Sebuah proses yang cukup stabil, tapi berjalan di luar batas yang diharapkan, harus diperbaiki untuk menemukan akar penyebabnya guna mendapatkan hasil perbaikan yang fundamental. *Control chart* dibagi kedalam dua kelompok sesuai dengan karakteristik data yang diobservasi, yaitu *control chart* untuk data variabel dan *control chart* untuk data atribut. Pada penelitian ini fokus pada diagram kontrol atribut. Diagram kontrol atribut ini mensyaratkan asumsi normal asimtot, oleh karena itu pada bab ini akan dibahas dalil limit pusat, disamping teori-teori diagram kontrol secara umum.

Pada bab ini juga akan dibahas hal-hal yang berhubungan dengan diagram kontrol *fuzzy* multinomial yang meliputi teori-teori mengenai distribusi binomial dan multinomial, himpunan *fuzzy*, diagram kontrol atribut dan diagram *fuzzy* multinomial.

2.2 Variabel Acak Diskrit

Varibel acak diskrit adalah variabel acak yang tidak mengambil seluruh nilai yang ada dalam sebuah interval atau variabel hanya memiliki nilai tertentu.Variabel acak diskrit merupakan variabel acak yang nilainya merupakan hasil perhitungan (pencacahan). Nilainya merupakan bilangan bulat dan asli, tidak berbentuk pecahan.

repository.unisba.ac.id

Variabel acak diskrit jika digambarkan pada sebuah garis interval, akan berupa sederetan titik-titik yang terpisah. Contohnya yaitu sebagai berikut:

a. Banyakya pemunculan sisi muka atau angka dalam pelemparan sebuah koin (uang logam).
b. Jumlah anak dalam sebuah keluarga.

Distribusi Binomial dan distribusi Multinomial termasuk kedalam distribusi peluang diskrit.

2.2.1 Distribusi Binomial

Distribusi Binomial adalah distribusi probabilitas dari banyaknya *outcome*/kejadian sukses pada n percobaan Bernoulli. Misalnya kita melakukan suatu eksperimen yang hanya menghasilkan dua peristiwa, seperti peristiwa sukses *(S)* dan peristiwa gagal *(G)*. Peluang terjadinya peristiwa *S*, *P(S)*, sebesar p dan peluang terjadinya *G*, *P(G)*, sebesar 1 - *p*. Kemudian eksperimen itu diulang sampai *n* kali secara bebas. Dari *n* kali pengulangan itu, peristiwa S terjadi sebanyak x kali dan (*n* - *x*) kali terjadi peristiwa *G*.

Fungsi peluang dari distribusi binomial adalah:

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{1-x}, \qquad x = 0,1,2,\dots,n \qquad \dots(2.1)$$

Dimana,

p = peluang cacat dalam setiap kategori

n = ukuran sampel

x = banyaknya cacat atau kategori yang diperhatikan

Peubah acak X yang berdistribusi binomial dikatakan juga peubah acak binomial. Penulisan notasi dari peubah acak X berdistribusi binomial adalah B(x; n, p), artinya peubah acak X berdistribusi binomial dengan banyak pengulangan eksperimen

repository.unisba.ac.id

sampai n kali, peluang terjadi peristiwa sukses sebesar p, dan banyak peristiwa sukses terjadi ada x.

Menurut Herryanto dan Gantini (2009), sebuah eksperimen dikatakan mengikuti distribusi binomial, jika eksperimen itu memenuhi sifat-sifat sebagai berikut.

a. Eksperimennya terdiri atas dua peristiwa, seperti sukses dan gagal.
b. Eksperimennya diulang beberapa kali dan ditentukan banyak pengulangannya.
c. Peluang terjadinya peristiwa sukses dan gagal pada setiap pengulangan eksperimen bersifat tetap.
d. Setiap pengulangan eksperimen bersifat bebas.

Rata-rata, varians, dan fungsi pembangkit momen dari distribusi binomial adalah sebagai berikut.

