

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pendahuluan

Diagram kontrol diperkenalkan oleh Walter A. Shewhart saat dia bekerja di Bell Labs (sekarang lebih dikenal AT&T Bell Laboratories) tahun 1920. Diagram kontrol adalah sebuah grafik yang memberi gambaran tentang perilaku sebuah proses. Diagram kontrol ini digunakan untuk memahami apakah sebuah proses manufaktur atau proses bisnis berjalan dalam kondisi yang terkontrol atau tidak. Sebuah proses yang cukup stabil, tapi berjalan di luar batas yang diharapkan, harus diperbaiki menurut akar penyebabnya guna mendapatkan hasil perbaikan yang fundamental. Diagram kontrol dibagi kedalam dua kelompok sesuai dengan karakteristik data yang diobservasi, yaitu diagram kontrol untuk data variable dan diagram kontrol untuk data atribut.

Pada bab ini, akan dibahas hal-hal yang berhubungan dengan diagram kontrol untuk memonitor loyalitas pelanggan yang meliputi loyalitas pelanggan, data ordinal, variable acak kontinu, variable acak diskrit, model linear umum, dan diagram kontrol itu sendiri.

2.2 Loyalitas Pelanggan

Menurut Tjiptono (2000 : 110) loyalitas konsumen/pelanggan adalah komitmen pelanggan terhadap suatu merek, toko atau pemasok berdasarkan sifat yang sangat positif dalam pembelian jangka panjang. Loyalitas konsumen/pelanggan sangat penting bagi perusahaan untuk menjaga kelangsungan kegiatan usahanya. Pelanggan yang setia adalah pelanggan yang mempunyai perasaan sangat puas terhadap suatu barang maupun jasa, sehingga mempunyai antusiasme untuk memperkenalkan barang

/jasa tersebut kepada orang terdekatnya. Adapun pelanggan yang loyal tersebut akan memperluas “kesetiaan” mereka pada barang/jasa yang sama dan pada akhirnya mereka adalah konsumen yang setia pada produsen atau perusahaan tertentu untuk selamanya.

Philip Kotler (1997) menyatakan bahwa loyalitas tinggi adalah pelanggan yang melakukan pembelian dengan prosentasi makin meningkat pada perusahaan tertentu daripada perusahaan lain.

Ali Hasan (2008:81) mengatakan, loyalitas konsumen/pelanggan mempunyai arti sebagai berikut:

1. Sebagai konsep generik, loyalitas merek menunjukkan kecenderungan konsumen untuk membeli sebuah merek tertentu dengan tingkat konsistensi yang tinggi.
2. Sebagai konsep perilaku, pembelian ulang kerap kali dihubungkan dengan loyalitas merek (brand loyalty). Perbedaannya, bila loyalitas merek mencerminkan komitmen psikologis terhadap merek tertentu, perilaku pembelian ulang menyangkut pembelian merek yang sama secara berulang kali.
3. Pembelian ulang merupakan hasil dominasi dari berhasil membuat produknya menjadi satu-satunya alternatif yang tersedia, dan yang terus - menerus melakukan promosi untuk memikat dan membujuk pelanggan membeli kembali merek yang sama.

Loyalitas pelanggan merupakan sebuah sikap yang menjadi dorongan perilaku untuk melakukan pembelian produk/jasa dari suatu perusahaan yang menyertakan aspek perasaan didalamnya, khususnya yang membeli secara teratur dan berulang-ulang dengan konsistensi yang tinggi, namun tidak hanya membeli ulang suatu barang

dan jasa, tetapi juga mempunyai komitmen dan sikap yang positif terhadap perusahaan yang menawarkan produk/ jasa tersebut.

Loyalitas pelanggan bisa diukur melalui kepuasan pelanggan, Kepuasan konsumen adalah perasaan senang atau kecewa seseorang yang berasal dari perbandingan antara kesannya terhadap kinerja (hasil) suatu produk dengan harapannya, Philip Kotler (1997:36).

a. Macam-macam atau jenis kepuasan konsumen

Kepuasan konsumen terbagi menjadi 2 :

- (i) Kepuasan Fungsional, merupakan kepuasan yang diperoleh dari fungsi atau pemakaian suatu produk. Misal : karena makan membuat perut kita menjadi kenyang.
- (ii) Kepuasan Psikologikal, merupakan kepuasan yang diperoleh dari atribut yang bersifat tidak berwujud. Misal : Perasaan bangga karena mendapat pelayanan yang sangat istimewa dari sebuah rumah makan yang mewah .

b. Pengukuran kepuasan konsumen

Menurut Philip Kotler (1997:38) ada empat metode yang dilakukan oleh perusahaan untuk mengetahui tingkat kepuasan konsumen yaitu :

- (i) Sistem keluhan dan saran

Untuk mengidentifikasi masalah maka perusahaan harus mengumpulkan informasi langsung dari konsumen dengan cara menyediakan kotak saran. Informasi yang terkumpul untuk memberikan masukan bagi perusahaan.

- (ii) Survei kepuasan konsumen

Survei kepuasan konsumen dapat dilakukan dengan cara survei melalui pos surat, telephone, maupun wawancara pribadi. Dengan metode ini perusahaan

dapat menciptakan komunikasi 2 arah dan menunjukkan perhatiannya kepada konsumen.

(iii) Ghost Shopping

Metode ini digunakan untuk mengetahui kekuatan dan kelemahan perusahaan pesaing dan membandingkannya dengan perusahaan yang bersangkutan.

(iv) Analisis kehilangan konsumen

Tingkat kehilangan konsumen menunjukkan kegagalan perusahaan dalam memuaskan konsumennya. Perusahaan seharusnya menganalisa dan memahami mengapa konsumen tersebut berhenti mengkonsumsi produk kita.

2.3 Data Ordinal

Data yang sering digunakan dalam statistik nonparametrik adalah data ordinal. Data ini, selain memiliki nama (atribut), juga memiliki peringkat atau urutan. Angka yang diberikan mengandung tingkatan. Data ordinal digunakan untuk mengurutkan objek dari yang paling rendah sampai yang paling tinggi, atau sebaliknya. Ukuran ini tidak memberikan nilai absolut terhadap objek, tetapi hanya memberikan peringkat saja. Jika kita memiliki sebuah set objek yang dinomori, dari 1 sampai n, misalnya peringkat 1, 2, 3, 4, 5 dan seterusnya, bila dinyatakan dalam skala, maka jarak antara data yang satu dengan lainnya tidak sama.

