

## **BAB II**

### **TINJAUAN PUSTAKA**

#### **2.1 Pendahuluan**

Sebelum membahas mengenai prosedur pengujian hipotesis, terlebih dahulu akan dijelaskan beberapa teori dan metode yang menunjang untuk mempermudah pembahasan. Adapun teori dan metode tersebut yaitu statistik nonparametrik, notasi, uji sampel berpasangan untuk statistika nonparametrik.

#### **2.2 Statistika Nonparametrik**

Statistika nonparametrik sering disebut metode bebas sebaran (*distribution free*), karena model uji statistiknya tidak menetapkan syarat-syarat tertentu tentang bentuk distribusi parameter populasinya. Artinya, bahwa metode statistika nonparametrik ini tidak menetapkan syarat bahwa dalam pengamatannya harus ditarik dari populasi yang berdistribusi normal dan tidak menetapkan syarat *homoscedasticity*. Dalam sejumlah uji statistika nonparametrik hanya menetapkan asumsi bahwa dalam pengamatannya harus independen dan bahwa variabel yang diteliti pada dasarnya harus memiliki kontinuitas. Banyak diantara metode statistika nonparametrik yang disebut sebagai “uji ranking”, karena teknik-teknik nonparametrik ini dapat digunakan untuk skor yang berupa jenjang (peringkat), (Djarwanto, 2003).

##### **2.2.1 Keunggulan Statistika Nonparametrik**

Adapun keunggulan dari penggunaan prosedur statistika nonparametrik (Daniel, W. W. 1989 ) antara lain:

1. Prosedur pada statistika nonparametrik memerlukan asumsi dalam jumlah yang minimum atau sedikit, maka kemungkinan untuk digunakan secara salahpun kecil.
2. Secara umum metode statistika nonparametrik, dalam perhitungannya dapat dilaksanakan dengan cepat serta dapat dikerjakan secara manual dan lebih mudah dimengerti.
3. Pada prosedur statistika nonparametrik boleh diterapkan apabila data telah diukur menggunakan skala pengukuran yang rendah, sebagaimana bila hanya data hitung atau data peringkat yang tersedia untuk analisis

### **2.2.2 Kelemahan Statistika Nonparametrik**

Berikut ini adalah beberapa kelemahan pada statistika nonparametrik (Daniel, W. W. 1989 ) antara lain:

1. Karena perhitungan-perhitungan yang dibutuhkan untuk kebanyakan prosedur nonparametrik cepat dan sederhana, prosedur ini kadang-kadang digunakan untuk kasus yang lebih tepat bila ditangani dengan prosedur parametrik sehingga menyebabkan pemborosan informasi.
2. Prosedur statistika nonparametrik terkenal dengan prinsip perhitungannya yang sederhana dan pekerjaan hitung menghitungnya sendiri sering membutuhkan banyak tenaga serta menjemukan.

### 2.3 Notasi

Berikut ini akan diuraikan mengenai notasi yang akan digunakan pada teori yang berkenaan dengan uji modifikasi peringkat bertanda Wilcoxon. Notasi-notasi tersebut adalah:

- $y_i$  : Data pengamatan ke- $i$  untuk sampel pertama (sebelum).
- $x_i$  : Data pengamatan ke- $i$  untuk sampel kedua (sesudah).
- $d_i$  : Nilai perbedaan antara pengamatan ke- $i$  untuk sampel kedua dan data pengamatan ke- $i$  untuk sampel pertama ( $d_i = x_i - y_i$ ).
- $n$  : Ukuran sampel.
- $Z$  : Statistik uji yang digunakan dalam uji modifikasi peringkat bertanda Wilcoxon.
- $T$  : Statistik yang digunakan untuk menghitung  $W$ .
- $E(T)$  : Rata-rata dari variabel acak  $T$ .
- $Var(T)$  : Varians dari variabel acak  $T$ .
- $\pi^+$  : Proporsi untuk nilai perbedaan  $W_i = 1$   $d_i > 0$
- $\pi^-$  : Proporsi untuk nilai perbedaan  $W_i = -1$   $d_i < 0$
- $\pi^0$  : Proporsi untuk nilai perbedaan  $W_i = 0$   $d_i = 0$
- $Z_{1-\alpha/2}$  : Nilai persentil  $100(\alpha)\%$  dari distribusi normal standar.

### 2.4 Uji Dua Sampel Berpasangan Untuk Statistika Nonparametrik

Beberapa syarat yang harus dipenuhi dalam kasus data sampel berpasangan ialah sebagai berikut:

1. Data terdiri dari sampel acak yang berisi  $n$  pasangan pengukuran  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots (x_n, y_n)$ , yang masing-masing pasangan pengukurannya dilakukan terhadap subjek yang sama atau subjek yang telah dipasangkan menurut suatu variabel atau lebih.
2. Skala pengukuran minimal ordinal.
3. Data berdistribusi tidak normal.