1. $E(X) = np$
2. $Var\ (X) = np(1-p)$
3. $M_X(t) = [(1-p) + p.e^t]^n; t \in \mathcal{R}$

2.2.2 Distribusi Multinomial

Distribusi multinomial merupakan perluasan dari distribusi binomial. Apabila n percoban berulang dapat menghasilkan lebih dari 2 kejadian yang mungkin misal x_1, $x_2 ... x_k$ dengan probabilitas masing-masing konstan pada setiap percobaan $p_1 p_2 ... p_k$, maka akan dihasilkan distribusi multinomial.

Fungsi probabilitas variabel acak yang berdistribusi multinomial dengan parameter n dan $p_1 p_2 ... p_k$,:

$$p(X = x_1, x_2, ..., x_k; p_1, p_2, ..., p_k; n) = \frac{n!}{x_1! x_2 ... x_k!} p_1^{x_1} p_2^{x_2} ... p_{k-1}^{x_{k-1}} p_k^{x_k} \qquad ...(2.2)$$

repository.unisba.ac.id

dimana,

$$x_k = n - (x_1 + x_2 + ... + x_{k+1});$$
$$p_k = 1 - (p_1 + p_2 + ... + p_{k+1})$$
$$(x_1 + x_2 + ... + x_{k-1}) \leq n$$
$$i = 1,2,3,...,k$$

Rata-rata, varians, dan fungsi pembangkit momen dari distribusi multinomial adalah:

1. $E(X_i) = np_i$,
2. $V(X_i) = np_i(1 - p_i)$
3. $M(t_1, t_2, ..., t_{k-1}) = (p_1 e^{t1} + p_2 e^{t2} + ..., + p_{k-1} e^{tk-1} + p_k)^n$

2.3 Teorema Limit Pusat

Teorema limit pusat (TLP) merupakan salah satu teorema paling penting dalam matematika statistika dan probabilitas. Teori ini digunakan hampir di semua tempat dimana statistik matematika diterapkan. Kegunaan teorema ini terletak pada kesederhanaan definisinya. Teorema limit pusat menyatakan bahwa jika beberapa kondisi tertentu terpenuhi, maka distribusi rata-rata dari sejumlah variabel acak yang independen mendekati distribusi normal dengan ukuran sampel mendekati tak terhingga. Teorema limit pusat (TLP) adalah sebuah teorema yang menyatakan bahwa kurva distribusi sampling akan berpusat pada nilai parameter populasi dan akan memiliki semua sifat-sifat distribusi normal.

Misalkan $X_{1, ...,} X_n$ sampel acak berukuran n dari populasi dengan rata-rata μ dan variansi σ^2. Distribusi dari $Z_n = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ konvergen ke N(0,1) untuk $n \to \infty$. Hal penting dari teorema limit pusat adalah kekonvergenan dari Z_n ke distribusi normal akan terjadi apapun bentuk distribusi dari X. Tetapi jika distribusi dari mana sampel acak tersebut diambil bukan berdistribusi normal, Dalil Limit Pusat menyatakan bahwa, jika $\bar{X}$ merupakan rata-rata sampel acak berukuran n dari suatu populasi

repository.unisba.ac.id

yang mempunyai rata-rata dan varians masing-masing μ dan σ^2, maka $Z_n = \frac{(\bar{X} - \mu_{\bar{x}})}{\sigma_{\bar{x}}}$ mempunyai limit distribusi $N(0,1)$.