Data ordinal akan memiliki urutan mulai dari yang paling tinggi sampai paling rendah. Atau paling baik sampai ke yang paling buruk. Misalnya dalam skala Likert, mulai dari sangat setuju, setuju, ragu-ragu, tidak setuju sampai sangat tidak setuju. Atau jawaban pertanyaan tentang kecenderungan masyarakat untuk menghadiri rapat umum pemilihan kepala daerah, mulai dari tidak pernah absen menghadiri, dengan kode 5, kadang-kadang saja menghadiri, dengan kode 4, kurang menghadiri, dengan kode 3, tidak pernah menghadiri, dengan kode 2 sampai tidak ingin menghadiri sama sekali, dengan kode 1. Dari hasil pengukuran dengan menggunakan skala ordinal ini

akan diperoleh data ordinal. Alat analisis (uji hipotesis asosiatif) statistik nonparametrik yang lazim digunakan untuk data ordinal adalah Spearman Rank Correlation dan Kendall Tau.

2.4 Variable Acak Kontinu

Variable acak kontinu adalah variable acak yang mampu menjalani bilangan real. Distribusi variable acak kontinu yang biasa digunakan yaitu distribusi normal.

2.4.1 Distribusi Normal

Distribusi normal merupakan distribusi probabilitas kontinu yang paling penting dalam bidang statistika. Distribusi normal disebut juga sebagai distribusi Gaussian yang mana hal ini diberikan sebagai penghargaan untuk ahli matematika jerman Karl Friedrich Gauss (1777-1855) dalam bentuk fungsi distribusi normal.

Fungsi densitas dari variabel acak X yang berdistribusi normal dengan mean μ dan varians σ^2 adalah:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \dots(2.1)$$

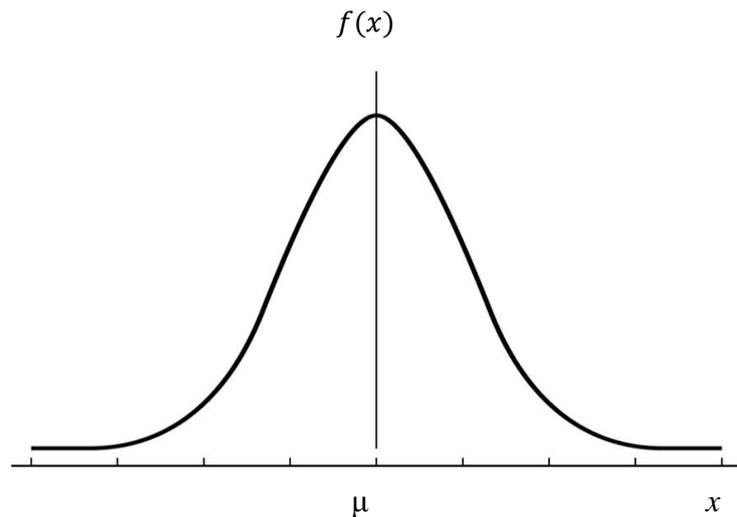
dimana : $-\infty \leq x \leq \infty$; $-\infty \leq \mu \leq \infty$; $\sigma^2 > 0$

ditulis $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

adapun ekspektasi dan varians dari distribusi normal adalah:

$$E(X) = \mu \text{ dan } V(X) = \sigma^2$$

Distribusi Normal memiliki kurva yang simetris membentuk suatu lonceng (lihat Gambar 2.1). Hal ini terjadi ketika nilai mean, median, dan modus dari data bernilai sama, namun ketika kondisi ini tidak terpenuhi, distribusi data yang terbentuk akan miring kanan atau miring kiri.



Gambar 2.1 Kurva Distribusi Normal

2.4.2 Distribusi Normal Baku

Distribusi normal standard (baku) adalah distribusi normal yang memiliki sifat khusus, yaitu distribusi dengan : rata-rata(μ) = nol(0) dan simpangan baku(σ) = satu(1). Distribusi normal standard (baku) muncul sebagai solusi dari adanya masalah dalam penyusunan tabel distribusi normal. Masalah tersebut ialah kenyataan bahwa terdapat banyak sekali macam distribusi normal dipengaruhi oleh nilai rata-rata dan simpangan bakunya. Oleh karena itu agar kita tetap dapat mencari probabilitas suatu interval dengan menggunakan langkah praktis melalui tabel distribusi normal daripada perhitungan metode integral yang lebih kompleks, maka digunakanlah apa yang disebut dengan distribusi normal standard (baku).

Maka dari itu, seluruh pengamatan dengan setiap peubah acak normal X dengan ekspektasi μ dan varians σ^2 dapat ditransformasikan menjadi himpunan pengamatan baru suatu peubah acak normal Z dengan rata-rata = nol dan simpangan baku = satu. Hal ini dapat dikerjakan dengan transformasi sebagai berikut :

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad \dots(2.2)$$

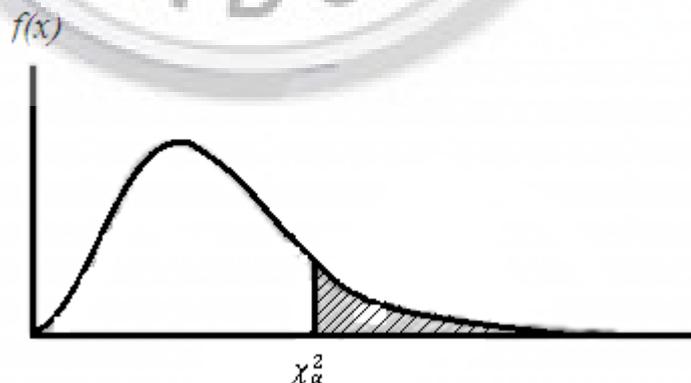
Oleh karena itu fungsi densitas normal baku adalah:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}, -\infty \leq z \leq \infty \quad \dots(2.3)$$

Bentuk transformasi di atas memetakan distribusi normal menjadi distribusi normal standard (baku), sebab distribusi normal dengan variabel Z ini memiliki nilai rata-rata = nol dan simpangan baku = satu. Transformasi ini juga mempertahankan luas di bawah kurva distribusi normal nya. Artinya, Luas di bawah kurva distribusi normal antara x_1 dan x_2 = Luas dibawah kurva distribusi normal standard antara z_1 dan z_2 .