#### 2.4.1 Uji Peringkat Bertanda Wilcoxon

Uji peringkat bertanda Wilcoxon digunakan untuk membandingkan nilai tengah suatu variabel dari dua data sampel berpasangan. Variabel tersebut dinyatakan oleh X dan Y. Dalam uji peringkat bertanda Wilcoxon, bukan hanya tanda yang diperhatikan namun juga nilai perbedaan antara X dan Y. Pada uji peringkat bertanda Wilcoxon nilai perbedaan pada setiap  $W_i$ , sebagai berikut:

$$W_i = \begin{cases} 1 & d_i > 0 \\ -1 & d_i < 0 \end{cases} \quad \text{untuk } i = 1, 2, \dots, n$$

Perumusan hipotesis dalam uji peringkat bertanda Wilcoxon adalah:

$H_0$  : Tidak ada perbedaan pengaruh kedua perlakuan.

$H_1$  : Terdapat perbedaan pengaruh kedua perlakuan.

Statistik untuk nilai T :

$$T = \sum_{i=1}^n r(|d_i|) \cdot W_i$$

Dimana  $r(|d_i|)$  adalah nilai peringkat dari nilai perbedaan  $d_i$  yang dimutlakan dan  $W_i$  akan diperoleh dari nilai  $W_i$  untuk uji peringkat bertanda Wilcoxon. Rumus untuk mencari nilai rata-rata uji peringkat bertanda Wilcoxon, sebagai berikut:

$$E(T) = \frac{n(n+1)}{4}$$

dan nilai untuk nilai Varians (T) :

$$V(T) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24}$$

Sehingga, statistik uji yang digunakan untuk uji peringkat bertanda Wilcoxon adalah:

$$Z = \frac{T - E(T)}{\sqrt{V(T)}}$$

Dengan taraf  $\alpha$  tertentu ketentuan dalam mengambil keputusan pengujian hipotesis, tergantung pada hipotesisnya apakah satu pihak atau dua pihak. Untuk uji dua pihak, terima  $H_0$  jika  $-Z_{1-\frac{\alpha}{2}} < Z < Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ . Untuk uji pihak kanan, tolak  $H_0$  jika nilai  $Z \geq Z_{1-\alpha}$ . Sedangkan, untuk pihak kiri tolak  $H_0$  jika nilai  $Z \leq -Z_{1-\alpha}$ , dimana nilai  $-Z_{1-\alpha}$  dan  $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  akan diperoleh dari tabel distribusi normal baku Z

#### 2.4.2 Uji Modifikasi Peringkat Bertanda Wilcoxon

Uji modifikasi peringkat bertanda Wilcoxon pertama kali dikenalkan oleh Oyeka dan Ebu yang berasal dari Nigeria pada tahun 2012. Dalam pengujiannya, metode tersebut cocok digunakan apabila tidak hanya mengetahui besarnya setiap nilai perbedaan  $d$  yang dihasilkan oleh selisih  $X - Y$  tetapi juga arah harga pengamatan yang bersangkutan, sehingga kita dapat menetapkan peringkat untuk masing-masing dari nilai perbedaan  $r(|d_i|)$ , dimana  $r(|d_i|) = i$  adalah peringkat dari nilai perbedaan  $d_i$  yang dimutlakan (Oyeka & Ebu, 2012).

Uji modifikasi peringkat bertanda Wilcoxon berfungsi untuk menguji perbedaan antar data berpasangan, menguji komparasi antar pengamatan sebelum dan sesudah (*before after design*) diberi perlakuan dan mengetahui efektifitas suatu perlakuan. Perumusan hipotesis uji modifikasi peringkat bertanda Wilcoxon sama dengan perumusan hiotesis uji peringkat bertanda Wilcoxon. Menentukan banyaknya nilai perbedaan pada setiap nilai  $W_i$ . Perumusan hipotesis untuk uji peringkat bertanda Wilcoxon adalah:

$$H_0: M_1 = M_2; \text{ Tidak ada perbedaan pengaruh sampel 1 dan sampel 2 perlakuan...}(2.2)$$

Sementara itu hipotesis alternatifnya adalah:

- Uji dua pihak

$$H_1 : M_1 \neq M_2 ; \text{ Terdapat perbedaan pengaruh sampel 1 dan sampel 2 perlakuan}$$

- Uji pihak kanan

$$H_1 : M_1 > M_2 ; \text{ Terdapat perbedaan pengaruh sampel 1 lebih besar dibandingkan sampel 2 perlakuan.}$$

- Uji pihak kiri

$$H_1 : M_1 < M_2 ; \text{ Terdapat perbedaan pengaruh sampel 1 lebih kecil dibandingkan sampel 2 perlakuan.}$$

Uji peringkat bertanda Wilcoxon hanya dapat digunakan untuk kasus pengamatan data berpasangan sebelum dan sesudah diberi perlakuan. Misalkan nilai pengamatan untuk data berpasangan adalah  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots (x_n, y_n)$ . Dalam uji modifikasi peringkat bertanda Wilcoxon nilai yang diperhatikan:

$$d_i = x_i - y_i \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, n. \quad \dots (2.2)$$