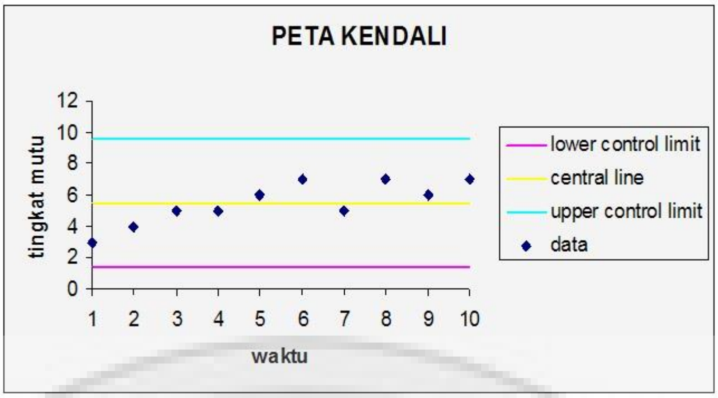
2.4 Diagram Kontrol

Diagram Kontrol pertama kali diperkenalkan oleh *Dr. Walter Andrew Shewhart* dari *Bell Telephone Laboratorie* Amerika Serikat pada tahun 1924. Diagram Kontrol adalah sebuah grafik yang memberi gambaran tentang perilaku sebuah proses. Diagram Kontrol digunakan untuk memahami apakan sebuah proses manufakturing atau proses bisnis berjalan dalam kondisi yang terkontrol atau tidak. Diagram kontrol Shewhart sebenarnya tidak mengendalikan apa-apa, tetapi pada dasarnya hanya memberi informasi atau petunjuk-petunjuk dasar untuk mengambil tindakan-tindakan yang diperlukan, misalnya untuk membawa proses ke dalam keadaan terkendali. Sebuah proses yang cukup stabil, tapi berjalan di luar batas yang diharapkan, harus diperbaiki untuk menemukan akar penyebabnya guna mendapatkan hasil perbaikan yang fundamental.

Diagram Kontrol terdiri dari:

- Titik-titik yang mewakili sebuah nilai statistik (rata-rata, range, proporsi) dari sebuah karakteristik sampel yang diambil dari sebuah proses pada waktu yang berbeda (data).
- Rata-rata dari nilai statistik di atas yang dihitung dari keseluruhan sampel.
- Garis tengah yang digambar tepat di angka rata-rata nilai statistik tersebut.
- Standar eror dari nilai statistik yang juga dihitung dari keseluruhan sampel.
- Batas kontrol atas dan bawah, yang mengindikasikan batas di mana secara statistik sebuah proses bisa dikatakan menyimpang, yang secara umum besarnya 3 kali standar eror dari garis tengah.

repository.unisba.ac.id



Gambar 2.1 Diagram Kontrol *Shewhart*

Menurut Muchlis (2010), penggunaan diagram kontrol *Shewhart* memiliki beberapa keuntungan, diantaranya:

1. Untuk meneliti melalui diagram kontrol *Shewhart*, ukuran sampel yang diambil dalam setiap pengamatan tidak perlu terlalu banyak.
2. Dapat mengetahui variasi yang bersifat acak, keadaan ini dilihat jika pencaran titik bersifat acak (tidak memperlihatkan pola tertentu).
3. Dapat menunjukkan variasi yang disebabkan oleh kerusakan alat-alat yang menyebabkan adanya pengaruh kondisi yang lebih buruk. Penyebab-penyabab ini biasanya dapat diketahui dan pada proses selanjutnya dapat dikoreksi dengan jalan memperbaiki mesin atau mengubah material.

Karakteristik mutu yang diamati digambarkan sebagai titik-titik pada diagram kendali *Shewhart*, dimana dari pencaran titik yang digambarkan dapat dilihat apakah proses produksi beroperasi sebagaimana mestinya atau tidak. Sehingga dari pencaran titik inilah dapat diketahui bahwa proses produksi beroperasi sebagaimana mestinya apabila pencaran titik yang digambarkan terletak dalam batas-batas kendali atau batas-batas spesifikasi dan berpencar secara acak. Oleh karena itu jika ada satu titik atau lebih jatuh di luar batas-batas kendali dapat disimpulkan bahwa proses tidak terkendali. Proses dikatakan tidak normal bila ada data (titik) keluar dari batas limit

repository.unisba.ac.id

kontrol. Walaupun semua data masih berada di dalam batas limit kontrol, tetapi jika susunan data tersebut membentuk pola-pola tertentu, hal ini juga dapat dianggap sebagai ketidaknormalan proses. Bentuk-bentuk pola tertentu (gejala tidak acak) yang dimaksud adalah *runs*, *trend*, periodik, dan *hugging* dari garis kontrol.