2.4.3 Distribusi Chi-Kuadrat

Distribusi khi-kuadrat (*Chi-square distribution*) atau distribusi χ^2 dengan v derajat bebas adalah distribusi jumlah kuadrat v peubah acak normal baku yang saling bebas. Distribusi ini juga merupakan Probabilitas suatu sampel acak yang menghasilkan nilai χ^2 yang lebih besar dari suatu nilai tertentu, sama dengan luas daerah di bawah kurva di sebelah kanan nilai tersebut. Nilai tertentu tersebut biasanya ditulis dengan χ^2_α . Dengan demikian χ^2_α menyatakan nilai χ^2_α yang luas di sebelah kanannya sama dengan α . Daerah yang luasnya sama dengan α ini dinyatakan oleh daerah yang diarsir (lihat Gambar 2.2).



Gambar 2.2 Kurva Distribusi Chi-kuadrat

Distribusi ini seringkali digunakan dalam statistika inferensial, seperti dalam uji hipotesis, atau dalam penyusunan selang kepercayaan.

Fungsi densitas dari distribusi chi-kuadrat adalah:

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(\frac{v}{2})2^{v/2}} x^{\frac{v}{2}-1} e^{-x/2} \quad \dots(2.4)$$

Untuk $x > 0$ dan v adalah derajat kebebasan distribusi yang dinotasikan dengan $X \sim \chi^2_{(v)}$. Misal x_1, x_2, \dots, x_n variabel acak berdistribusi normal, dapat ditunjukkan bahwa $\chi^2 = \sum Z_i^2 \sim \chi^2_{(n)}$.

Mean, ekspektasi, dan momen dari distribusi chi-kuadrat:

1. Mean = $E(X) = v$
2. Varians = $\text{Var}(X) = 2v$
3. Momen = $M_x(t) = (1-2t)^{-v/2}$

2.5 Variable Acak Diskrit

Variabel acak diskrit adalah variabel acak yang tidak mengambil seluruh nilai yang ada dalam sebuah interval atau variabel hanya memiliki nilai tertentu. Nilainya merupakan bilangan bulat dan asli, tidak berbentuk pecahan. Variabel acak diskrit jika digambarkan pada sebuah garis interval, akan berupa sederetan titik-titik yang terpisah. Distribusi Bernoulli dan distribusi binomial termasuk kedalam distribusi peluang diskrit.

2.5.1 Distribusi Bernoulli

Distribusi Bernoulli adalah distribusi probabilitas yang dihasilkan dari 2 kejadian perobaan.. setiap pengujian distribusi Bernoulli bersifat independen (tidak bergantung pada pengujian sebelumnya).

Fungsi probabilitas variabel acak X yang berdistribusi bernoulli adalah:

$$f(x) = p^x(1-p)^{1-x}, \quad x = 0,1 \quad \dots(2.5)$$

2.5.2 Distribusi Binomial

Distribusi Binomial adalah distribusi probabilitas dari banyaknya *outcome*/kejadian sukses pada n percobaan Bernoulli. Distribusi ini seringkali digunakan untuk memodelkan jumlah keberhasilan pada sampel berukuran n .

Fungsi probabilitas variabel acak X yang berdistribusi binomial dengan parameter n dan p adalah:

$$f(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, n \quad \dots(2.6)$$

dimana p = proporsi sukses dalam setiap ulangan, dapat ditunjukkan dengan $E(x) = np$ dan $V(x) = np(1-p)$.

2.5.3 Distribusi Multinomial

Distribusi multinomial merupakan perluasan dari distribusi binomial. Apabila n percobaan berulang dapat menghasilkan lebih dari 2 kejadian yang mungkin dengan probabilitas masing-masing konstan pada setiap percobaan, maka akan dihasilkan distribusi multinomial.

Fungsi probabilitas variabel acak yang berdistribusi multinomial dengan parameter n dan p :

$$p(X = x_1, x_2, \dots, x_k; p_1, p_2, \dots, p_k; n) = \binom{n}{x_1, x_2, \dots, x_k} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \dots p_k^{x_k} \quad \dots(2.7)$$

dengan $\sum_{i=1}^k x_i = n$ dan $\sum_{i=1}^k p_i = 1$, dapat ditunjukkan dengan $E(x_i) = np_i$ dan $V(x_i) = np_i(1-p_i)$.

2.5.4 Pendekatan Distribusi Normal Terhadap Distribusi Binomial

Ada beberapa kasus dimana data X berdistribusi Binomial hanya dapat diselesaikan dengan pendekatan distribusi Normal. Jika ukuran sampel n besar dan p tidak dekat dengan 0 atau 1, melainkan nilai p lebih dekat ke nilai $\frac{1}{2}$, atau $np \geq 5$ dan $(1 - p) \geq 5$ (Hogg, 1983), maka persoalan distribusi Binomial dapat diselesaikan dengan menggunakan pendekatan distribusi Normal.

Teorema pendekatan distribusi normal terhadap distribusi binomial, yaitu jika X variable acak Binomial dengan mean $\mu = np$ dan varians $\sigma^2 = npq$, maka bentuk limit distribusi $Z = \frac{X - np}{\sqrt{npq}}$ untuk $n \rightarrow \infty$ merupakan distribusi normal standar.

2.6 Model Linear Umum

Dalam statistik, model linier umum / *generalized linear model* (GLM) adalah generalisasi fleksibel biasa regresi linear yang memungkinkan untuk variabel respon yang memiliki model distribusi kesalahan selain distribusi normal. GLM generalisasi regresi linear dengan memungkinkan model linier berhubungan dengan variabel respon melalui *fungsi link* dan dengan membiarkan besarnya varians dari setiap pengukuran menjadi fungsi nilainya diprediksi.