Ubah hasil nilai  $d_i$  menjadi  $|d_i|$ , kemudian menentukan peringkat dari perbedaan data yang telah dimutlakan nilai terkecil diberi peringkat 1, harga mutlak data kedua diberi peringkat 2 sampai dengan peringkat harga mutlak terbesar diberi peringkat  $n$ . Jika terdapat nilai harga mutlak yang sama besar maka peringkat diambil rata-rata dari harga mutlak yang sama. Hal tersebut berlaku pula untuk uji modifikasi peringkat bertanda Wilcoxon. Menentukan banyaknya nilai perbedaan pada setiap nilai  $W_i$ :

$$W_i = \begin{cases} 1 & d_i > 0 \\ 0 & d_i = 0 \\ -1 & d_i < 0 \end{cases} \quad \text{untuk } i = 1, 2, 3, \dots, n \quad \dots (2.3)$$

Didefinisikan

$$\pi^+ = P(W_i = 1)$$

$$\pi^0 = P(W_i = 0)$$

$$\pi^- = P(W_i = -1)$$

$$\text{Dimana } \pi^+ + \pi^0 + \pi^- = 1$$

Rumus untuk mencari nilai statistik T :

$$T = \sum_{i=1}^n r(|d_i|) \cdot W_i \quad \dots (2.4)$$

Dimana T adalah nilai statistik yang digunakan dalam statistik uji yang diperoleh dari peringkat nilai perbedaan  $d_i$ . Adapun penurunan rumus untuk mencari nilai rata-rata dalam pengujian uji modifikasi peringkat bertanda Wilcoxon, sebagai berikut:

$$E(W_i) = \sum_{i=1}^n W_i \cdot P(W_i)$$

$$E(W_i) = 1(P(W_i = 1)) + 0(P(W_i = 0)) + (-1)P(W_i = 0)$$

$$E(W_i) = (1)\pi^+ + (0)\pi^0 + (-1)\pi^-$$

$$E(W_i) = \pi^+ - \pi^-$$

Sedangkan, rumus untuk mencari nilai rata-rata dari T adalah:

$$E(T) = E \sum_{i=1}^n (i \cdot W_i) = \sum_{i=1}^n (i \cdot E(W_i))$$

$$E(T) = E \sum_{i=1}^n i \cdot E(W_i)$$

$$E(T) = \frac{n(n+1)}{2} (\pi^+ - \pi^-) \quad \dots (2.5)$$

Untuk mendapatkan T cari terlebih dahulu  $E(W_i^2)$  sebagai berikut:

$$E(W_i^2) = \sum_{i=1}^n W_i^2 \cdot P(W_i)$$

$$E(W_i^2) = 1^2 (P(W=1)) + 0^2 (P(W=0)) + (-1)^2 (P(W=-1))$$

$$E(W_i^2) = 1 \cdot \pi^+ + 0 \cdot \pi^0 + 1 \cdot \pi^-$$

$$E(W_i^2) = \pi^+ + \pi^-$$

Didapat,

$$V(W_i) = E(W_i^2) - (E(W_i))^2$$

$$V(W_i) = (\pi^+ + \pi^-) - (\pi^+ - \pi^-)^2$$

Sehingga, rumus untuk nilai varians T :

$$V(T) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \{(\pi^+ + \pi^-) - (\pi^+ - \pi^-)^2\} \quad \dots(2.6)$$

Uji modifikasi peringkat bertanda Wilcoxon mempunyai nilai proporsi untuk masing-masing nilai perbedaan  $W_i$  pada persamaan (2.3) adalah:

$$\hat{\pi}^+ = \frac{f^+}{n}$$

$$\hat{\pi}^- = \frac{f^-}{n}$$

$$\hat{\pi}^0 = \frac{f^0}{n}$$

Dimana  $f^+$ ,  $f^-$ , dan  $f^0$  adalah masing-masing frekuensi terjadi 1, -1, dan 0 pada perbedaan  $W_i$ . Sehingga, untuk statistik uji pada uji modifikasi peringkat bertanda Wilcoxon, adalah:

$$Z = \frac{T - E(T)}{\sqrt{V(T)}} \quad \dots(2.7)$$

Ketentuan dalam mengambil keputusan pengujian hipotesis, tergantung pada hipotesisnya apakah satu pihak atau dua pihak. Untuk uji dua pihak maka kriteria uji untuk hipotesis yang ada pada persamaan (2.1) adalah terima  $H_0$  jika  $-Z_{1-\frac{\alpha}{2}} < Z < Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ . Untuk uji pihak kanan, tolak  $H_0$  jika nilai  $Z \geq Z_{1-\alpha}$ . Sedangkan, untuk pihak kiri tolak  $H_0$  jika nilai  $Z \leq -Z_{1-\alpha}$ , dimana nilai  $-Z_{1-\alpha}$  dan  $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  akan diperoleh dari tabel distribusi normal baku Z dengan taraf  $\alpha$  tertentu.