Diagram kontrol dibagi kedalam dua kelompok sesuai dengan karakteristik data yang diobservasi, yaitu:

a. Diagram kontrol untuk data variabel

Pengendalian kualitas secara variabel dapat ditempuh apabila dicatat mengenai karakteristik kualitas hasil pengukuran. Oleh karena itu pengendalian dengan cara ini, hanya dapat digunakan untuk mengendalikan satu jenis karakteristik kualitas. Bila jenis ukuran kualitas yang ada atau yang akan dikumpulkan bersifat variabel artinya kualitas produk dapat dinyatakan dalam satuan ukuran tertentu seperti panjang, berat, volume dll yang bisa dinyatakan dalam cm, kg, liter dll. Teknik-teknik Pengendalian kualitas statistika yang termasuk dalam kategori data variabel adalah diagram kontrol variabel yang terdiri antara lain: diagram kontrol $\bar{X}$ dan R dan diagram kontrol $\bar{X}$ dan S.

Diagram kontrol rata-rata memvisualisasikan fluktuasi rata-rata kemudian akan menunjukkan bagaimana penyimpangan rata-rata sampel dari rata-ratanya. Penyimpangan ini akan memberikan gambaran bagaimana konsistensi proses. Semakin dekat rata-rata sampel ke nilai rata-ratanya maka proses cenderung stabil, sebaliknya maka proses cenderung tidak stabil. Rentang merupakan ukuran penyimpangan yang paling sederhana, mengukur beda nilai terendah dan tertinggi. Diagram kontrol rentang digunakan untuk memberi gambaran mengenai variabilitas proses. Diagram kontrol lainnya

repository.unisba.ac.id

yang biasa digunakan untuk memberikan gambaran variabilitas proses yaitu diagram kontrol simpangan baku. Dalam prakteknya untuk mengamati proses produksi, penggunaan diagram kontrol selalu berpasangan, diagram kontrol rata-rata dengan diagram kontrol rentang atau diagram kontrol rata-rata dengan diagram kontrol simpangan baku.

b. Diagram kontrol untuk data atribut

Indeks Kapabilitas Proses dapat diterapkan pada karakteristik data observasi yang bersifat atribut sebagai ukuran kualitas. Maksud dari karakteristik data bersifat atribut adalah data yang bersifat diskrit. Biasanya ukuran kualitas yang dinyatakan dalam bentuk diskrit adalah ukuran kualitas yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk satuan ukuran tertentu. Data atribut bersifat diskrit (*discrete distribution*). Data ini umumnya diukur dengan cara dihitung menggunakan daftar pencacahan atau *tally* untuk keperluan pencatatan dan analisis, sebagai contoh:

- jumlah cacat dalam satu *batch* produk,
- jenis kelamin (laki-laki/perempuan),
- jenis warna cat (merah, *gold*, *silver*, hitam), dan lain-lain.

Teknik-teknik Pengendalian kualitas statistika untuk kategori data atribut dibedakan menjadi dua tipe, yaitu *Yes/No* atau Ya/Tidak, dan terhitung. Tipe data Ya/Tidak atau *Yes/No* hanya membedakan antara cacat atau tidak cacat. Teknik Pengendalian kualitas statistika yang termasuk dalam kelompok ini adalah: p *chart* (sampel konstan dan sampel variabel) dan np *chart*. Data terhitung bila data yang diobeservasi lebih rumit atau dikehendaki analisis yang lebih mendalam, maka p *chart* dan np *chart* kurang memadai. Oleh karena itu digunakan: c *chart* dan u *chart*.

repository.unisba.ac.id

Karena yang digunakan dalam makalah ini adalah diagram kontrol untuk data atribut khusus proporsi maka yang akan dibahas lebih lanjut hanya diagram kontrol proporsi saja.

2.5 Diagram Kontrol Proporsi (p)

Diagram kontrol proporsi (p) adalah jenis diagram kontrol yang digunakan di dunia industri atau bisnis untuk memonitor proporsi dari ketidaksesuaian dalam sebuah sampel, dimana proporsi ketidaksesuaian ditentukan sebagai rasio unit yang memiliki ketidaksesuaian dibandingkan dengan jumlah sampel. Diagram kontrol p hanya mengakomodir inspeksi dengan dua keputusan, "OK / Gagal", "Bagus / Jelek". Proporsi atau fraksi yang tidak sesuai (cacat) dalam suatu populasi didefinisikan sebagai rasio jumlah unit tidak sesuai dalam populasi dengan jumlah keseluruhan unit dalam populasi yang dinotasikan dengan p. Unit yang dikategorikan tidak sesuai mungkin saja memiliki satu atau lebih karakteristik mutu yang diperiksa secara bersamaan. Jika paling tidak salah satu ciri tidak memenuhi standar, item tersebut diklasifikasikan sebagai tidak sesuai atau cacat.