Regresi linier biasa memprediksi nilai yang diharapkan dari jumlah tertentu yang tidak diketahui (variabel respon, sebuah variabel random) sebagai kombinasi linear dari seperangkat nilai-nilai yang diamati (prediktor). Ini berarti bahwa perubahan konstan dalam prediksi mengarah ke perubahan konstan dalam variabel respon (yaitu model linier-respon). Hal ini sesuai ketika variabel respon memiliki distribusi normal.

Dalam model linier umum (GLM), setiap hasil dari variabel dependen, Y , diasumsikan dihasilkan dari tertentu distribusi di keluarga eksponensial, berbagai macam distribusi probabilitas yang mencakup biasa, binomial, Poisson dan gamma distribusi, antara lain. Mean, μ , distribusi tergantung pada variabel independen, X , melalui:

$$E(Y) = \mu = g^{-1}(X\beta) \quad \dots(2.8)$$

dimana $E(Y)$ adalah nilai yang diharapkan dari Y , $X\beta$ adalah *prediktor linear*, kombinasi linear dari parameter yang tidak diketahui β ; g adalah fungsi link. Dalam kerangka ini, varians biasanya fungsi, V , dari mean:

$$Var(Y) = V(\mu) = V(g^{-1}(X\beta)) \quad \dots(2.9)$$

Hal ini berlaku jika V berasal dari distribusi eksponensial. Parameter yang tidak diketahui, β , biasanya diperkirakan dengan kemungkinan maksimum, atau teknik Bayesian.

GLM terdiri dari tiga unsur, yaitu :

1. Distribusi probabilitas dari keluarga eksponensial.
2. Prediktor η linear = $x\beta$
3. Fungsi link g sehingga $E(Y) = \mu = g^{-1}(\eta)$

2.6.1 Regresi Logistik

Regresi logistik (*logistic regression*) sebenarnya sama dengan analisis regresi berganda, hanya variabel terikatnya merupakan variabel dummy (0 dan 1). Model regresi logistik digunakan untuk menggambarkan hubungan antara variabel respon dengan satu atau beberapa buah variabel prediktor. Menurut Agresti (1996), dalam model regresi logistik dapat menggunakan variabel independen yang berupa kualitatif (berskala pengukuran nominal atau ordinal) atau kuantitatif (berskala pengukuran interval atau rasio) atau gabungan (campuran) dari keduanya.

Variabel independen atau prediktor dalam regresi logistik dapat berbentuk apapun, baik itu berbentuk kategori atau kontinu. Hubungan antara variabel prediksi dan variabel respon bukanlah suatu fungsi linier dalam regresi logistik, sebagai alternatif, fungsi regresi logistik yang digunakan merupakan transformasi logit dari $\pi(x)$:

$$\pi(x) = \frac{\exp(\alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_i x_i)}{1 + \exp(\alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_i x_i)} \quad \dots(2.10)$$

Untuk menaksir parameter dalam model regresi logistik digunakan metode penaksiran *maximum likelihood* melalui iterasi. Dengan cara ini, regresi logistik menaksir peluang terjadinya suatu peristiwa tertentu. Perhatikan bahwa regresi logistik menghitung perubahan dalam *log odds* variabel dependen, *Odds* dapat diartikan sebagai rasio antara dua peluang, seperti rasio antara peluang peristiwa sukses dengan peluang peristiwa gagal. Nilai *odds* yang tinggi dapat disamakan dengan nilai peluang yang tinggi. Begitu pula sebaliknya, nilai *odds* yang rendah sesuai dengan nilai peluang yang rendah. *Odds* yang dinotasikan oleh θ dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\theta = \frac{\pi(x)}{1 - \pi(x)} \quad \dots(2.11)$$

Regresi logistik memiliki banyak kesamaan dengan regresi linier biasa: koefisien logit dapat disamakan dengan koefisien β dalam persamaan regresi linier biasa, koefisien logit yang distandarisasi dapat disamakan dengan β yang diboboti, dan R^2 untuk meringkas kekuatan hubungan. Walau bagaimanapun tidak seperti regresi linier biasa, regresi logistik tidak mengasumsikan hubungan linier antara variabel independen dan variabel dependen, tidak memerlukan variabel yang berdistribusi normal, tidak mengasumsikan homokedastisitas, dan biasanya memiliki syarat yang lebih sedikit. Akan tetapi, regresi logistik memiliki syarat bahwa pengamatan bersifat independen. Uji kecocokan model dapat dilakukan dengan menggunakan *chi-square* sebagai indikator kecocokan model.

Asumsi-asumsi dalam regresi logistik:

1. Tidak mengasumsikan hubungan linier antar variabel dependen dan independent
2. Variabel dependen harus bersifat dikotomi (2 variabel)

3. Variabel independent tidak harus memiliki keragaman yang sama antar kelompok variabel
4. Kategori dalam variabel independent harus terpisah satu sama lain atau bersifat eksklusif
5. Sampel yang diperlukan dalam jumlah relatif besar, minimum dibutuhkan hingga 50 sampel data untuk sebuah variabel prediktor (bebas).

2.6.2 Pendugaan Parameter Regresi Logistik

Metode untuk menduga parameter-parameter yang tidak diketahui dalam model regresi logistik ada 3 yaitu:

1. Metode kemungkinan maksimum (*Maximum Likelihood Method*)
2. Metode kuadrat terkecil tertimbang noniterasi (*Noniterative Weight Least Square Method*)
3. Analisis fungsi diskriminan (*Discriminant Fuction Analysis*)

Dari Ketiga metode di atas, metode yang banyak digunakan adalah metode maksimum likelihood dengan alasan lebih praktis (Nachrowi dan Usman, 2002). Pada dasarnya metode maksimum Likelihood merupakan metode kuadrat terkecil tertimbang dengan beberapa proses iterasi, sedangkan metode kuadrat terkecil tertimbang moniterasi hanya menggunakan satu kali iterasi. kedua metode ini *asymptotically equivalent*, artinya jika ukuran sampel besar keduanya akan menghasilkan estimator yang identik. Penggunaan fungsi diskriminan mensyaratkan variabel penjelas yang kuantitatif berdistribusi normal. Oleh karena itu, penduga dari fungsi diskriminan akan *over estimate* bila variabel penjelas tidak berdistribusi normal.