Dasar untuk menggunakan diagram kontrol p adalah, bahwa data berasal dari distribusi binomial (Montgomery, 2005), dengan asumsi bahwa:

- Probabilitas ketidaksesuaian p untuk setiap unit adalah sama.
- Tiap-tiap unit tidak memiliki ketergantungan dengan unit sebelum dan sesudahnya.
- Setiap unit di inspeksi dengan cara yang sama.

Batas-batas kontrol diagram kontrol p adalah sebagai berikut:

repository.unisba.ac.id

$$BKA = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$
$$Pusat = \bar{p} \qquad \ldots(2.3)$$
$$BKB = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

Dimana $\bar{p}$ adalah estimasi rata-rata proporsi dihitung dengan rumus $\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i}{n}$. Jika nilai batas kontrol bawah lebih kecil atau sama denga nol maka batas kontrol bawah dianggap nol.

2.6 Definisi *Fuzzy*

2.6.1 Himpunan *Fuzzy*

Pada himpunan tegas (*crisp*), nilai keanggotaan suatu item x dalam suatu himpunan A, yang sering ditulis dengan $\mu_A[x]$, memiliki 2 kemungkinan, yaitu:

- Satu (1), yang berarti bahwa suatu item menjadi anggota dalam suatu himpunan, atau
- Nol (0), yang berarti bahwa suatu item tidak menjadi anggota dalam suatu himpunan.

Kalau pada himpunan *crisp*, nilai keanggotaan hanya ada 2 kemungkinan, yaitu 0 atau 1, pada himpunan *fuzzy* nilai keanggotaannya terletak pada rentang 0 sampai 1. Apabila x memiliki nilai keanggotaan *fuzzy* $\mu_A[x]=0$ berarti x tidak menjadi anggota himpunan A, demikian pula apabila x memiliki nilai keanggotaan *fuzzy* $\mu_A[x]=1$ berarti x menjadi anggota penuh pada himpunan A. Terkadang kemiripan antara keanggotaan *fuzzy* dengan probabilitas menimbulkann kerancuan. Keduanya memiliki nilai pada interval [0,1], namun interpretasi nilainya sangat berbeda antara kedua kasus tersebut. Keanggotaan *fuzzy* memberikan suatu ukuran terhadap pendapat atau keputusan, sedangkan probabilitas mengindikasi proporsi

repository.unisba.ac.id

terhadap keseringan suatu hasil bernilai benar dalam jangka panjang. Himpunan *fuzzy* memiliki 2 atribut, yaitu:

a. Linguistik, yaitu penamaan suatu grup yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami, seperti : muda, parobaya, tua.

b. Numeris, yaitu suatu nilai (angka) yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel seperti : 40,25,50, dan sebagainya.

Ada beberapa hal yang perlu diketahui dalam memahami sistem *fuzzy*, yaitu:

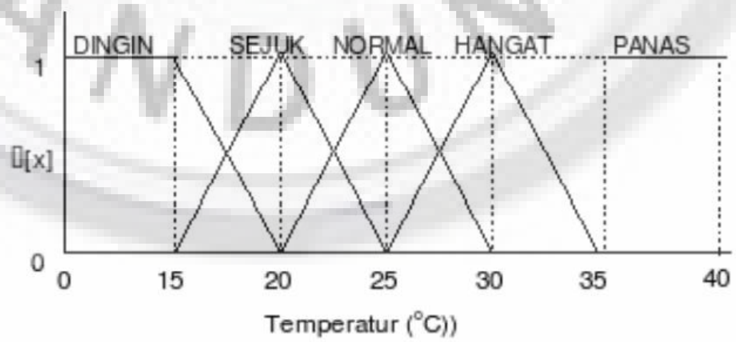
a. Variabel *fuzzy*

   Variabel *fuzzy* merupakan variabel yang hendak dibahas dalam suatu sistem *fuzzy*. Contoh : umur, temperatur, permintaan, dsb.

b. Himpunan *fuzzy*

   Himpunan *fuzzy* merupakan suatu grup yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel *fuzzy*.

   Contoh : variabel temperatur terbagi menjadi 5 himpunan *fuzzy*, yaitu : dingin, sejuk, normal, hangat, dan panas. (Gambar 2.2)



Gambar 2.2 Himpunan *Fuzzy* pada Variabel Temperatur.

c. Semesta pembicaraan

Semesta pembicaraan adalah keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel *fuzzy*. Semesta pembicaraan merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai semesta pembicaraan dapat berupa bilangan positif maupun negatif. Ada kalanya nilai semesta pembicaraan ini tidak dibatasi batas atasnya.

Contoh :

- Semesta pembicaraan untuk variabel umur : $[0\ +\infty)$
- Semesta pembicaraan untuk variabel temperature; [0 40]

d. Domain

Domain himpunan *fuzzy* adalah keseluruhan nilai yang diijinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan *fuzzy*. Seperti halnya semesta pembicaraan, domain merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai domain dapat berupa bilangan positif maupun negatif.

2.6.2 Fungsi Keanggotaan *Fuzzy*

Fungsi keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menujukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaanya (sering juga disebut dengan derajat keanggotaan) yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah melalui pendekatan fungsi. Ada beberapa fungsi yang bisa digunakan yaitu, representai linear, kurva segitiga, kurva trapezium, kurva bentuk bahu, kurva bentuk lonceng, dan koordinat keanggotaan.

repository.unisba.ac.id

Dalam rangka mempertahankan format standar diagram kontrol dan untuk memfasilitasi merencanakan pengamatan pada tabel, maka perlu untuk mengubah *fuzzy* set yang berhubungan dengan nilai-nilai linguistik menjadi skalar, yang akan disebut nilai-nilai representatif (Wang dan Raz 1990).

2.6.3 Nilai Representatif *Fuzzy* ($\tilde{L}(li)$)

Misal terdapat variabel linguistik dinotasikan dengan L. Contohnya, tingkat pendidikan, tingkat penghasilan, tingkat mutu produksi, dan lain-lain. Data linguistik bukan berupa numerik, misalnya:

1. Tingkat pendidikan : SD, SMP, SMA, D3, S1, S2, dan S3.
2. Tingkat penghasilan : tinggi, sedang, rendah.
3. Tingkat mutu produk : *perfect* (sempurna), *good* (baik), *medium* (sedang), *poor* (kurang baik), dan *bad* (buruk).

Diantara dua kategori, terdapat data yang disebut nilai *fuzzy* (kabur). Jadi, untuk kasus ini kita dihadapkan dengan himpunan *fuzzy* yang disimbolkan dengan F dari berbagai variabel dasar numerik. Variabel dasar mungkin langsung terukur seperti tingkat pendidikan, tingkat penghasilan, dan tingkat mutu produk. Atau mungkin didasarkan pada beberapa nilai kualitatif, seperti yang disajikan dalam skala yang berbentuk selang. Misal dalam selang bentuk [0,1].

Himpunan bagian *fuzzy* ditandai dengan fungsi $\mu F(x)$ yang mengkaitkan sebuah bilangan dalam interval [0,1] ke masing-masing nilai dasar. Nilai representatif dari himpunan bagian *fuzzy* dapat ditentukan dalam berbagai cara, selama hasilnya adalah representatif dari variabel dasar termasuk dalam himpunan *fuzzy*. Empat cara, yang mirip dalam statistik deskriptif yaitu, *fuzzy modus*, *fuzzy midrange*, *fuzzy median*, dan *fuzzy average*. Adapun penjelasannya sebagai berikut:

repository.unisba.ac.id

a. Metode Modus *Fuzzy*

Fuzzy Modus, f_{mod} adalah nilai dari variabel dasar dimana fungsi keanggotaan sama dengan 1. Hal ini dinyatakan sebagai berikut:

$$f_{\mathrm{mod}} = \{x \in X \mid \mu_F(x) = 1\} \qquad \ldots(2.4)$$

Artinya, nilai dari X yaitu x mempunyai nilai keanggotaan yaitu sama dengan 1. Jika fungsi keanggotaan unimodal, modus *fuzzy* nya tunggal.