2.6.3 Pengujian Parameter Regresi Logistik

Pengujian parameter model dilakukan untuk memeriksa signifikansi variabel bebas yang ada dalam model. Untuk mengetahui pengaruh variabel bebas terhadap variabel tidak bebas secara serentak di dalam model regresi logistik maka digunakan uji statistik G yang merupakan uji rasio kemungkinan (*likelihood ratio test*) dengan hipotesis :

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0 \quad ; \text{ model tidak berarti}$$

$$H_1 : \text{ paling tidak terdapat satu } \beta_j \neq 0 ; \text{ model berarti}$$

Untuk menguji hipotesis digunakan statistik uji G :

$$G = -2 \ln \frac{\binom{n_1}{n}^{n_1} \binom{n_0}{n}^{n_0}}{\prod_{i=1}^n \hat{\pi}_i^{y_i} (1 - \hat{\pi}_i)^{(1-y_i)}} \quad \dots(2.12)$$

dengan :

$$n_1 = \sum y_i$$

$$n_0 = \sum (1 - y_i)$$

$$\hat{\pi}_i = \frac{e^{(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{i1} + \hat{\beta}_2 x_{i2} + \dots + \hat{\beta}_p x_{ip})}}{1 + e^{(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{i1} + \hat{\beta}_2 x_{i2} + \dots + \hat{\beta}_p x_{ip})}}$$

Jika H_0 benar maka statistik uji G akan mengikuti distribusi chi-kuadrat dengan derajat bebas v .

Kriteria uji :

Tolak H_0 apabila $G > \chi^2_{(v, \alpha)}$ pada taraf nyata α tertentu selain itu terima H_0 .

2.7 Diagram Kontrol

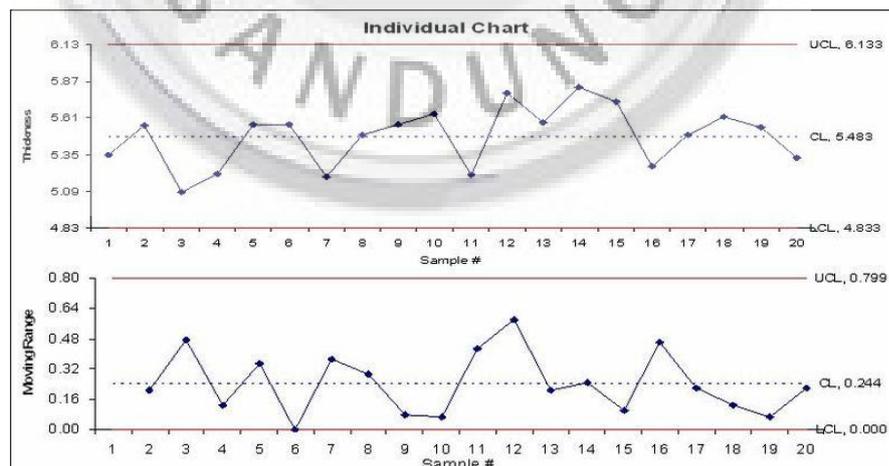
Diagram kontrol adalah sebuah grafik yang memberi gambaran tentang perilaku sebuah proses. Diagram kontrol ini digunakan untuk memahami apakah

sebuah proses manufaktur atau proses bisnis berjalan dalam kondisi yang terkontrol atau tidak. Sebuah proses yang cukup stabil, tapi berjalan di luar batas yang diharapkan, harus diperbaiki untuk menemukan akar penyebabnya guna mendapatkan hasil perbaikan yang fundamental.

Diagram kontrol terdiri dari:

- Titik-titik yang mewakili sebuah nilai statistik (rata-rata, range, proporsi) dari sebuah karakteristik sampel yang diambil dari sebuah proses pada waktu yang berbeda (Data).
- Rata-rata dari nilai statistik di atas yang dihitung dari keseluruhan sampel.
- Garis tengah yang digambar tepat di angka rata-rata nilai statistik tersebut.
- Standar eror dari nilai statistik yang juga dihitung dari keseluruhan sampel.

Batas kontrol atas dan bawah, yang mengindikasikan batas di mana secara statistik sebuah proses bisa dikatakan menyimpang, yang secara umum besarnya 3 kali standar eror dari garis tengah.



Gambar 2.3 Contoh Diagram Kontrol

Adapun kegunaan dari diagram kontrol, yaitu:

- Mendeteksi adanya variasi penyebab khusus. Jika sebuah proses secara statistik terkontrol, maka 99.73% data akan ada di antara batas kontrol. Jika ada data yang keluar dari batas kontrol mengindikasikan bahwa sumber variasi yang berasal dari luar proses.
- Menyakinkan kestabilan sebuah proses. Kestabilan sebuah proses merupakan syarat yang diperlukan untuk bisa menghitung kemampuan proses (*process capability*).
- Mendeteksi perubahan proses dari waktu ke waktu. Jika titik-titik di dalam diagram kontrol semakin bergeser ke atas atau ke bawah dari waktu ke waktu, mengindikasikan bahwa ada perubahan kecil tetapi terus menerus di dalam proses. Perubahan ini sulit dilihat untuk jangka pendek namun akan sedikit demi sedikit menurunkan tingkat kualitas produk.