Dimana,

F : himpunan bagian *fuzzy*.

x : variabel dasar

$\mu F(x)$: fungsi keanggotaan.

Berikut contoh untuk menentukan nilai representatif menggunakan metode *Modus Fuzzy*

$$\mu_{perfect}(x) \begin{array}{ll} = 1 - 2x & ; 0 \le x \le 0,25 \\ = 0 & ; 0,5 \le x \le 1 \end{array}$$

$$\mu_{perfect}(x) = 1 - 2x = 1$$

$$2x = 1 - 1$$
$$x = 0$$

Dengan menggunakan fungsi keanggotaan $\mu_{perfect}(x) = 1 - 2x$ diperoleh nilai representatif = 0, nilai tersebut selanjutnya yang akan digunakan pada perhitungan proporsi yang diboboti.

b. Metode *Midrange Fuzzy*

Midrange fuzzy bertaraf α, $f_{mr}(\alpha)$ adalah rata-rata titik akhir pada pemotongan bertaraf α. F_α menunjukkan pemotongan F bertaraf α merupakan himpunan bagian non *fuzzy* dari variabel dasar x yang mengandung semua nilai dengan nilai fungsi keanggotaan lebih besar atau sama dengan α, maka

repository.unisba.ac.id

$$F_\alpha = \{x \mid \mu F(x) \geq \alpha\} \qquad \ldots(2.5)$$

c. Metode Median *Fuzzy*

Metode median *fuzzy*, f_{med} adalah titik yang membagi daerah di bawah fungsi keanggotaan ke dalam dua daerah yang sama besar yang memenuhi persamaan berikut:

$$\int_a^{f_{med}} \mu F(x)dx = \int_{f_{med}}^{c} \mu F(x)dx = \frac{1}{2}\int_a^c \mu F(x)dx \qquad \ldots(2.6)$$

Dimana a dan c (a < c) adalah batas dari variabel dasar himpunan *fuzzy* F.

Berikut beberapa contoh untuk menentukan nilai representatif menggunakan metode *fuzzy* median:

$$\int_a^{f_{med}} \mu F(x)dx = \int_{f_{med}}^{c} \mu F(x)dx = \frac{1}{2}\int_a^c \mu F(x)dx$$

$$a = 0; c = 1$$

$$\int_0^{f_{med}} (1-2x)dx = \frac{1}{2}\int_0^{0,5} (1-2x)dx$$

$$(x - x^2)\,|_0^{f_{med}} = \frac{1}{2}(x - x^2)\,|_0^{0,5}$$

$$f_{med} - f_{f_{med}}^2 = \frac{1}{2}(0,5 - 0,5^2) - 0$$

$$f_{med} - f_{f_{med}}^2 = 0,125$$

$$f_{med} - f_{f_{med}}^2 - 0,125 = 0$$

$$f_{med} = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1.0,125)}}{2(1)}$$

$$f_{med} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 0,5}}{2}$$

$$f_{med} = \frac{1 \pm \sqrt{0,5}}{2}$$

$$f_{med} = \frac{1 \pm 0,7071}{2}$$

$$f_{med1} = \frac{1 + 0,7071}{2} = 0,85355$$

$$f_{med2} = \frac{1 - 0,7071}{2} = 0,14645$$

repository.unisba.ac.id

Maka x yang digunakan adalah x=0,12645

d. Metode *Average Fuzzy*

Metode *average fuzzy*, f_{avg} didefinisikan oleh Zadeh (1975) sebagai berikut:

$$f_{avg} = Av(x;F) = \frac{\int_{x=0}^{1} x\mu F(x)dx}{\int_{x=0}^{1} \mu F(x)dx} \qquad \ldots(2.7)$$