Diagram kontrol dibagi kedalam dua kelompok sesuai dengan karakteristik data yang diobservasi, yaitu:

a. Diagram kontrol untuk data variabel

Bila jenis ukuran kualitas yang ada atau yang akan dikumpulkan bersifat variabel artinya kualitas produk dapat dinyatakan dalam satuan ukuran tertentu seperti panjang, berat, volume dll yang bisa dinyatakan dalam cm, kg, liter dll. Teknik-teknik Pengendalian kualitas statistika yang termasuk dalam kategori data Variable adalah diagram kontrol Variabel (Shewart) yang terdiri antara lain: diagram kontrol \bar{x} dan R dan diagram kontrol \bar{x} dan S.

b. Diagram kontrol untuk data atribut

Indeks Kapabilitas Proses dapat diterapkan pada karakteristik data observasi yang bersifat atribut sebagai ukuran kualitas. Maksud dari karakteristik data bersifat atribut adalah data yang bersifat diskrit. Biasanya ukuran kualitas

yang dinyatakan dalam bentuk diskrit adalah ukuran kualitas yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk satuan ukuran tertentu. Misalnya, baik-buruk, cacat-tidak cacat, puas-tidak puas, bulat-tidak bulat dan sebagainya. Teknik-teknik Pengendalian kualitas statistika untuk kategori data atribut dibedakan menjadi dua tipe, yaitu Yes/No atau Ya/Tidak, dan terhitung. Tipe data Ya/Tidak atau Yes/No hanya membedakan antara cacat atau tidak cacat. Teknik Pengendalian kualitas statistika yang termasuk dalam kelompok ini adalah: P Chart (Sampel Konstan dan Sampel Variabel) dan NP Chart. Data terhitung bila data yang diobeservasi lebih rumit atau dikehendaki analisis yang lebih mendalam, maka P Chart dan NP Chart kurang memadai. Oleh karena itu digunakan: C Chart dan U Chart.

Karena yang digunakan dalam makalah ini adalah diagram kontrol untuk data atribut maka yang akan dibahas lebih lanjut hanya diagram kontrol data atribut saja.

2.8 Diagram Kontrol Atribut

Diagram kontrol atribut biasa digunakan apabila data yang diperoleh berbentuk data atribut yang hanya memiliki dua nilai yang berkaitan dengan ya atau tidak, seperti sesuai atau tidak sesuai, lulus atau tidak lulus, dll. Ada beberapa macam diagram kontrol untuk data atribut, yaitu diagram kontrol p, np, dan u.

2.8.1 Diagram Kontrol p

Diagram kontrol p adalah jenis diagram kontrol yang digunakan di dunia industri atau bisnis untuk memonitor proporsi dari ketidaksesuaian dalam sebuah sampel, dimana proporsi ketidaksesuaian ditentukan sebagai rasio unit yang memiliki ketidaksesuaian dibandingkan dengan jumlah sampel. Diagram kontrol p hanya mengakomodir inspeksi dengan dua keputusan, "OK / Gagal", "Bagus / Jelek". Dasar untuk menggunakan diagram kontrol p adalah, bahwa data berasal dari distribusi

binomial (Montgomery, 2001), dengan asumsi bahwa: Probabilitas ketidaksesuaian p untuk setiap unit adalah sama, tiap-tiap unit tidak memiliki ketergantungan dengan unit sebelum dan sesudahnya, dan setiap unit diinspeksi dengan cara yang sama.

Adapun batas-batas kontrol dari diagram kontrol p yaitu:

$$BKA_p = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$Pusat_p = \bar{p} \quad \dots(2.13)$$

$$BKB_p = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

dimana \bar{p} adalah estimasi rata-rata proporsi jangka panjang yang dihitung dengan

rumus $\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i}{nm}$, n = ukuran sampel dan m = banyaknya periode pengamatan. Jika

nilai batas kontrol bawah lebih kecil atau sama dengan nol maka batas kontrol bawah dianggap nol.

2.8.2 Diagram Kontrol np

Diagram kontrol np adalah jenis diagram kontrol yang digunakan di dunia industri atau bisnis untuk memonitor banyaknya ketidaksesuaian dalam sebuah sampel. Yang membedakan dengan diagram kontrol p adalah, diagram kontrol np tidak menghitung proporsi ketidaksesuaian tersebut. Dasar untuk menggunakan diagram kontrol np adalah, bahwa data berasal dari distribusi binomial dengan asumsi bahwa: Jumlah sampel konstan untuk setiap unit, Tiap-tiap unit tidak memiliki ketergantungan dengan unit sebelum dan sesudahnya, dan Setiap unit di inspeksi dengan cara yang sama. Adapun batas-batas kontrol dari diagram kontrol np yaitu:

$$BKA_{np} = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

$$Pusat_{np} = \bar{p} \quad \dots(2.14)$$

$$BKB_{np} = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

dimana n adalah ukuran sampel dan \bar{p} adalah estimasi rata-rata proporsi jangka

panjang yang dihitung dengan rumus $\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i}{nm}$, n = ukuran sampel dan m =

banyaknya periode pengamatan. Jika nilai batas kontrol bawah lebih kecil atau sama dengan nol maka batas kontrol bawah dianggap nol.

2.8.3 Diagram Kontrol u

Diagram kontrol u adalah jenis diagram kontrol yang digunakan di dunia industri atau bisnis untuk memonitor data penghitungan, dimana kejadian tersebut hanya bisa dihitung pada saat kejadian itu muncul, dan probabilitas untuk terjadinya kejadian tersebut tidak sama. Contoh: Jumlah kecelakaan setiap bulan, Berapa kali listrik mati setiap bulan, dll. Dasar untuk menggunakan diagram kontrol u adalah, bahwa data berasal dari distribusi poisson dengan asumsi bahwa: Produk / servis memiliki cukup banyak kemungkinan kejadian, Probabilitas terjadinya sebuah kejadian cukup kecil dan konstan, Setiap unit di inspeksi dengan cara yang sama, dan Setiap unit memiliki probabilitas yang tidak sama. Adapun batas-batas control dari diagram kontrol u yaitu:

$$BKA_u = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$$

$$Pusat_u = \bar{u} \quad \dots(2.15)$$

$$BKB_u = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$$

dimana \bar{u} adalah rata-rata jumlah kejadian per unit yang dihitung dengan rumus $\bar{u} = \frac{x_i}{n_i}$. Dimana x_i adalah jumlah kejadian untuk data ke i dan n_i adalah jumlah sampel untuk data ke i .

Dikarenakan diagram kontrol untuk data atribut diatas kurang cocok untuk digunakan dalam pemantauan loyalitas pelanggan karena memakai distribusi multinomial, untuk itu dibutuhkan pengembangan diagram kontrol yang sudah ada agar bisa digunakan untuk mengontrol sesuai karakteristik mutu bidang jasa, maka pada kasus ini penulis menggunakan diagram kontrol chi-kuadrat, diagram kontrol proporsi loyalitas, dan diagram kontrol likelihood ratio (Samimi dkk, 2010).