2.7 Diagram Kontrol *Fuzzy* Multinomial

Skala linguistik umumya digunakan dalam industri untuk mengekspresikan sifat atau karakteristik dari produk. Sebagai contoh, pada proses produksi tutup botol (mungkin memiliki kemungkinan penilaian berikut (Franceschini dan Romano, 1999):

- '*reject quality'* jika gabus tidak bekerja;
- '*poor quality*' jika gabus bekerja namun memiliki beberapa cacat;
- '*medium quality*' jika gabus bekerja dan tidak memiliki cacat, tetapi memiliki beberapa kelemahan bentuk estetika;
- '*good quality*' jika gabus bekerja , tidak memiliki cacat dan hanya kekurangan sedikit pada bentuk estetika;
- 'excellent *quality*' jika gabus bekerja, tidak memiliki cacat dan tidak ada kekurangan estetika apapun.

Oleh karena itu, kita tidak dapat menggunakan distribusi binomial dan multinomial, yang didasarkan pada hipotesis yang kuat bahwa daerah tunggal saling eksklusif. Ketidakjelasan hadir dalam variabel linguistik dapat diatasi dengan bantuan teori himpunan *fuzzy* (Zadeh 1975a, 1975b, 1976, Yager dan Filev 1994, Laviolette et al. 1995).

repository.unisba.ac.id

Misal $\tilde{L} = \{(l_1, \tilde{L}(l_1)), (l_2, \tilde{L}(l_2)), \ldots, (l_k, \tilde{L}(l_k))\}$ merupakan variabel linguistik. Andaikan proses produksi dalam keadaan stabil dengan p_i adalah probabilitas sebuah item yaitu $l_i; i = 1,2,3,\ldots,k$. Asumsikan sebuah sampel acak dari produk yang dipilih. Misal, X_i merupakan banyaknya item yang berupa l_i. Maka $(X_1, X_2, \ldots, X_k)$ berdistribusi multinomial dengan parameter n dan $p_1, p_2, \ldots, p_k$. Distribusi marjinal dari X_i adalah binomial dengan mean np_i dan variansnya $np_i(1-p_i)$; i = 1,2,…,k. Derajat keanggotaan/nilai representatif masing-masing item untuk kategori i adalah $\tilde{L}(l_i)$ yang diperoleh dengan menggunakan Persamaan 2.4 untuk metode modus *fuzzy* dan Persamaan 2.6 untuk median *fuzzy*. Sedangkan rata-rata proporsi yang diboboti $\tilde{\tilde{L}}_j$ adalah sebagai berikut:

$$\tilde{\tilde{L}}_j = \frac{\sum_{i=1}^{k} X_{ij}\tilde{L}(l_i)}{\sum_{i=1}^{k} X_i} = \frac{\sum_{i=1}^{k} X_{ij}\tilde{L}(l_i)}{n} \qquad \ldots(2.8)$$

Dimana, i = banyaknya kategori (1,2,…,k)

j = sampel/periode (1,2,…,26)

Batas-batas kontrol dari diagram multinomial *fuzzy* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} BKA &= E(\tilde{\tilde{L}}) + k\sqrt{\operatorname{var}(\tilde{\tilde{L}})} \\ Pusat &= E(\tilde{\tilde{L}}) \\ BKB &= E(\tilde{\tilde{L}}) - k\sqrt{\operatorname{var}(\tilde{\tilde{L}})} \end{aligned} \qquad \ldots(2.9)$$

Dimana k (biasanya=3) merupakan jarak antara batas-batas kontrol dari titik pusat.

$E(\tilde{\tilde{L}})$ dan $\operatorname{var}(\tilde{\tilde{L}})$ ditentukan menggunakan persamaan berikut:

$$\begin{aligned} E(\tilde{\tilde{L}}) &= \sum_{i=1}^{k} p_i \tilde{L}(l_i) \\ Var(\tilde{\tilde{L}}) &= \frac{\sum_{i=1}^{k} p_i(1-p_i)\tilde{L}^2(l_i) - 2\sum_{i=1}^{k}{}_{i<j}\sum_{j=1}^{k} p_i p_j \tilde{L}(l_i)\tilde{L}(l_j)}{n} \end{aligned} \qquad \ldots(2.10)$$

repository.unisba.ac.id