2.9 Diagram kontrol Atribut untuk Memantau Loyalitas Pelanggan

Untuk melaksanakan program mempertahankan/meningkatkan loyalitas pelanggan melalui pengontrolan proporsi loyalitas dapat dijelaskan sebagai berikut:

- a. Tingkat kepuasan pelanggan dibagi menjadi 5 kategori yaitu sangat tidak puas, tidak puas, netral, puas, dan sangat puas dengan proporsi pada masing-masing tingkat kepuasan loyalitas konsumen adalah p_1 (sangat tidak puas), p_2 (tidak puas), p_3 (netral), p_4 (puas), dan p_5 (sangat puas). Nilai p_i dengan $i=1, 2, \dots, 5$ diperoleh dari survey sebelumnya atau pra surey.
- b. Tetapkan panjang periode pengukuran, misal : satu bulan 1 kali, dua bulan 1 kali, atau 6 bulan 1 kali, misal banyaknya periode adalah m .
- c. Pada masing-masing periode lakukan survey konsumen dengan ukuran sampel sebesar n .

- d. Pada setiap konsumen dicatat tingkat kepuasan dan loyalitas terhadap produk/jasa. Misal : dari n orang terdapat n_1 yang menyatakan sangat tidak puas (S_1), n_2 menyatakan sangat puas (S_2), n_3 menyatakan netral (S_3), n_4 menyatakan puas (S_4), dan n_5 menyatakan sangat puas (S_5).
- e. Banyaknya pelanggan yang loyal pada masing-masing kategori kepuasan dinotasikan sebagai Y_i .
- f. Untuk pembentukan batas kontrol pertama-tama pandang Y_i (banyaknya jumlah pelanggan yang loyal) merupakan variabel acak binomial dengan parameter n_i dan p_{io} .
- g. Struktur pengamatan disajikan pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1 Deskripsi Data

Tingkat kepuasan	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
Jumlah pelanggan	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5
Proporsi loyalitas	p_{10}	p_{20}	p_{30}	p_{40}	p_{50}
Jumlah pelanggan loyal	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5

Berikut ini akan dijelaskan diagram kontrol baru untuk mengontrol loyalitas pelanggan secara keseluruhan, yaitu, diagram kontrol chi-kuadrat, diagram kontrol proporsi loyalitas, dan diagram kontrol likelihood ratio.

2.9.1 Diagram Kontrol Chi-Kuadrat

Dengan menggunakan dalil limit pusat Z_i pada Persamaan (2.16) berasimtot normal standar terutama ketika $n_i p_i \geq 5$ dan $n_i(1 - p_i) \geq 5$ (Hogg and Craig, 1995).

$$Z_{ij} = \frac{Y_{ij} - n_i p_{io}}{\sqrt{n_i p_{io}(1 - p_{io})}}; i = 1, \dots, 5, j = 1, \dots, m \quad \dots(2.16)$$

Selanjutnya buat statistik Q_j .

$$Q_j = \sum_{i=1}^5 Z_{ij}^2, j = 1, \dots, m \quad \dots(2.17)$$

Karena Z_i saling bebas menggunakan sifat pada distribusi chi-kuadrat, Q_j berdistribusi $\chi^2_{(5)}$ dengan derajat bebas 5. Nilai dari statistik Q_j inilah yang akan digambarkan dalam diagram kontrol chi-kuadrat. Adapun batas kontrol dari diagram kontrol chi-kuadrat adalah: $\chi^2_{(5)}$

$$BKA_c = \chi^2_{\alpha, (5)} \quad \dots(2.18)$$

$$BKB_c = 0$$

dimana α merupakan kekeliruan tipe 1 biasanya menggunakan nilai $\alpha = 0,00275$ yang berkaitan dengan diagram kontrol 3 sigma.

2.9.2 Diagram Kontrol Proporsi Loyalitas

Cara lain untuk mengontrol loyalitas pelanggan yaitu menggunakan diagram kontrol proporsi loyalitas. Mengukur loyalitas pelanggan dengan statistik yang ditunjukkan pada Persamaan (2.19) dapat menjadi solusi untuk menghitung tingkat loyalitas.

$$Q'_j = \frac{\sum_{i=1}^5 Y_{ij}}{\sum_{i=1}^5 n_{ij}}, j = 1, 2, \dots, m \quad \dots(2.19)$$

Q'_j mengukur proporsi pelanggan loyal. Berbeda dengan diagram kontrol chi-kuadrat, batas kontrol dalam diagram kontrol proporsi loyalitas ini dihitung dengan persamaan:

$$BKA_p = p_0 + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \quad \dots(2.20)$$

$$BKB_p = p_0 - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$$

Dimana $n = \sum_{i=1}^5 n_i$, p_0 menunjukkan probabilitas loyalitas yang dijelaskan

dalam rumus:

$$p_0 = \frac{\sum_{i=1}^5 n_i p_{i0}}{\sum_{i=1}^5 n_i} \quad \dots(2.21)$$

Untuk menggunakan grafik diagram kontrol proporsi loyalitas ini, statistik Q'_j dihitung dan dibandingkan dengan BKA_p dan BKB_p , meskipun keluar dari titik kontrol dapat dengan mudah ditafsirkan, mengabaikan ketergantungan loyalitas pada kepuasan akan mempersulit diagram kontrol mendeteksi perubahan yang signifikan dalam tingkat loyalitas.

2.9.3 Diagram Kontrol Likelihood Ratio

Metode lain untuk memantau loyalitas pelanggan berdasarkan hubungan fungsional antara loyalitas dan kepuasan yaitu dengan menggunakan diagram kontrol

likelihood ratio. Loyalitas dapat digambarkan sebagai fungsi dari tingkat kepuasan. Dengan menggunakan model regresi logistik, salah satu model yang sering digunakan antara model linear umum, probabilitas setiap tingkat loyalitas ditulis sebagai berikut (Myers, dkk, 2002):

$$p_{loyalty} = f(x) = \frac{1}{1 + e^{-(\beta_1 + \beta_2 x)}} \quad \dots(2.22)$$

dimana x menunjukkan kepuasan pelanggan yang diasumsikan variabel acak diskrit dengan lima nilai. Setiap perubahan parameter persamaan diatas akan mempengaruhi loyalitas pelanggan. Oleh karena itu, loyalitas pelanggan sebagai variabel dependen hubungan fungsional dengan kepuasan pelanggan. Dengan kata lain, hipotesis nya adalah:

$H_0 : \beta_1 = \beta_{10}, \beta_2 = \beta_{20}$, proporsi loyalitas masing-masing tingkat kepuasan *in control*.

$H_1 : \beta_1 \neq \beta_{10}, \beta_2 \neq \beta_{20}$, proporsi loyalitas masing-masing tingkat kepuasan *out of control*.

Hipotesis diatas diuji secara teratur sepanjang waktu di mana β_{10} dan β_{20} dapat diperkirakan berdasarkan informasi yang disediakan dari survei pelanggan dalam periode dasar.

Parameter dari model regresi logistik dapat diperkirakan dengan metode kemungkinan maksimum. Untuk tujuan ini, fungsi log-likelihood ditulis sebagai berikut (Myers, dkk, 2002):

$$\ln[L(\beta_1, \beta_2)] = \sum_{i=1}^5 \left[Y_i \ln \left(\frac{p_{loyalty}}{1 - p_{loyalty}} \right) + n_i \ln(1 - p_{loyalty}) \right] \quad \dots(2.23)$$

Setelah mensubstitusikan $p_{loyalty}$ Persamaan (2.22) , Persamaan (2.23) menjadi sebagai berikut:

$$\ln[L(\beta_1, \beta_2)] = \sum_{i=1}^5 [Y_i(\beta_1 + \beta_2 x) - n_i \ln(1 + e^{-(\beta_1 + \beta_2 x)})] \quad \dots(2.24)$$

Penaksir β_1 dan β_2 yaitu $\hat{\beta}_1$ dan $\hat{\beta}_2$ dipilih yang memaksimalkan $\ln[L(\beta_1, \beta_2)]$

dengan memecahkan system persamaan berikut:

$$\frac{\delta \ln[(\beta_1, \beta_2)]}{\delta \beta_1} = 0 \quad \dots(2.25)$$

$$\frac{\delta \ln[(\beta_1, \beta_2)]}{\delta \beta_2} = 0$$

Untuk melakukan uji hipotesis, dapat menggunakan statistik rasio kemungkinan, adapun rumusnya sebagai berikut:

$$\lambda_j = L_{reduce,j} / L_{full,j}, j = 1, 2, \dots, m \quad \dots(2.26)$$

Penyebut dan pembilang menunjukkan nilai maksimum likelihood. Jika H_0 benar dan ukuran sampel besar, maka statistik Q''_j memiliki distribusi chi-kuadrat dengan derajat kebebasan $v=r$, dimana $v=r$ menunjukkan jumlah parameter yang ditentukan dalam H_0 (Mood, 1974).

Implementasi dalam pengontrolan proses untuk pergeseran proporsi loyalitas, andaikan bahwa $\hat{\beta}_1$ dan $\hat{\beta}_2$ itu diperoleh dari survey pendahuluan yang selanjutnya dipandang sebagai $\hat{\beta}_1 = \beta_{10}$, $\hat{\beta}_2 = \beta_{20}$. Untuk mengontrol apakah proporsi loyalitas berubah atau tidak sama dengan melakukan uji hipotesis dengan rumusan $H_0 : \beta_1 = \beta_{10}, \beta_2 = \beta_{20}$, ambil pengamatan/survey lanjutan berukuran n kemudian hitung L_{reduce} sama dengan nilai dari fungsi log likelihood Persamaan (2.24) dibawah H_0 benar dan

hitung L_{full} juga dari persamaan (2.24) hanya β_1 dan β_2 diganti menjadi $\hat{\beta}_1$ dan $\hat{\beta}_2$ dari sampel lanjutan.

$$Q''_j = -2 \ln \lambda_j, j = 1, 2, \dots, m \quad \dots(2.27)$$

Statistik Q''_j berdistribusi asimtotik χ^2_v , sehingga batas-batas kontrol dari diagram kontrol likelihood ratio adalah:

$$BKA_l = \chi^2_{v, \alpha}, \text{ dengan } v = r = 2 \quad \dots(2.28)$$

$$BKB_l = 0$$

dimana α merupakan kekeliruan tipe 1 biasanya menggunakan nilai $\alpha = 0,00275$ yang berkaitan dengan diagram kontrol 3 sigma.

2.10 *Average Run Length (ARL)*

Kriteria yang digunakan untuk dapat membandingkan kinerja diagram kontrol adalah dengan mengukur seberapa cepat diagram kontrol tersebut membangkitkan sinyal *out of control*. Diagram kontrol yang lebih cepat mendeteksi sinyal *out of control* disebut lebih sensitif terhadap perubahan proses. Salah satu cara untuk mengukur kinerja diagram kontrol adalah dengan menggunakan *Average Run Length (ARL)*. ARL adalah rata-rata *run* (observasi) yang harus dilakukan sampai ditemukannya *out of control* yang pertama (Handayani, 2012). Apabila proses dalam keadaan *in control* maka digunakan notasi ARL_0 . Dengan demikian ARL_0 kan bernilai besar dan ARL_1 akan bernilai kecil ketika proses dalam keadaan *out of control*. Secara umum persamaan untuk perhitungan nilai ARL adalah :

$ARL = \frac{1}{p}$, dengan p = probabilitas suatu titik keluar dari batas-batas bagan kontrol.

Untuk ARL_0 $p = \alpha$ = probabilitas kesalahan/*error* tipe I (menyatakan keadaan tidak terkontrol padahal keadaan terkontrol) atau probabilitas suatu titik rata-rata sampel jauh dari luar batas kontrol pada saat proses terkontrol, sedangkan untuk ARL_1 nilai $p = 1 - \beta$ = probabilitas kesalahan/ *error* tipe II (menyatakan keadaan terkontrol padahal keadaan tidak terkontrol) atau probabilitas suatu titik rata-rata sampel jatuh di dalam batas kontrol pada saat proses tidak terkontrol. Secara umum performa baik dari sebuah diagram kontrol jika mempunyai ARL_0 sebesar mungkin dan ARL_1 sekecil mungkin.

